WALTER SÉRVULO ARAÚJO RANGEL

Projetos de Modelagem Matemática e Sistemas Lineares: Contribuições para a formação de Professores de Matemática

OURO PRETO
2011

WALTER SÉRVULO ARAÚJO RANGEL

Projetos de Modelagem Matemática e Sistemas Lineares: Contribuições para a formação de Professores de Matemática

Dissertação apresentada à Banca Examinadora, como exigência parcial à obtenção do Título de Mestre em Educação Matemática pelo Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, sob orientação do Prof. Dr. Frederico da Silva Reis.

OURO PRETO
2011

R196p Rangel, Walter Sérvulo Araújo.

Projetos de modelagem matemática e sistemas lineares [manuscrito] : contribuições para a formação de professores de matemática / Walter Sérvulo Araújo Rangel. – 2011.

139 f.: il.; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Frederico da Silva Reis.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Instituto de Ciências Exatas e Biológicas. Departamento de Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

1. Matemática - Estudo e ensino - Teses. 2. Modelagem matemática - Teses. 3. Sistemas lineares - Estudo e ensino - Teses. 4. Ensino superior - Teses. I. Universidade Federal de Ouro Preto. II. Título.

CDU: 517.956:378.147

Catalogação: sisbin@sisbin.ufop.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Projetos de Modelagem Matemática e Sistemas Lineares: Contribuições para a formação de Professores de Matemática

Autor: Walter Sérvulo Araújo Rangel

Orientador: Prof. Dr. Frederico da Silva Reis

Este exemplar corresponde à redação final da Dissertação defendida por Walter Sérvulo Araújo Rangel e aprovada pela Comissão Examinadora. 06 de maio de 2011.

Prof. Dr. Frederico da Silva Reis – UFOP – Orientador

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. Ana Paula dos Santos Malheiros – UNIFEI

Prof. Dr. Adriana Maria Tonini – UFOP

2011

À minha esposa Eliane, pelo amor, carinho e incentivo na minha caminhada.

Aos meus filhos Kênia Mara e Victor Rangel pela compreensão.

AGRADECIMENTOS

A Deus que me proporcionou mais esta conquista, abrindo às portas para que eu pudesse passar, a Jesus Cristo que me guardou e salvou nas muitas viagens que fiz e, ao Espírito Santo que me inspirou, consolou, confortou em todos os momentos vividos no mestrado.

Aos meus pais, Sebastião e Marlene, pelos incentivos e conselhos prestados, principalmente, no cuidado com a saúde. Esta conquista também é parte de seus sonhos.

Ao meu sogro Divino e minha sogra Zilda que me sustentou com as muitas orações para que tudo desse certo.

A minha esposa e amiga pela compreensão e aceitação da minha mudança de rotina. A sua ajuda e o seu amor me proporcionou dias tranquilos para a realização deste mestrado. Amo você!

Ao Frederico da Silva Reis, meu orientador, pela minha aceitação, pelo tempo desprendido para as orientações ao longo desta pesquisa e, pelo apoio durante toda caminhada no curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática.

Ao meu amigo Fred, juntamente com sua família, Aline, Thomas e Nicholas por terem me acolhido em sua casa para as atividades de orientações. Vocês sempre estarão em minhas lembranças. Obrigado!

Aos demais professores do Curso Mestrado Profissional em Educação Matemática, pelo incentivo e pelos momentos de interações que tivemos durante as disciplinas.

À professora Ana Paula Malheiros por ter ministrado a disciplina Estudos Orientados: Projetos de Modelagem Matemática fortalecendo assim os fundamentos desta pesquisa.

Às professoras Ana Paula Malheiros e Adriana Tonini, por aceitar nosso convite e pelas contribuições na qualificação.

A todos que contribuíram para a realização deste trabalho, aos meus amigos de turma pelos momentos que tivemos, ao Mário pela amizade, e em especial, ao Glaucos, meu irmão e companheiro nas viagens.

RESUMO

A presente pesquisa visou investigar as contribuições da elaboração de Projetos de Modelagem Matemática para a formação de Professores de Matemática. A pesquisa foi realizada numa abordagem metodológica qualitativa, a partir do desenvolvimento de três Projetos de Modelagem Matemática. A pesquisa teórico-bibliográfica contemplou trabalhos relacionados à Modelagem Matemática, Educação Matemática no Ensino Superior, especificamente, Ensino de Álgebra Linear e Projetos de Trabalho. A pesquisa documental se limitou à análise de livros didáticos de Álgebra Linear utilizados em cursos de Licenciatura em Matemática de algumas universidades. A pesquisa de campo foi realizada com alunos do 3º período de Licenciatura em Matemática da Faculdade Pereira de Freitas, em Ipatinga – MG, no 2º semestre letivo de 2010. Os dados foram coletados a partir dos registros do diário de campo elaborados e pela observação do desenvolvimento dos Projetos de Modelagem Matemática pelos grupos, além da aplicação de três questionários. As Considerações Finais apontam que o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática contribui, não só para formar um professor crítico e reflexivo, ao proporcionar o desafio de realizar a junção entre a teoria matemática com a prática da sala de aula, a partir das aplicações da Matemática, como também contribui para transformar a sala de aula num ambiente propício à geração e construção coletiva de conhecimentos, identificada pelas interações, dos diálogos, das pesquisas e da trocas de experiências entre os participantes.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática. Ensino de Sistemas Lineares. Projetos de Trabalho. Educação Matemática no Ensino Superior.

ABSTRACT

This research investigated the contributions the drawing of Mathematics Modeling Projects to the Education of Mathematics Teachers. The research was carried out in a qualitative methodological approach, starting from the development of three Mathematics Modeling Projects. The theoretical and bibliographical research considered works related to Mathematics Modeling, Mathematics Education in College, specifically Linear Algebra Teaching and Working Projects. The documentary research was limited to the analysis of didactic books about Linear Algebra used in Mathematics College Degree courses of some universities. The field research was conducted with students in the 3rd term of the Mathematics College Degree course of Pereira de Freitas College, in Ipatinga –MG, during the second semester of the school year of 2010. The data were collected from the records of the field research draw up by observing the Mathematics Modeling Projects of the groups and by applying three questionnaires. The Final Considerations point that the development of Mathematics Modeling Projects contributes to form critical and reflective teachers, offering the challenge of putting together the mathematics theory and the classroom practice, through the applications of Mathematics, and also contributes to turn the classroom into a proper environment to the collective generation and construction of knowledge, identified by interactions, dialogues, researches and experiences exchanged among the participants.

Key words: Mathematics Modeling. Linear Systems Teaching. Working Projects. Mathematics Education in College

LISTA DE QUADROS E TABELAS

Quadro 1 - Quadro Comparativo: Modelagem x Projeto.. 50
Quadro 2 - Atividades dos alunos durante a realização do projeto........................... 54
Tabela 1 - Nutrientes (g) x Alimentos (porção).. 78
Tabela 2 - IMC em adultos... 80
Tabela 3 - Calorias queimadas por hora.. 82
Tabela 4 - Horas por dia para cada atividade... 82

SUMÁRIO

Capítulo 1

DA TRAJETÓRIA PROFISSIONAL PARA OS CAMINHOS DA MODELAGEM 14

1.1. Um pouco de nossa experiência discente e de nossa prática docente 14

1.2. Iniciando a discussão 18

1.3. Apresentando nossa pesquisa 20

1.3.1. Questão de Investigação 21

1.3.2. Objetivos 22

1.3.3. Metodologia de Pesquisa 22

1.4. Estrutura da Dissertação 23

Capítulo 2

MODELAGEM MATEMÁTICA E ENSINO DE ÁLGEBRA LINEAR: INTERLOCUÇÕES POSSÍVEIS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES 24

2.1. Um pouco sobre Modelagem Matemática 24

2.2. Um pouco sobre a Formação Inicial de Professores de Matemática 29

2.3. Modelagem Matemática na Formação Inicial de Professores de Matemática 33

2.4. Algumas pesquisas sobre o ensino de Álgebra Linear 35

2.5. Sobre Sistemas Lineares 37

2.6. A abordagem de Sistemas Lineares em livros didáticos de Álgebra Linear 39

2.6.1. Um curso de Geometria Analítica e Álgebra Linear (Santos) 40

2.6.2. Álgebra Linear (Steinbruch e Winterle) 40

2.6.3. Álgebra Linear (Boldrini e outros) 41

2.6.4. Introdução à Algebra Linear com Aplicações (Kolman) 42

2.6.5. Álgebra Linear com Aplicações (Anton e Rorres) 43

2.6.6. Uma breve análise do conjunto de livros 44

Capítulo 3

PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA 46

3.1. Projetos de Trabalho..46

3.2. Projetos de Modelagem Matemática 51

3.2.1. A escolha do tema..51

3.2.2. O papel do professor no desenvolvimento do projeto 52

3.2.3. O papel do aluno no desenvolvimento do projeto 53

3.2.4. Fontes de informação para a interação com o tema............................54

3.2.5. Desenvolvimento do Projeto de Modelagem Matemática....................56

3.2.6. Validação do Modelo Matemático 56

3.2.7. Avaliação do Projeto de Modelagem Matemática................................57

Capítulo 4

CONTEXTO E PROCEDIMENTOS DA PESQUISA..59

4.1. Retomando a Questão de Investigação..59

4.2. Retomando os Objetivos...60

4.3. Retomando a Metodologia de Pesquisa..60

4.4. Apresentando o contexto da pesquisa..62

4.5. Descrevendo os encontros com os participantes 63

4.6. Apresentando os instrumentos metodológicos de pesquisa 72

4.6.1. Questionário Inicial 73

4.6.2. Questionário de Avaliação do Projeto 73

4.6.3. Questionário Final 73

Capítulo 5

DESCREVENDO OS PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA E ANALISANDO OS DADOS: RETOMANDO OS CAMINHOS DA MODELAGEM 75

5.1. Nutrição Balanceada: Alimentação diária equilibrada 75

5.1.1. O que comer no café da manhã 76
5.1.2. Elaborando uma questão de investigação 78
5.1.3. Modelando os dados 78
5.2. Condicionamento Físico: Academias de ginástica 79
5.2.1. Problematizando o tema a ser desenvolvido 80
5.2.2. Apresentando a entrevista com um profissional da área 80
5.2.3. Elaborando uma questão de investigação 82
5.2.4. Formulando uma situação-problema 82
5.2.5. Selecionando as variáveis envolvidas e elaborando uma hipótese...................83
5.2.6. Modelando os dados 83
5.3. Circuitos Elétricos: Correntes e redes elétricas 86
5.3.1. Elaborando uma questão de investigação 87
5.3.2. Modelando os dados 87
5.4. Analisando os Questionários 92
5.4.1. Analisando o Questionário Inicial 94
5.4.2. Analisando o Questionário de Avaliação do Projeto 97
5.4.3. Analisando o Questionário Final 101
CONSIDERAÇÕES FINAIS 104
REFERÊNCIAS 110
APÊNDICE A - Projetos de Modelagem Matemática 114
ANEXO A - Nutrição balanceada: Alimentação diária equilibrada 119
ANEXO B - Condicionamento físico: Academias de ginástica...................................126
ANEXO C - Circuitos elétricos: Correntes e redes elétricas 132

Capítulo 1

DA TRAJETÓRIA PROFISSIONAL PARA OS CAMINHOS DA MODELAGEM

“Tudo posso naquele que me fortalece...”
(Fp 4.13)

A princípio, gostaria de mostrar como surgiu o interesse e o compromisso específico pelo “conhecimento matemático” e, ainda, minha preocupação com o senso comum da “aversão” que vem sendo manifestada por muitos alunos, em relação à Matemática, principalmente na escola básica.

Ao descrever este caminho, destacarei as boas experiências educacionais e profissionais das quais participei ao longo da minha carreira, bem como algumas frustrações que considero responsáveis pelo encantamento que hoje tenho pela Matemática.

Esta trajetória provocou uma inquietação na minha prática educacional, consolidando a convicção de que devo me dirigir por estradas que me levem à reflexão e mudanças de atitudes, no que diz respeito ao ensino e a aprendizagem da Matemática. Consequentemente elaborei uma proposta que permite encurtar um pouco a distância entre “o que o professor ensina e o que o aluno aprende”, através de aplicações dos temas estudados, relacionando-os ao nosso “dia a dia”.

1.1. Um pouco de nossa experiência discente e de nossa prática docente

Ao longo de quase duas décadas de docência, tenho visto as dificuldades apresentada no ensino e aprendizagem da Matemática, do “saber matemático”, que permeia um período onde se valoriza muito o programa curricular, em toda a sua extensão de conteúdos e, menos, muito menos, a sua aplicação.

Meu interesse por esta área das ciências exatas surgiu ao longo de minha vida estudantil e posteriormente, pelas práticas educacionais aplicadas em sala de aula como docente de Matemática nos Ensinos Médio e Superior.

Na década de 1980, ainda aluno do Ensino Fundamental, o formalismo das operações aritméticas e algébricas nos diversos conteúdos como radiciação, racionalização, expressões numéricas e algébricas me deixava fascinado, pelo rigor das operações. Muito embora apresentasse certa facilidade, pude perceber as dificuldades que outros colegas de sala tinham sem, entretanto, ter uma explicação para isto.

Já no Ensino Médio, posso recordar de minha Professora de Matemática ensinando Sistemas Lineares por meio das técnicas de resolução por escalonamento e também pela Regra de Cramer. Embora a professora fosse entusiasmada com a sua prática, chegando a nos contagiar, pude perceber muitos colegas de sala que não apresentavam um bom desenvolvimento dos procedimentos e não "enxergavam", assim como eu, nenhuma aplicação "prática" do tema.

Após concluir o curso de Auxiliar Técnico em Mecânica, em 1984, decidi então estudar Matemática, fazendo o curso Licenciatura de Matemática, na cidade de Caratinga – MG, durante 4 anos. O curso funcionava na modalidade de 3 (três) anos iniciais de Licenciatura Curta em Matemática e Ciências, seguidos de 1 (um) ano de Licenciatura Plena em Matemática.

O meu desejo desde então era ser Professor. Minha expectativa, ao lecionar Matemática, era de torná-la mais "atraente", levando para a sala de aula um método simplificado e fácil de ser aprendido. De certa forma, existia uma inquietação e um entusiasmo de fazer diferente o ensino da Matemática.

Após completar o curso de Licenciatura Plena em Matemática, em 1990, iniciei o exercício da profissão, minha prática docente, no mês de fevereiro de 1991, lecionando para o 2º e o 3º anos do Ensino Médio, no curso de Técnico em Computação, em uma escola particular de Ipatinga – MG. Nesse início de carreira profissional, procurei aplicar o que me foi ensinado no curso de graduação, tanto no quesito metodológico de ensino quanto no desenvolvimento dos conteúdos. Apesar de não ter tido tantas experiências em sala de aula, o trabalho realizado foi satisfatório, de acordo com o ponto de vista dos alunos.

Abusei de todo o rigor das definições e demonstrações (em conteúdos como circunferências e cônicas) e privilegiava a prática de listas de exercícios; fazia correções e mais correções das atividades a cada aula. Era também chamado pelos alunos como o professor "the flash" ("rápido demais"), pois pensava que não se podia perder nenhum tempo sequer, o conteúdo tinha que caminhar, o livro didático precisava ser cumprido integralmente, o professor não podia desviar o assunto do tema estudado para outras falas. E assim, por vários anos consecutivos fui premiado, pela escola e por indicação dos alunos, como um professor exemplar.

Os recursos didáticos utilizados desde então eram o livro, quadro de giz, apagador e as listas de exercícios (que os alunos sempre deveriam trazer na “próxima semana”), muitos dos quais eram mera repetição e exercitação das equações e fórmulas matemáticas. Esta prática “funcionou”, pelo menos durante uns 4 (quatro) anos, pois estava fazendo justamente o que havia aprendido na faculdade, reproduzindo as ideias, as didáticas e as atividades com um nível de cobranças bem acentuado.

Entretanto, permanecia em mim uma sensação de insatisfação e inquietude em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática. Participando de Encontros de Educação Matemática, e de cursos de formação continuada oferecidos pela instituição de trabalho, pude perceber que estava caminhando na contramão das tendências educacionais aplicadas a sala de aula. Comecei a me questionar sobre minha prática pedagógica e o ensino de Matemática. Seria suficiente apenas, ser reconhecido como um bom professor, rigoroso, sério, responsável e cumpridor do dever, sendo isto transformado em uma premiação no final do ano pela escola e pelos alunos? Eles estão realmente aprendendo Matemática ou sendo apenas “reprodutores” de exercícios?

Este conflito me levou, paulatinamente, a tentar romper com o modelo tradicional de ensino da Matemática. Apesar de ter adquirido certa experiência em sala de aula, iniciei uma busca por um aperfeiçoamento e novas práticas do ensino. Pude ter contato com literaturas de livros paradidáticos, participação de seminários e mini-cursos e fazer algumas observações de práticas de outros docentes.

Estava convicto da mudança e, aos poucos, fui inserindo as “novas descobertas” de ensino e aprendizagem, na prática pedagógica em sala de aula. A preocupação agora não era apenas reproduzir o conteúdo, mas dar significado ao mesmo. Comecei invertendo, num certo sentido, a ordem das exposições dos conteúdos, apresentando inicialmente, algumas aplicações no cotidiano para somente depois, iniciar uma formalização do conteúdo estudado.

Por exemplo, no ensino de Geometria Espacial, propus uma pesquisa sobre os sólidos geométricos, a sua construção e exploração de seus elementos básicos a partir de sua identificação com elementos do dia a dia dos alunos (objetos, construções, etc). Esta pesquisa gerou uma aula mais interessante para os alunos, que demonstraram seu contentamento com a abordagem do tema. Então, percebi a facilidade dos alunos no momento da formalização dos elementos dos sólidos e do cálculo de áreas e volumes.

Em anos posteriores (2002 e seguintes) desenvolvi esta prática já no Laboratório de Informática, o que também foi muito aceito pelos alunos no processo de ensino da Geometria Espacial.

Aos poucos, durante a minha trajetória como docente do Ensino Médio, trabalhei com alguns projetos interdisciplinares em sala de aula com os temas relacionados a “Imposto de Renda”, “Eleições Municipais”, “Copa do Mundo”, “Água”, dentre outros. Contudo, ainda assim, pude identificar muitos problemas relacionados à aprendizagem da Matemática, que eram retratados pelos resultados escolares, ao final de cada ano letivo.

Após algum tempo de experiências no Ensino Médio, em 2004, fui convidado a lecionar “Matemática Financeira” e “Álgebra Linear” em um curso de Licenciatura de Matemática de uma faculdade particular de Ipatinga – MG. Na expectativa de encontrar um grupo de alunos maduros, experientes, com compromisso e empenho diante do ambiente escolar, percebi que os problemas de aprendizagem encontrados no Ensino Médio foram também identificados e/ou estendidos ao Ensino Superior.

O modelo de ensino tradicional também estava muito arraigado nesse nível escolar. A prática dos professores que ensinavam Álgebra, Cálculo e Geometria era essencialmente a mesma da época em que eu havia me formado. Como docente, então, procurei desenvolver atividades nos Laboratórios de Matemática, procurando trabalhar o ensino de Matemática Financeira relacionando-a ao cotidiano, através de comparações a práticas financeiras no comércio. Contudo, no ensino de Álgebra Linear, demonstrava uma prática apegada ao formalismo dos conceitos, demonstrações de propriedades e prática de exercícios.

Por estes motivos, buscando um aperfeiçoamento fundamentado na Educação Matemática, procurei ingressar em um curso de Mestrado em Educação Matemática, encontrando na Universidade Federal de Ouro Preto, esta possibilidade, participando da seleção no 2º semestre de 2008.

Já no curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto, iniciado em 2009, realizei várias leituras, relacionadas às tendências da Educação Matemática, dentre as quais imediatamente me interessei pela Modelagem Matemática[1].

Diante das discussões dessa sessão e participando do programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática, na Linha de Pesquisa de Educação Matemática Superior, Informática e Modelagem Matemática, e sendo apoiado pelo orientador desta dissertação, levanto a questão que considero motivadora deste trabalho: Como desenvolver Projetos de Modelagem Matemática voltados para temas do nosso dia-a-dia, visando contribuir para a prática pedagógica dos futuros professores da Educação Básica e Superior?

[1]Aqui, estamos considerando como sinônimas as expressões Modelagem ou Modelagem Matemática, enquanto estratégia pedagógica.

1.2. Iniciando a discussão

A necessidade de fundamentação do conhecimento matemático deve ultrapassar a teorização do conhecimento enciclopédico, tão evidenciado no ensino tradicional da Matemática, avançando para um conhecimento prático, ou seja, aquele em que o sujeito poderá aplicar os conteúdos matemáticos a uma situação real, para resolver problemas.

O Professor de Matemática, na sua formação acadêmica, deveria estar apto não só a desenvolver um conteúdo específico da Matemática, mas também a aplicar e desenvolver metodologias pedagógicas adequadas, relacionando-o a outras áreas do conhecimento. De acordo com Reis (2003, p. 16):

> Os professores universitários, formados sob uma perspectiva técnico-formal, enfatizam / priorizam o conhecimento específico do conteúdo em sua ação enquanto formadores de professores e estes, os últimos na hierarquia docente encabeçada por seus formadores, tendem a reproduzir em sala de aula no ensino fundamental e médio uma adaptação do *show* de conhecimentos específicos dado por seus formadores, mestres e doutores de inquestionável conhecimento matemático.

Esta postura didática deve ser repensada. Cabe ao professor a busca constante do seu aperfeiçoamento profissional, inserindo novas práticas pedagógicas na sala de aula, para que estas possibilitem explorar os diversos significados e representações de um conteúdo matemático.

Nessa perspectiva, a Modelagem Matemática é uma tendência voltada para um repensar do ensino e da aprendizagem da Matemática. De acordo com Bassanezi (2009, p. 36):

> No processo evolutivo da Educação Matemática, a inclusão de aspectos de aplicações e mais recentemente, resolução de problemas e modelagem, tem sido defendida por várias pessoas preocupadas com o ensino da Matemática. Isto significa, entre outras coisas, que a matéria deve ser ensinada de um modo significativo matematicamente, considerando as próprias realidades do sistema educacional.

Assim, o professor formado ou em formação tem mais uma metodologia de ensino e aprendizagem com a Modelagem Matemática, podendo explorá-la, com a elaboração de projetos focados em temas ou conteúdos específicos oriundos da Educação Básica ou Superior.

Na Educação Básica, verificamos que o ensino de Sistemas Lineares é desenvolvido no 2º ou 3º ano (Revisional) do Ensino Médio, conforme a proposta curricular aplicada à maioria das escolas e sob a orientação fornecida pelos livros didáticos.

No Ensino Superior, este tema está inserido no currículo de Álgebra Linear, disciplina presente na estrutura curricular dos diversos cursos da área das Ciências Exatas e, neste trabalho, no curso de Licenciatura em Matemática. Nesse curso, o ensino de Sistemas de Equações Lineares é tratado, em vários livros didáticos, como uma revisão do Ensino Médio e também como um pré-requisito para o desenvolvimento de conceitos subsequentes da Álgebra Linear.

Os livros didáticos, embora apresentem propostas metodológicas para o desenvolvimento do conteúdo em sala de aula, invariavelmente iniciam a teorização do assunto com a definição de equação linear e de sua solução, passando, imediatamente, para a definição de um Sistema de Equações Lineares, sua classificação, sua solução e discussão das várias soluções que um sistema possa ter.

Com isso, eles não privilegiam uma proposta que envolva a Modelagem Matemática neste processo, o que dificulta ao aluno, o entendimento do real significado do conceito de um Sistema Linear, de sua solução e de suas inúmeras aplicações.

Aqui, é importante lembrar que “a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. (BASSANEZI, 2009, p. 16).

Isto quer dizer que não é importante apenas apresentar os conceitos e desenvolver as técnicas para manusear um objeto matemático; é necessário também dar significados aos elementos que compõem este objeto. No caso do ensino e aprendizagem de Sistemas de Equações Lineares, na proposta metodológica da Modelagem Matemática, deve-se iniciar com discussões de temas do cotidiano dos alunos relacionados a este conteúdo, proporcionando uma aproximação com os elementos da Matemática. Nessa discussão, consequentemente, serão levantados os primeiros dados coletados permitindo uma estruturação matemática.

Nessa metodologia, por meio das análises e interpretações dos dados, os alunos são levados a escrever uma representação simbólica do tema estudado, utilizando códigos matemáticos relacionados entre si, possibilitando fazer outras discussões do assunto estudado. Essa representação é chamada de modelo matemático (BARBOSA, 2007; BASSANEZI, 2009; BIEMBENGUT e HEIN, 2009).

Existem algumas definições convergentes sobre o que é um modelo matemático. Inicialmente, apresentamos a definição de Barbosa (2007, p. 161), ao afirmar que "modelo matemático é qualquer representação matemática da situação em estudo". Nessa perspectiva, os alunos devem estar inseridos em um ambiente de aprendizagem, tendo a oportunidade de interagir com o mesmo, abstraindo e construindo um modelo matemático que venha dar suporte às suas observações e às indagações previamente identificadas.

Para Bimbengut e Hein (2009, p. 12-13), "um modelo pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais etc". Para eles, o modelo matemático retrata uma visão simplificada da situação pesquisada, ou seja, por mais elaborado / sofisticado que um modelo represente uma situação do cotidiano, ele não poderá ser a própria situação, caracterizando neste caso, uma aproximação do assunto estudado.

Já Bassanezi (2009, p. 20) diz que "modelo matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado". Esse autor considera que o modelo matemático deve apresentar uma linguagem clara, sem ambiguidades e proporcionar outras interpretações e previsões do assunto estudado.

No próximo capítulo estaremos exploramos as concepções metodológicas da Modelagem Matemática aplicadas ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Outro aspecto interessante é a discussão da Modelagem Matemática na formação de Professores de Matemática. Reis e outros (2005) mostram que a Modelagem pode ser uma grande descoberta no ensino e aprendizagem da Matemática, tanto para professores em formação inicial quanto para professores em formação continuada.

A partir destas considerações, decidimos realizar esta pesquisa relacionada à Modelagem Matemática como estratégia metodológica de ensino e aprendizagem de Sistemas Lineares em cursos de Licenciatura em Matemática.

1.3. Apresentando nossa pesquisa

A Modelagem Matemática é uma das tendências atuais da Educação Matemática discutida e pesquisada, principalmente a partir da década de 1980, onde se identifica, através de mapeamentos das produções científicas, uma multiplicidade de trabalhos de dissertações, teses e artigos dentre outros (BIEMBENGUT, 2009). Entretanto, nos cursos de Licenciatura em Matemática, ainda não se verifica a presença de projetos de Modelagem Matemática como componente curricular didático-metodológico, especialmente nas disciplinas de conteúdo matemático, como Cálculo, Álgebra e Geometria (ALMEIDA e DIAS, 2007; BARBOSA, 2001; REIS, 2008).

Essa é uma inquietação, dentre muitas outras, que nos motivou à realização desta pesquisa. Queremos saber quais seriam algumas das possíveis dificuldades que os alunos em formação encontram para trabalhar com a modelagem na sua prática profissional, além de verificar a reação e receptividade dos discentes diante desta "nova perspectiva" de aprender conceitos e significados dos conteúdos matemáticos.

Considerando que, na formação dos docentes, existe um currículo mínimo de conteúdos e de horas/aulas a ser cumprido em um curso de Licenciatura, Bassanezi (2009, p. 38) afirma que, para os professores, um dos obstáculos de se implementar a Modelagem Matemática é a falta de tempo para "cumprir o programa". Então, mediante essas situações, propomos uma alternativa pedagógica que possibilita a inclusão da Modelagem Matemática, não só na formação dos professores, mas também em sua futura prática pedagógica.

1.3.1. Questão de Investigação

Por nossa prática docente e discente, verificamos que o ensino de Sistemas Lineares na Educação Básica e Superior e o seu desenvolvimento na maioria dos livros didáticos de Matemática apresentam uma metodologia tradicional do ensino, voltada para uma exposição teórica do conteúdo acompanhado da prática de exercícios.

Entretanto, a utilização de Modelagem Matemática no ensino de Álgebra Linear caracteriza-se como uma fonte de pesquisas para esta dissertação. A partir daí, formulamos a seguinte questão passível de investigação:

Como o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática que abordam / exploram Sistemas Lineares pode contribuir para a formação de professores em cursos de Licenciatura em Matemática?

Tal questão de investigação situa-se na linha de pesquisa "Educação Matemática Superior, Informática Educacional e Modelagem Matemática", desenvolvida no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.

1.3.2. Objetivos

- Apresentar e discutir a Modelagem Matemática e a Educação Matemática no Ensino Superior, especificamente o ensino de Álgebra Linear, como tendências da Educação Matemática;

- Identificar as contribuições de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a Sistemas Lineares para a formação de professores em cursos de Licenciatura em Matemática;

- Desenvolver Projetos de Modelagem Matemática relacionados a conteúdos de Álgebra Linear trabalhados nos Ensinos Médio e Superior (Sistemas Lineares), com alunos de Licenciatura em Matemática.

1.3.3. Metodologia de Pesquisa

- Pesquisa teórico-bibliográfica sobre Modelagem Matemática, Educação Matemática no Ensino Superior, especificamente, Ensino de Álgebra Linear e Projetos de Trabalho;

- Pesquisa documental por meio da análise de livros didáticos de Álgebra Linear utilizados em cursos de Licenciatura em Matemática de algumas universidades mineiras (UFOP, UFMG, UFV, UFJF, PUC-MG, dentre outras), investigando a existência e natureza de atividades propostas relacionadas a aplicações de Sistemas Lineares, que poderiam ser utilizadas em Projetos de Modelagem Matemática;

- Pesquisa de campo com alunos de Licenciatura em Matemática da Faculdade Pereira de Freitas de Ipatinga – MG, a partir da elaboração e desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a conteúdos de Álgebra Linear trabalhados nos Ensinos Médio e Superior (Sistemas Lineares).

No Capítulo 4, retomaremos nossa metodologia de pesquisa, detalhando-a em seu contexto, apresentando os participantes da pesquisa e explicitando os instrumentos metodológicos de pesquisa.

1.4. Estrutura da Dissertação

No Capítulo 2, teceremos algumas considerações sobre o ensino de Álgebra Linear e sobre a Modelagem Matemática como tendência de pesquisas e práticas na Educação Matemática. Também apresentamos, ao final deste capítulo, uma breve análise da apresentação e da abordagem dos Sistemas Lineares em livros didáticos de Álgebra Linear utilizados em cursos de Licenciatura em Matemática.

Na sequência, o Capítulo 3 busca fazer uma interseção entre a teoria de Projetos de Trabalho com a Modelagem Matemática. A partir daí, descrevemos todas as fases de um Projeto de Modelagem Matemática que pretendemos elaborar e desenvolver com os alunos participantes de nossa pesquisa de campo.

No Capítulo 4, retomamos nossa pesquisa em seu contexto, apresentamos os projetos que foram elaborados e desenvolvidos na pesquisa de campo, detalhando-a, juntamente com os instrumentos de coleta de dados.

No Capítulo 5, descreveremos os Projetos de Modelagem Matemática e analisaremos os nossos dados à luz de categorias advindas do nosso referencial teórico-bibliográfico.

Finalmente, apresentamos as Considerações Finais de nossa pesquisa como forma de obter um conjunto de respostas à nossa questão de investigação.

Capítulo 2

MODELAGEM MATEMÁTICA E ENSINO DE ÁLGEBRA LINEAR: INTERLOCUÇÕES POSSÍVEIS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

> “Quando tentamos descrever algum aspecto do mundo real, percebemos que ele oferece mais do que a nossa pobre e finita mente consegue alcançar.”
>
> Rosenblom

Neste capítulo, iniciamos a fundamentação da pesquisa desenvolvida nessa dissertação, abordando os principais conceitos de Modelagem Matemática e um detalhamento da sua metodologia, aplicável em uma sala de aula; na sequência, discutimos sobre a formação inicial de professores, tendo como suportes teóricos alguns pesquisadores da Educação Matemática no Ensino Superior.

Como a pesquisa aborda o ensino e aprendizagem de Sistemas de Equações Lineares, abordamos um pouco sobre o ensino Álgebra Linear e, finalmente, a partir da análise de alguns livros didáticos, investigamos a existência e a natureza de atividades de modelagem relacionadas a essa disciplina.

2.1. Um pouco sobre Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática é uma realidade que tem crescido a cada ano, no Brasil, deste a década de 1970, com os primeiros trabalhos orientados pelo Professor Aristides Camargos Barreto, da PUC – Rio de Janeiro. A sua inserção e discussão na Educação Matemática vêm colaborando para um repensar do ensino da Matemática purista ao ensino direcionado à sua aplicação. Inicialmente, a proposta de Barreto “implicava apresentar uma situação problema capaz de motivar os estudantes a aprender a teoria matemática; ensinar a teoria e então retornar à situação problema para matematizá-la (modelar) e respondê-la” (BIEMBENGUT, 2009, p. 11).

Ao pesquisarmos a palavra “modelar” no dicionário Aurélio (FERREIRA, 2008), encontramos o significado de “fazer o modelo ou o molde de uma peça”. Entretanto, no ensino, estamos tratando do processo da elaboração e criação do modelo matemático relacionado à representação de um objeto ou fato concreto da realidade, de acordo com Bassanezi (2009).

A Modelagem Matemática, enquanto processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de um modelo, é uma metodologia cujo propósito é estudar uma situação-problema da realidade, conduzindo o pesquisador a abstrair e generalizá-la, possibilitando fazer estudos dessa situação. Como resultado dessa generalização, obtém-se uma representação escrita em códigos e símbolos matemáticos caracterizando assim o modelo matemático.

Assim, nas perspectivas de vários pesquisadores e educadores matemáticos, encontramos concepções diferenciadas de Modelagem Matemática. Após analisá-las, podemos direcionar a nossa prática pedagógica a uma tendência educacional voltada para o ambiente de sala de aula, com destaque às aplicações da Matemática.

Julgamos importante conhecer algumas dessas concepções. Aqui, destacamos duas delas aplicadas ao ensino e aprendizagem de Matemática. Uma primeira concepção apresenta a Modelagem Matemática como um processo metodológico caracterizado por reconhecer a situação-problema, matematizá-la e, a seguir, obter um modelo matemático e validá-lo (BASSANEZI, 2009; BIEMBENGUT e HEIN, 2009); uma segunda concepção concebe a modelagem como um ambiente de aprendizagem e destaca o processo de modelagem como mais importante do que o próprio modelo obtido, tendo seus pressupostos fundamentados nos aspectos filosóficos e epistemológicos da Modelagem Matemática (BURAK, 1987; BARBOSA, 2001).

Nesse contexto, dessas duas concepções, citamos alguns pesquisadores que têm investigado sobre Modelagem Matemática e, consequentemente, têm trazidos colaborações efetivas a esse campo de pesquisa da Educação Matemática.

Para Bassanezi (2009, p. 24), a “Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências”.

O pesquisador entende por processo, as fases de elaboração do modelo matemático que delineia a sua concepção: “A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2009, p. 16).

Para Biembengut e Hein (2009, p. 12-13), “Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo [...] sendo uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias”.

Na visão de Biembengut e Hein, a elaboração do modelo matemático depende do conhecimento matemático que o modelador possui. Assim, de acordo com os pesquisadores, o conhecimento matemático está diretamente ligado a uma elaboração “sofisticada” do modelo. Contudo, o valor do modelo nos meios educacionais não está restrito à sofisticação matemática utilizada, mas na criatividade e a abstração para interpretar o contexto onde será aplicada a Modelagem.

Burak (1987, p. 21) defende que a Modelagem Matemática “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões”.

Já Barbosa (2001, p. 31) entende a Modelagem Matemática como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”.

Ainda para Barbosa (2001, p. 32), “indagar significa assumir um incômodo com algo, procurar enunciá-lo e buscar uma compreensão ou explicação” e a investigação “trata-se da busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas [...] É como se procurassem peças para ajudar a formar o cenário daquilo que incomoda”.

Assim, na presente pesquisa, entenderemos a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e aprendizagem que permite aos professores em formação que investiguem e transformem problemas da realidade ou situações-problema em expressões matemáticas (por meio de modelos matemáticos), motivando-os a buscar respostas, exploradas por meio de uma linguagem matemática simbólica e conduzindo-os a interpretar os dados obtidos usando a linguagem usual.

Como qualquer processo de pesquisa científica segue uma metodologia ou procedimento preestabelecido para nortear o seu desenvolvimento, encontramos em Bassanezi (2009, p. 27-29) uma sequência de etapas para a Modelagem Matemática que permite de forma sistemática elaborar e construir um modelo matemático. Bassanezi (2009, p. 26) chama tais etapas de “atividades intelectuais da Modelagem Matemática”. Essas atividades intelectuais, aplicadas a uma situação de pesquisa, estão divididas em:

1. Experimentação – É uma atividade laboratorial onde se processa a obtenção de dados, ou seja, é o momento de se tomar conhecimento do tema realizando um levantamento dos dados da situação pesquisada. Os métodos experimentais quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e objetivo da pesquisa;

2. Abstração – É o procedimento que conduz à formulação dos modelos matemáticos. Nesta fase, procura-se estabelecer: a "seleção das variáveis" (que devem ser claramente definidas), a "problematização" (formulação de problemas com enunciados claros, compreensíveis e operacionais, indicando exatamente o que se pretende resolver), a "formulação de hipóteses" (através de observação de fatos, comparação com outros estudos, dedução lógica, experiência pessoal, observação de casos singulares da própria teoria, analogia de sistemas, etc.) e a "simplificação" (muitas vezes, o modelo dá origem a um problema matemático muito complexo; então é necessário voltar ao problema original e restringir algumas informações a fim de se conseguir um problema mais simples, que possa ser resolvido);

3. Resolução – Nesta etapa obtém-se o modelo matemático, substituindo a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente (equações, fórmulas, gráficos, tabelas, etc). Muitas vezes, o modelo só poderá ser resolvido com a ajuda de métodos computacionais. "A resolução de um modelo é uma atividade própria do matemático, podendo ser completamente desvinculada da realidade modelada" (BASSANEZI, 2009, p. 30);

4. Validação: É o processo de aceitação ou não do modelo proposto. As hipóteses e os modelos devem ser testados, comparando suas soluções e previsões com os valores obtidos no sistema real. "O grau de aproximação desejado destas previsões será o fator preponderante para sua validação" (BASSANEZI, 2009, p. 30). A interpretação dos resultados pode ser feita com o auxílio de gráficos para facilitar as avaliações e sugerir aperfeiçoamentos dos modelos;

5. Modificação: Alguns fatores ligados ao problema original podem rejeitar ou aceitar os modelos matemáticos. A modificação ocorre quando na verificação dos dados não se obtém resultados satisfatórios. O aprofundamento da pesquisa implica na sua reformulação. "Nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado" (BASSANEZI, 2009, p. 31). Poderíamos dizer que um "bom modelo" é aquele que propicia a formulação de novos modelos.

A reformulação de modelos é uma das partes fundamentais do processo de modelagem e isto pode ser evidenciado se considerarmos que:

- Os fatos conduzem constantemente a novas situações;
- Qualquer teoria é passível de modificações;
- As observações são acumuladas gradualmente de modo que novos fatos suscitam novos questionamentos;
- A própria evolução da Matemática fornece novas ferramentas para traduzir a realidade (Teoria do Caos, Teoria Fuzzy, etc.), (BASSANEZI, 2009, p. 31).

Dos procedimentos expostos acima, podemos classificar a atividade de Modelagem Matemática como uma tarefa comum para o matemático aplicado, que visa de forma sistemática construir e analisar modelo matemático. No processo de ensino e aprendizagem, esses procedimentos podem colaborar para a implementação da Modelagem Matemática como método de ensino, oferecendo ao professor um direcionamento das atividades em sala de aula.

Encontramos na literatura estudada, autores que trazem outras denominações para o contexto da Modelagem Matemática. Citamos apenas uma para nos apropriarmos de seus objetivos, pois, como veremos a seguir, estes servirão para elencarmos categorias de análises utilizadas nesta dissertação.

Para Biembengut e Hein (2009), quando a Modelagem Matemática é implementada em cursos regulares em qualquer nível escolar, das séries iniciais a um curso de pós-graduação, com o propósito de desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático, a sua denominação é “Modelação Matemática”.

Os objetivos da Modelação Matemática, de acordo com Biembengut e Hein (2009, p. 18-19), apontam para as aplicações da Matemática e para os reflexos na sala de aula, podendo ser assim enunciados:

1. Aproximar outras áreas do conhecimento da Matemática;

2. Enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno;

3. Despertar o interesse pela Matemática ante a sua aplicabilidade;

4. Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;

5. Desenvolver a habilidade para resolver problemas;

6. Estimular a criatividade.

Essa perspectiva, apesar de ser interessante, dependeria adequar todo o currículo escolar de Matemática, de uma série, para adaptar-se ao tema ou modelo escolhido para estudo.

Não utilizamos o conceito da “Modelação” em nosso trabalho; no entanto, como o tema converge para a prática da Modelagem Matemática num ambiente de sala de aula, estaremos nos apropriando apenas de seus objetivos, como citados acima.

Na presente dissertação, apresentamos a Modelagem Matemática como uma estratégia metodológica para abordar temas do nosso cotidiano relacionados ao conteúdo de Álgebra Linear, especificamente Sistemas Lineares. Assim, ao trabalhar esse conteúdo, tem-se a oportunidade de elaborar várias questões para a formação do aluno, a partir de uma situação-problema ou tema escolhido do seu cotidiano, ou seja, é possível explorar tanto os conceitos matemáticos como o contexto social onde o tema se insere.

2.2. Um pouco sobre a Formação Inicial de Professores de Matemática

O espaço de formação do Professor de Matemática deve dar condições necessárias para que o mesmo, ao exercer sua profissão, possa desempenhar a sua atividade com qualidade e produtividade. Entendemos que qualidade na área de educação é um atributo que conduz o professor a ter prazer na sua prática educacional e o faz desempenhar essa prática refletindo suas atitudes e posturas em seus alunos e estes, no meio em que vive. Por produtividade, entendemos como outro atributo que também contribui para que esses alunos desenvolvam processos cognitivos e epistemológicos a ponto de construir o conhecimento, tornando-os autônomos à aplicação deste conhecimento no dia a dia.

Segundo Pavanello e Andrade (2002), o curso de formação inicial deve habilitar os futuros professores a compreender o fenômeno educativo na sua multiplicidade. Podemos entender que o professor em formação deve ter contato com o maior número de recursos metodológicos e didáticos para que possa refletir sobre a sua prática.

Nessa visão, de acordo com Almeida e Dias (2007, p. 256), o curso de formação não deve fazer a dicotomia entre a teoria e prática, ou seja, deve promover um ensino em que a teoria e a prática devem caminhar juntas, um completando o outro, numa verdadeira "simbiose"[3] de aprendizagem.

Neste contexto, vale agora perguntar: Como, num curso de formação inicial de Professores de Matemática, a teoria e a prática podem colaborar no processo de ensino e aprendizagem de Matemática? E como elas podem caminhar juntas de uma forma complementar e não dicotômica?

Procuraremos responder a estas perguntas com os olhares de alguns educadores matemáticos que têm pesquisado sobre este processo. Inicialmente, Almeida e Dias (2007, p. 257) defendem a integração da Modelagem Matemática às disciplinas tradicionais de um curso de Licenciatura em Matemática:

> [...] argumentamos que é muito importante que professores de Cálculo, Álgebra, Análise, etc, percebam que não ensinam apenas conceitos e procedimentos matemáticos, mas que também influenciam as relações que os alunos, futuros professores, estabelecem com a Matemática, com a forma de ensiná-la, aprendê-la e avaliar a sua aprendizagem, não atribuindo essa função apenas às disciplinas didático-pedagógicas do curso.

Podemos notar, de acordo com Almeida e Dias (2007), que a aproximação da teoria e a prática é também de responsabilidade de cada professor que ministra uma disciplina no curso de formação de professores.

Os professores devem criar situações exploratórias e problematizadoras, que levam os alunos a pesquisar, investigar, explorar, levantar fatos históricos, fazer conjecturas desencadeando, desta forma, o envolvimento de todos.

Também Reis (2008, p. 5) defende a presença da Modelagem Matemática como elemento de interação entre teoria e prática na formação de professores, destacando que essa interação deve acontecer também naquelas disciplinas consideradas de conteúdo matemático específico:

---

[3]Simbiose. [Do gr. *symbiosis*, 'vida em comum com outro(s)'.] S. f. 1. Ecol. A associação de duas plantas, ou de uma planta e um animal, ou de dois animais, na qual ambos os organismos recebem benefícios, ainda em proporções diversas. 2. P. ext. Associação entre dois seres vivos que vivem em comum. 3. Fig. Associação e entendimento íntimo entre duas pessoas (FERREIRA, 1986, p. 1847)

> A presença da Modelagem Matemática nos currículos públicos de cursos de formação de professores é fundamental para a consolidação de um perfil de um Educador Matemático crítico e que privilegie a construção de um pensamento matemático flexível. Esta presença pode acontecer na forma de uma disciplina específica (como é o caso de muitos cursos de graduação e pós-graduação), mas, a prática de Modelagem deve acontecer de forma contínua em diversas disciplinas já no curso de Licenciatura em Matemática, como Cálculo, Equações Diferenciais, Álgebra e Geometria, dentre outras, proporcionando assim, uma integração entre conhecimentos específicos e pedagógicos do Professor de Matemática.

Por fim, Bassanezi (2009, p. 16), faz uma discussão interessante sobre a Matemática aplicada na realidade, quando afirma:

> [...] o que propomos é a busca da construção de uma prática de ensino-aprendizagem matemática que combine "jogos" e resultados práticos. A Matemática não deve ser considerada importante simplesmente por alguma definição arbitrária ou porque mais tarde ela poderá ser aplicada. Sua importância deve residir no fato de poder ser tão agradável quanto interessante.

Percebe-se, então, que o ensino da Matemática não deve ser visto como um ensino hermeticamente "conteudista", apenas para exercitar as habilidades intelectuais, mas deve ser "prazeroso", no que se refere à aplicação da teoria relacionada a alguma atividade do cotidiano ou a uma situação-problema, onde o aluno terá a oportunidade de dar significado aos conhecimentos adquiridos e realizar intervenções nas discussões, conduzindo-as de forma crítica. Fiorentini (2009, p. 10) diz que:

> [...] os matemáticos profissionais que tentam desenvolver uma prática de ensino que se aproxima do modo exploratório e investigativo de produzir conhecimentos de uma comunidade de prática investigativa, desenvolvem com seus estudantes uma relação com a Matemática mais instigante e interessante tanto para ele quanto para seus estudantes.

Entendemos que uma relação com a Matemática mais instigante e interessante é aquela que rompe com a dicotomia que existe entre a teoria e a prática. Para Fiorentini (2009), o Professor de Matemática deve deixar de ser apenas um transmissor de conhecimentos formais e cristalizados e passar a transformar a sua sala de aula num verdadeiro cenário de investigação (SKOVSMOSE, 2000) no qual são desenvolvidas atividades de natureza exploratório-investigativa (PONTE e OUTROS, 2003; FIORENTINI, 2006; FIORENTINI, 2009).

Além da perspectiva até aqui exposta, voltamos à questão do conhecimento técnico que este profissional do ensino deve ter para desempenhar com contentamento a sua prática.

Para Reis (2003, p. 16), o professor deve trazer na sua formação profissional o conhecimento técnico da Matemática, o conhecimento pedagógico-metodológico do ensino da Matemática e também o conhecimento curricular e tecnológico para suas aplicações.

Nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica (BRASIL, 2002), encontramos os princípios orientadores para um curso de formação de professores, selecionados e formulados a partir de três eixos que são assim descritos:

1. A concepção de competência é nuclear na orientação do curso de formação inicial de professores;

2. É imprescindível que haja coerência entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro professor;

3. A pesquisa é o elemento essencial na formação profissional do professor.

Sem querer aqui detalhar os princípios orientadores desta formação, mas tendo uma visão dos mesmos a partir dos eixos norteadores, podemos identificar três dimensões distintas que compõem a formação do professor:

1. Competência teórica, que está relacionada à parte técnica, ou seja, ao conhecimento adquirido no período de sua formação;

2. Competência prática, que está relacionada ao seu exercício profissional num ambiente escolar;

3. Formação continuada, que está relacionada ao gerenciamento constante de sua formação profissional.

A formação do Professor de Matemática não é estática. Por vezes, temos ouvido alguém dizer que “ensinar Matemática é a mesma coisa todos os dias”. Não é esta visão que o professor deve carregar para sua prática docente.

Para Almeida e Dias (2007), o professor em formação deve ser um agente mediador e que tenha competência para formular questões que estimulem a reflexão de seus alunos, que possua sensibilidade para apreciar a originalidade e a diversidade na elaboração de hipóteses e a proposição de soluções aos problemas matemáticos.

Isto implica na capacidade de criar ambientes e situações de aprendizagem matematicamente ricas, na possibilidade de dar resposta ao imprevisto e de desenhar modelos que se adaptem às incertas e não esperadas condições de aprendizagem que podem ocorrer nas aulas de Matemática.

Nesta perspectiva, a Modelagem Matemática se constitui como uma alternativa pedagógica essencial para a formação inicial deste professor que deve criar tais ambientes e situações de aprendizagem para que seus alunos, os quais um dia certamente também serão Professores de Matemática (ao menos alguns deles), sejam formados sob outras práticas e paradigmas.

2.3. Modelagem Matemática na Formação Inicial de Professores de Matemática

A Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática é uma proposta didático-pedagógica que está em consonância com a resolução CNE/CP Nº 1, de 18 de Fevereiro de 2002, que "Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena" (BRASIL, 2002). Esta consonância é identificada ao longo da resolução, com destaque para o Artigo 12, que trata da relevância da prática nos cursos de formação de professores como segue:

Art. 12. Os cursos de formação de professores em nível superior terão a sua duração definida pelo Conselho Pleno, em parecer e resolução específica sobre sua carga horária.

§ 1º – A prática, na matriz curricular, não poderá ficar reduzida a um espaço isolado, que a restrinja ao estágio, desarticulado do restante do curso.

§ 2º – A prática deverá estar presente desde o início do curso e permear toda a formação do professor.

§ 3º – No interior das áreas ou das disciplinas que constituírem os componentes curriculares de formação, e não apenas nas disciplinas pedagógicas, todas terão a sua dimensão prática.

Estaremos abordando o conceito dessa prática considerando as atividades desenvolvidas pelo futuro professor durante o curso de Licenciatura em Matemática e as apresentações dessas atividades para os demais professores em formação, proporcionando assim o desenvolvimento tanto da parte teórica da disciplina, como da parte prática e pedagógica.

Também na CNE/CP Nº 2, de 19 de Fevereiro de 2002, que “Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior” (BRASIL, 2002), encontramos uma valorização da prática em termos de carga horária mínima nos cursos de formação de professores.

Relembramos os pesquisadores já citados que defendem a prática (no caso, de Modelagem Matemática) como elemento curricular essencial para a formação de Professores de Matemática (BARBOSA, 2001; BASSANEZI, 2009; BIEMBENGUT e HEIN, 2009; ALMEIDA e DIAS, 2007; OLIVEIRA, 2007; REIS, 2008).

Para Barbosa (2001), os cursos de licenciatura devem incorporar esta temática em seus currículos, mediante os problemas práticos de sala de aula, de modo que a presença da Modelagem não se restrinja apenas a uma disciplina, mas que faça parte das diversas disciplinas do curso. Desta forma, o professor em formação, poderá vivenciar constantemente as ações práticas e pedagógicas da Modelagem Matemática se assegurando na implementação da mesma quando no seu exercício na Educação Básica e Superior. Esse princípio conduz o professor em formação a associar a teoria discutida em sala de aula com a prática desta teoria.

Segundo Almeida e Dias (2007, p. 258), as atividades de Modelagem podem oportunizar aos alunos, futuros professores, “um ambiente rico em produção e negociação de significados, contribuindo para a elaboração / construção e apropriação compreensiva e crítica do conhecimento matemático, além de influenciar a formação didático-pedagógica do futuro professor”.

As aplicações matemáticas, como elucidadas por Bassanezi (2009, p. 180), utilizando a Modelagem Matemática, “não podem ser privadas de originalidade / criatividade e devem apresentar-se vinculadas a uma fonte geradora dos conteúdos matemáticos”. Nessa perspectiva, Barbosa (2009, p. 74) considera que “a compreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática deve ocorrer em termos do contexto em que isto ocorre”.

Como visto nessa sessão, a formação do professor deve compreender tanto a parte teórica como a parte prática e isto deve ser incorporado desde o momento em que o futuro professor ingressa em um curso de Licenciatura em Matemática, perpassando por todos os períodos do curso e por todas as disciplinas do currículo, não devendo ficar restrito apenas a "disciplinas de formação prática". Assim, os pesquisadores aqui abordados concordam que a Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica que possibilita o entrelaçamento entre a teoria e a prática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

2.4. Algumas pesquisas sobre o ensino de Álgebra Linear

A Álgebra Linear é a parte da Matemática que estuda diversos conteúdos tais como Matrizes, Determinantes, Sistemas Lineares, Espaços Vetoriais, Cônicas e Quádricas, Transformações Lineares, Operadores Lineares, dentre outros. Coimbra (2008, p. 11-12) busca caracterizá-la da seguinte forma: "A Álgebra Linear, a grosso modo, se caracteriza como uma teoria algébrica unificadora para o estudo de diferentes áreas da Matemática [...] e por isso tem um caráter abstrato no já abstrato mundo da Matemática".

Sua importância ocorreu principalmente na primeira metade do século XX e vem, ao longo deste tempo, ocupando espaço nas universidades, fazendo parte da estrutura curricular dos diversos cursos da área das Ciências Exatas. Lang (1977, prefácio), autor de livros didáticos na área, descreve que:

> No decorrer da última década, a ênfase no currículo dos cursos de Álgebra se deslocou para a Álgebra Linear. A mudança foi feita em parte porque se reconheceu que é mais fácil assimilar esta parte da Álgebra do que algumas outras partes (por ser ela menos abstrata e, de qualquer forma, porque ela é diretamente motivada pela geometria), e em parte por causa da ampla aplicação que a Álgebra Linear tem.

Embora a disciplina de Álgebra Linear possa ser considerada "emergente" em vários cursos superiores, temos encontrado vários pesquisadores brasileiros como Silva (1997), Coimbra (2008), Celestino (2000), dentre outros, que têm realizado pesquisas apontando as dificuldades apresentadas no ensino e aprendizagem desta disciplina.

De forma geral, pelo senso comum, os alunos que estudam a disciplina pela primeira vez (ou até mais vezes), argumentam que "a matéria é muito abstrata", apresentando várias dificuldades na interpretação e aplicação dos conceitos centrais da Álgebra Linear.

No contexto internacional, encontramos pesquisas de alguns grupos voltados para o ensino e aprendizagem da Álgebra Linear dentre eles, o grupo americano "*Linear Algebra Curriculum Study Group* (LACSG)" formado por 4 (quatro) pesquisadores de Matemática e Educação Matemática, David Carlson, Charles Johnson, David Lay e A. Duane Porter (HAREL, 1997) e o grupo de pesquisadores franceses formado por Jean-Luc Dorier, Aline Robert, Jaqueline Robinet e Marc Rogalski (SILVA, 1997).

O grupo de pesquisadores franceses constatou que o ensino de Álgebra Linear no primeiro ano das universidades francesas não ia bem. A grande dificuldade verificada era que os conceitos e métodos do ensino de Álgebra Linear eram "pobres", pois a ênfase do ensino (identificada, inclusive, nos exames), estava nas aplicações das técnicas sem, entretanto, trazer nenhum conceito à tona.

Já o grupo americano LACSG elaborou um artigo com a proposta de um currículo para o ensino de Álgebra Linear, com o título "The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations: Moving Beyond Concept Definition" (HAREL, 1997) e organizou, em 1993, um Workshop com Professores de Matemática e de outros cursos (de Engenharia, por exemplo) da Universidade de Purdue, nos Estados Unidos[4]. No artigo, Carlson e outros (1993), apresentam 5 (cinco) recomendações quanto ao ensino de Álgebra Linear num primeiro curso na universidade:

1. O plano de estudos e a apresentação do primeiro curso de Álgebra Linear devem responder às necessidades das disciplinas que a tem como pré-requisito;

2. O Departamento de Matemática deve orientar o primeiro curso de Álgebra Linear com ênfase em matrizes;

3. A universidade deve considerar as necessidades e interesses dos alunos como aprendizes;

4. Os professores devem ser encorajados a utilizar a tecnologia já no primeiro curso de Álgebra Linear.

5. O currículo de Matemática deve ter pelo menos um segundo curso em Álgebra Linear.

De nossa prática docente, sabemos que a Álgebra Linear, como foi referendada acima, não é um tema simples de ser estudado. Este tema requer conhecimentos prévios das técnicas

[3]Para maiores detalhes consulte "http://math.ucsd.edu/~harel/Downloadable/The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations - Moving Beyond Concept Definition.pdf", acessado em 23/07/2010

e dos conceitos elementares envolvendo as Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares, trabalhados inicialmente no Ensino Médio e revisitado no Ensino Superior. Podemos dizer que os conhecimentos prévios são ferramentas essenciais para o bom desenvolvimento da Álgebra Linear.

É nessa proposta que caminhamos, desenvolvendo a pesquisa abordando Projetos de Modelagem Matemática em Sistemas de Equações Lineares para o curso de Licenciatura de Matemática, entendendo que o enfoque pedagógico dado ao ensino deste tema não tem proporcionado (e pode proporcionar!) uma contribuição efetiva para a compreensão significativa dos conceitos de Espaço Vetorial, Combinação Linear, Base de um Espaço Vetorial, construídos na disciplina de Álgebra Linear.

2.5. Sobre Sistemas Lineares

Ao introduzir o estudo de Sistemas de Equações Lineares ou simplesmente, Sistemas Lineares, estamos retornando à origem das concepções iniciais da Álgebra Linear, como retratado por Dorier (1990, p. 88), para quem "o estudo dos sistemas foi, desde o início, um domínio privilegiado. Ele esteve na origem da emergência de todos os primeiros conceitos e foi também o quadro de elaboração dos primeiros resultados teóricos, mesmo que informais."

Um exemplo interessante vem de um sistema linear homogêneo 2 x 2 (2 equações lineares homogêneas com 2 incógnitas cada) possível indeterminado, isto é, um sistema cujas infinitas soluções podem ser expressas por pares ordenados do tipo $(x , k.x)$, onde k é um parâmetro real. Geometricamente, isto equivale a dizer que as soluções do sistema são pontos de uma reta que passa pela origem do sistema cartesiano (gráfico de uma função linear).

Neste caso, encontramos evidências de uma possibilidade de exploração de outros importantes conceitos da Álgebra Linear, pois o conjunto-solução $S = \{ (x , k.x); k \in IR\}$ aparece com frequência em espaços vetoriais de duas dimensões. Neste momento, o professor pode elencar vários temas da Álgebra Linear sem, contudo, trazer as definições rigorosas que serão trabalhadas posteriormente, tais como:

a) Espaço Vetorial, elucidando as operações de fechamento da soma e da multiplicação por escalar;

b) Combinação Linear, considerando o espaço vetorial determinado pelo conjunto solução, já que podemos escrever uma solução em função da outra;

c) Noção de Base, pois, visto que as incógnitas são dependentes entre si no conjunto-solução, podemos atribuir um valor qualquer para uma delas, determinando o valor da outra incógnita. Esta solução pode ser considerada uma base geradora das infinitas outras soluções do sistema. É claro que esta não é uma definição axiomática rigorosa para a definição de base de um espaço vetorial, mas, proporciona conceitos elementares para sua definição.

A questão agora é se a discussão de Sistemas Lineares pode estar atrelada à Modelagem Matemática, trazendo os alunos para alguma situação da realidade. Esta discussão proporciona, inclusive, uma aproximação da Matemática ao contexto social em que o aluno se encontra, possibilitando assim uma simplificação das abstrações existentes nessa discussão e criando uma fundamentação mais consistente dos significados que um conjunto-solução de um sistema possui.

Silva (1997), busca caracterizar a noção de significado fazendo, inicialmente, referência a Lins (1997, p. 145) para quem "significado é aquilo que o sujeito pode e efetivamente diz sobre o objeto numa dada atividade".

Para Silva (1997, p. 13), "o significado é produzido através da relação do sujeito com o mundo ao qual ele pertence e que lhe coloca à disposição vários modos de produção de significados que são históricos, sociais e culturais".

Por isso devemos explorar, no processo de ensino e aprendizagem, as discussões das soluções mediante as intervenções do aluno, produzindo assim um conjunto de significados, chamado por Lins (1993, p. 75) de Campo Semântico, definido como "uma coleção de conhecimentos cujas justificações estão relacionadas a um mesmo modelo nuclear". Aqui, podemos identificar de acordo com a teoria do Modelo Teórico dos Campos Semânticos[5], o conjunto-solução como um modelo nuclear (ou simplesmente núcleo). É neste núcleo que o aluno realiza a atividade de produzir significados, construindo assim o Campo Semântico da solução de um sistema.

Assim, para trabalhar as dificuldades encontradas no desenvolvimento conceitual, acreditamos que o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática pode proporcionar contribuições para a discussão sobre contextos adequados para a produção de conhecimentos em Álgebra Linear.

---

[4]O Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS) foi desenvolvido por Lins (1993) e nasceu da tentativa de buscar estabelecer uma caracterização epistemológica para Álgebra e Pensamento Algébrico, segundo Silva (1997, p.10).

2.6. A abordagem de Sistemas Lineares em livros didáticos de Álgebra Linear

Como detalharemos no próximo capítulo, nossos Projetos de Modelagem Matemática buscarão focar o ensino de Sistemas Lineares. Então, neste momento, procuraremos apresentar, brevemente, como alguns livros didáticos de Álgebra Linear abordam tal assunto.

A escolha dos livros foi feita com base em algumas obras que são tradicionalmente utilizadas em cursos de Licenciatura em Matemática de universidades mineiras (UFOP, UFMG, UFV, UFJF, PUC-MG, dentre outras), conforme busca virtual. Valemo-nos aqui, também, de nossa experiência docente de Álgebra linear nos
últimos 6 (seis) anos.

O foco de nossa análise de livros didáticos será a investigação da existência e da natureza de atividades propostas relacionadas a aplicações de Sistemas Lineares, que poderiam ser utilizadas em Projetos de Modelagem Matemática. Os livros que escolhemos são:

1) **Um curso de Geometria Analítica e Álgebra Linear**. Reginaldo J. Santos. Belo Horizonte: UFMG, 2009.

2) **Álgebra Linear**. Alfredo Steinbruch e Paulo Winterle. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1987.

3) **Álgebra Linear**. José Luiz Boldrini, Sueli I. Rodrigues Costa, Vera Lúcia Figueiredo e Henry G. Wetzler. São Paulo: UNICAMP, 1986.

4) **Introdução à Algebra Linear com Aplicações**. Bernard Kolman. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

5) **Álgebra Linear com Aplicações**. Howard Anton e Chris Rorres. Porto Alegre: Bookman, 2001.

Passaremos, a seguir, para a análise de cada um desses livros que será concluída por uma breve apreciação do conjunto.

2.6.1. Um curso de Geometria Analítica e Álgebra Linear (Santos)

Santos (2009) apresenta os Sistemas Lineares logo no Capítulo 1, após uma abordagem inicial de matrizes.

Para exemplificar, inicialmente, o Método de Gauss-Jordan, o autor apresenta um problema relacionado a uma indústria que produz três produtos, envolvendo insumos utilizados na manufatura dos produtos e seus preços de venda. Os demais exemplos são todos numéricos.

Na seção chamada “Exercícios Numéricos”, novamente o autor propõe um problema “prático” parecido com o problema exemplificado no escopo do texto e 2 (dois) outros exercícios relacionando aplicações de sistemas em outras áreas da Matemática (Funções Polinomiais e Geometria Analítica).

Cabe destacar ainda, a existência de uma seção de “Exercícios usando o MatLab”, na qual são explorados alguns comandos do MatLab[6] e do pacote GAAL[7]. Segue-se, então, uma seção de “Exercícios Teóricos”, incluindo demonstrações de propriedades que já haviam sido exploradas ao longo do capítulo.

2.6.2. Álgebra Linear (Steinbruch e Winterle)

Steinbruch e Winterle (1987) apresentam os Sistemas Lineares no final do livro, como um apêndice denominado “Matrizes, Determinantes e Sistemas de Equações Lineares”. Os autores consideram que estes assuntos constituem os únicos pré-requisitos de um curso de Álgebra Linear e que podem ser ministrados, a título de revisão, em poucas aulas (STEINBRUCH e WINTERLE, 1987, prefácio).

O estudo de Sistemas Lineares inicia-se com a conceituação de Equação Linear e sua solução para, na sequência, introduzir os conceitos de Sistemas de Equações Lineares e suas soluções.

Os autores definem os vários tipos de soluções de um sistema discutindo “exaustivamente“ a forma de identificar estas soluções através da quantidade de variáveis e equações, sempre abordando exemplos numéricos, em cada caso.

---

[5]MatLab é um acrônimo de **MAT**rix **LAB**oraty. *Software* Matemático desenvolvido para oferecer um ambiente computacional para manipulação de matrizes. Atualmente é definido como um sistema interativo possuindo uma linguagem de programação para computação técnica e cientifica integrando a capacidade para fazer cálculos, visualização gráfica e programação de funções matemáticas (TONINI, 2009, p. 3). Maiores informações em http://www.mathworks.com.

[6]GAAL – Geometria Analítica e Algebra Linear – Disponivel em: http://www.mat.ufmg.br/~regi/

Essa abordagem de conceitos a partir de exemplos numéricos é verificada em todo o capítulo, o qual não apresenta nenhuma situação-problema ou qualquer exemplo de aplicação.

No final da parte teórica, encontramos 2 (duas) seções finais: a primeira, denominada de “Problemas Resolvidos”, na qual são apresentados 11 (onze) exercícios de classificação e resolução de sistemas e a segunda, denominada de “Problemas Propostos”, com 33 (trinta e três) exercícios de classificação e resolução de sistemas.

2.6.3. Álgebra Linear (Boldrini e outros)

Boldrini e outros (1986) apresentam os Sistemas Lineares no Capítulo 2, após o Capítulo de Matrizes e antes do Capítulo de Determinantes e Matriz Inversa.

Estes autores recomendam uma atenção especial para o estudo destes capítulos iniciais, principalmente Sistemas Lineares, pois de acordo com eles, estes estudos fornecem a base técnica indispensável para a boa compreensão dos demais capítulos, além de conterem métodos fundamentais aplicáveis a muitas situações (BOLDRINI e OUTROS, 1986, prefácio).

Ao introduzirem o assunto Sistemas de Equações Lineares, os autores apresentam uma situação-problema das transformações químicas dos elementos da natureza.

Para exemplificar essa transformação, é apresentada uma reação do hidrogênio (H_2) com o oxigênio (O_2) para produzir água (H_2O). Eles utilizam este exemplo para elaborar a seguinte questão: “Quanto de hidrogênio e de oxigênio precisamos?” (BOLDRINI e OUTROS, 1986, p. 29) e criar, esquematicamente, a representação dessa reação. Os autores problematizam essa reação com outra questão “O que permanece constante nessa mudança?” e propõem um Sistema Linear de 2 (duas) equações e 3 (três) variáveis distintas, onde cada variável representa a quantidade de moléculas antes e após a reação.

Boldrini e outros (1986, p. 30) consideram que “se conseguirmos descobrir quais são os números x, y, z que satisfazem simultaneamente estas relações, teremos aprendido um pouco mais sobre como se comporta a natureza”.

A seguir, é realizada uma discussão dos conceitos de Sistemas Equivalentes e a aplicação das operações elementares em matrizes, perpassando pela resolução de sistemas e discussão de suas soluções, sem nenhuma abordagem prática com situações-problema.

Na seção “Soluções de um Sistema de Equações Lineares”, os autores utilizam 3 (três) exemplos de sistemas de 2 (duas) equações e 2 (duas) incógnitas, discutindo geometricamente as suas soluções e somente depois, fazem uma retomada do exemplo proposto no início do capítulo para aplicar todos os conceitos estudados até então, discutindo os significados da sua solução e respondendo às questões propostas inicialmente.

Na seção de “Exercícios”, os autores propõem 21 (vinte e um) exercícios numéricos e conceituais e 7 (sete) exercícios relacionando as aplicações de sistemas em outras áreas das ciências (Biologia, Física e Química).

2.6.4. Introdução à Algebra Linear com Aplicações (Kolman)

Kolman (1999) apresenta os Sistemas Lineares logo no Capítulo 1, intitulado “Equações Lineares e Matrizes”, antes mesmo de discutir matrizes e determinantes. O capitulo é iniciado com as discussões dos conceitos de Sistemas Lineares e a utilização do Método de Eliminação para obter a solução do sistema e sua classificação, utilizando as representações geométricas.

Para exemplificar inicialmente o Método de Eliminação e a discussão do sistema, o autor apresenta um problema relacionado ao “Planejamento de Produção”, onde é descrito o tempo utilizado por duas máquinas, em uma indústria química, para produzir 3 (três) tipos diferentes de produtos (KOLMAN, 1999, p. 7).

A seguir, é descrito a seção de “Exercícios” contendo 20 (vinte) exercícios numéricos, seguidos de 4 (quatro) exercícios relacionando as aplicações de sistemas, semelhantes ao exemplo dado, envolvendo planejamento de produção industrial e planejamento alimentar e, finalmente, 4 (quatro) exercícios teóricos de demonstrações de propriedades que já haviam sido exploradas ao longo do capítulo na seção de “Exercícios Teóricos”.

Na sequência, o autor introduz o estudo de Matrizes, só retomando o assunto de Sistemas Lineares na seção “Soluções de Sistemas de Equações Lineares”, abordando vários exemplos numéricos. Apesar de não se verificar nenhuma atividade de aplicação, encontramos um resumo histórico dos matemáticos Carl Friedrich Gauss e Wilhelm Jordan, criadores do método de redução de Gauss-Jordan.

Na seção “Primeiros Contatos”, o autor apresenta 4 (quatro) problemas de aplicação dos conteúdos estudados cujos temas são: Programação Linear, Circuitos Elétricos, Cadeias de Markov e Interpolação Polinomial. Nos 3 (três) primeiros temas, o autor apresenta um problema não-matemático com seu respectivo modelo matemático e propõe a sua resolução em capítulos posteriores. Já no último tema, Interpolação Polinomial, o autor aborda um problema matemático com seu modelo matemático e a seguir, um exemplo prático.

Na seção de “Exercícios”, encontramos 28 (vinte e oito) exercícios numéricos e 6 (seis) aplicações dos conteúdos, sendo 4 (quatro) envolvendo situações matemáticas e 2 (dois), situações não matemáticas. Seguem-se 13 (treze) “Exercícios Teóricos” e 13 (treze) exercícios numéricos utilizando o MatLab.

A seguir, é feita a discussão de Matrizes Inversas e a resolução de Sistemas Lineares utilizando este método. Para exemplificar, Kolman (1999, p. 65) discute a aplicação de Matriz Inversa em Sistemas Lineares com “problemas” da área industrial.

Na seção “Primeiros Contatos”, o autor apresenta 2 (dois) problemas de aplicação dos conteúdos estudados cujos temas são Mínimos Quadráticos e Modelos Econômicos Lineares, seguindo com “Exercícios Numéricos”, “Exercícios Teóricos” e “Exercícios com o MatLab”.

Finalmente, nas últimas seções, o autor faz uma revisão do Capítulo 1 e propõe “Exercícios Suplementares” e “Testes do Capítulo”.

2.6.5. Álgebra Linear com Aplicações (Anton e Rorres)

Anton e Rorres (2001) apresentam os Sistemas Lineares logo no Capítulo 1, intitulado “Sistemas de Equações Lineares e Matrizes”, antes da discussão de Determinantes.

O capítulo é iniciado com as discussões dos conceitos de Sistemas Lineares e discussão de suas soluções e classificações, utilizando as representações geométricas. Após apresentar as “Operações Elementares sobre Linhas”, é proposta uma seção, “Conjunto de Exercícios”, com 9 (nove) exercícios numéricos seguidos de 4 (quatro) exercícios de “Discussão e Descoberta” (ANTON e RORRES, 2001, p. 30).

Na seção “Eliminação Gaussiana”, eles apresentam os procedimentos sistemáticos para resolver Sistemas de Equações Lineares fazendo sempre uma abordagem numérica com exemplos no final da seção, acompanhados de um “Conjunto de Exercícios”, composto por 28 (vinte e oito) numéricos e 4 (quatro) de “Discussão e Descoberta”.

Na sequência, Anton e Rorres (2001, p. 41) introduzem o estudo de “Matrizes e Operações Matriciais” retomando o conteúdo de Sistemas Lineares com “Sistemas de Equações e Invertilidade”. Nessa seção, os autores discutem o método, sempre utilizando exemplos de exercícios numéricos e propõem em “Conjunto de Exercícios”, 26 (vinte e seis) exercícios numéricos e 4 (quatro) exercícios de “Discussão e Descoberta”. A seguir, eles complementam o assunto de Matrizes para, na sequência, propor 29 (vinte e nove) “Exercícios Suplementares do Capítulo 1”.

Cabe destacar ainda, a existência de uma seção de “Exercícios Computacionais do Capítulo 1” podendo ser usado, na sua execução, os *softwares* matemáticos MatLab, Mathematica, Maple, Derive, Mathcad[8] ou outro tipo de *software* de Álgebra Linear ou então, uma calculadora científica com esta funcionalidade (ANTON e RORRES, 2001, p. 73).

Embora nesse capítulo não encontremos nenhum problema de aplicação relacionado a uma situação do cotidiano, podemos verificar no Capítulo 11 (último capítulo do livro), 21 (vinte e uma) seções independentes de aplicações da Álgebra Linear.

Em cada seção, é apresentado um breve comentário da atividade, uma lista dos pré-requisitos, uma parte teórica da atividade, alguns exemplos de aplicação e finalmente, os exercícios de aplicações dentro do contexto da seção, problemas matemáticos e problemas não matemáticos.

Dentre estes últimos, podemos citar aqueles que envolvem Sistemas Lineares, tais como: Construindo Curvas e Superfícies por Pontos Especificados, Redes Elétricas, Programação Linear, Interpolação Spline Cúbica, Cadeias de Markov, Modelos Econômicos de Leontief, Distribuições de Temperatura de Equilíbrio e Tomografia Computadorizada.

Anton e Rorres (2001, prefácio) fazem uma classificação subjetiva das aplicações, considerando o nível de complexidade de cada aplicação em fácil, moderado e mais difícil, ficando a cargo do professor de selecioná-las.

2.6.6. Uma breve análise do conjunto de livros

Os livros didáticos brevemente analisados acima, com exceção de Steinbruch e Winterle (1987) que propõe exercícios estritamente numéricos, de um modo geral, abordam o estudo de Sistemas Lineares, iniciando com os conceitos teóricos para em seguida, propor exercícios que envolvem atividades numéricas e atividades relacionadas as situações do cotidiano.

Podemos considerar que em 2 (dois) livros analisados, Santos (2009) e Boldrini e outros (1986), existem poucos exercícios relacionados a situações do cotidiano “misturados” com os muitos exercícios de aplicação numérica para os quais não se verifica nenhuma metodologia para o desenvolvimento das atividades de aplicação. Já nos outros 2 (dois) livros

---

[7]Mathematica - Disponível em : http://www.wolfram.com/mathematica/. Acessado em 29/12/2010.
Maple - Disponível em: http://www.maplesoft.com/. Acessado em 29/12/2010.
Derive - Disponível em: http://www.chartwellyorke.com/derive.html. Acessado em 29/12/2010.
MathCad - Disponível em: http://www.ptc.com/products/mathcad/. Acessado em 29/12/2010.

analisados, Kolman (1999) e Anton e Rorres (2001), observa-se uma preocupação com as aplicações dos conceitos teóricos envolvendo atividades práticas de situações do cotidiano.

Kolman (1999) fragmenta a teoria, incluindo entre ela exercícios numéricos seguidos de exercícios de aplicação. Ainda, na seção chamada de “Primeiros Contatos”, apresenta-se um tema matemático, por exemplo, Programação Linear, acompanhado de uma situação do cotidiano e do seu modelo matemático. Entretanto, os dados do modelo são hipotéticos e não é apresentada nenhuma metodologia para a elaboração do mesmo. A resolução do modelo é feito em capítulos posteriores.

Anton e Rorres (2001) também fragmentam a teoria, incluindo entre ela seções de exercícios numéricos. As aplicações estão concentradas no último capítulo do livro, onde são realizadas suas discussões com exemplos, acompanhados de exercícios semelhantes para serem desenvolvidos. Não se verifica nesse capítulo, nenhuma metodologia para o desenvolvimento do modelo matemático.

Embora tenhamos encontrado em alguns livros analisados aplicações de Sistemas Lineares em situações do cotidiano, as atividades apresentadas não abordam o ensino de Sistemas Lineares com Projetos de Modelagem Matemática. A preocupação dos autores parece estar na apresentação do modelo matemático, ou seja, o foco está no “produto” e não no “processo”.

Diante dos expostos acima, pretendemos contribuir para a discussão sobre o ensino de Sistemas Lineares a partir de uma pesquisa que busque apresentar Projetos de Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para professores em formação, em um curso de Licenciatura em Matemática.

Capítulo 3

PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

> "A aquisição do saber escolar terá que ser tratada de forma interdisciplinar, não mais de forma fragmentada..."
>
> Andrade

Neste capítulo, apresentamos as ideias centrais da teoria de Projetos de Trabalho como uma alternativa didática para a prática pedagógica de Matemática. Iniciamos, fazendo uma conceituação da palavra projeto, evidenciando os seus significados possíveis. Na sequência, detalhamos as concepções fundamentais da teoria de Projetos de Trabalho[15] e o seu desenvolvimento no ambiente escolar.

Ainda, ao longo do capítulo, relacionamos os pontos comuns existentes entre Projetos de Trabalho e a Modelagem Matemática, apresentando as principais semelhanças e completudes. Com essas teorias, buscamos fundamentar nossa pesquisa, na qual propomos o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura em Matemática.

3.1. Projetos de Trabalho

Considerando a proposição de Projetos de Modelagem Matemática no curso de Licenciatura em Matemática, ressaltamos aqui seus fundamentos, sua estrutura, seu desenvolvimento e sua implementação no processo de ensino e aprendizagem.

A incorporação de projetos no currículo escolar é uma tendência que está sendo implementada no sistema educacional brasileiro, principalmente na escola básica, após a Primeira Guerra Mundial, com o movimento denominado de "escolanovismo" (ANDRADE, 2003; CARVALHO, 2003).

No Ensino Superior, especificamente no curso de Licenciatura em Matemática, a inclusão desta teoria está longe de ser um fato consumado. Dentre os obstáculos encontrados, alguns autores (BARBOSA, 1999; ALMEIDA e DIAS, 2007; MACHADO, 2002) relatam

[15] Aqui, estamos considerando as expressões Projeto de Trabalho, Pedagogia de Projeto, ou simplesmente Projeto, como expressões equivalentes.

certa deficiência na formação dos professores pela falta de uma capacitação adequada para trabalhar com projetos.

Por este motivo, quase sempre encontramos no ensino tradicional, como já discutido no capítulo anterior, o professor como um agente ativo, preocupado em "repassar" o conteúdo de sua disciplina e o aluno como um agente passivo, "receptor" do ensino do professor. Defendemos a implementação de Projetos de Modelagem Matemática no curso de Licenciatura em Matemática como uma estratégia pedagógica a ser trabalhada pelos futuros docentes e que assim, pode se tornar um recurso pedagógico em seu futuro exercício em sala de aula.

A palavra projeto costuma ser associada a uma atividade futura e não-determinística, principalmente em um ambiente escolar, onde os alunos são convidados a desenvolverem trabalhos sem uma formatação final ou roteiros pré-estabelecidos de perguntas e respostas. Na perspectiva de Machado (2002, p. 63), uma atividade que está rigorosamente associada à previsibilidade e a determinação da ocorrência "elimina completamente" a ideia de projeto. Para ele, a ideia de projeto busca "a permanente abertura para o novo, para o não-determinado, para o universo das possibilidades, da imaginação, da criação".

Etimologicamente, a palavra projeto deriva do latim *projectus*, particípio passado de *projícere*, algo como um jato lançado para frente, segundo Machado (2002). Para o autor, a palavra projeto designa igualmente tanto aquilo que é proposto realizar-se quanto o que será feito para atingir tal meta, dando-nos uma dupla interpretação para a palavra que, em um primeiro momento, expressa algo que se deseja construir e, em um segundo momento, a elaboração do caminho que se deve percorrer para atingir esta construção. Ele ainda destaca que "as ações de um projeto devem ser realizadas pelo sujeito que projeta, individual ou coletivamente" (MACHADO, 2002, p. 64).

Logo, notamos que a participação do sujeito deve ser efetiva tanto na elaboração das metas como no desenvolvimento do caminho para alcançá-la. Como na presente pesquisa, seremos mediadores dos Projetos de Modelagem Matemática a serem desenvolvidos pelos alunos, entendemos então a relevância de considerar suas ações como um ponto essencial no desenvolvimento do projeto. Estas ações são provenientes basicamente do interesse particular de cada aluno. Segundo Machado (2002), entendemos que o projetar inicia-se pelos desejos internos de criar, elaborar e executar sonhos através de ações definidas, originadas das utopias dos desejos individuais proporcionando um bem estar social. Entretanto, devido às restrições de nossa pesquisa em relação ao tema, não nos basearemos em Machado (2002).

Relacionando o conceito de projetar com a ideia da educação, que é de instruir, fazer crescer, criar, encontramos no ambiente escolar o espaço ideal para que o aluno desenvolva suas habilidades e competências. Nesse ambiente, o indivíduo tem a oportunidade, de acordo com sua vocação, de construir, elaborar e executar projetos conforme a área de seu interesse. A escola, como fomentadora da educação / conhecimento na formação do indivíduo, incentiva as ações que levam ao desenvolvimento pessoal, profissional e social, principalmente quando elas são provenientes do próprio indivíduo.

A inclusão de projetos na educação brasileira tomou força durante o século XX, sendo influenciada por educadores e pesquisadores em educação americanos e europeus por meio de seus trabalhos publicados; podemos citar Willian Heard Kilpatrick com o desenvolvimento dos fundamentos do trabalho denominado "The Method Project", publicado em 1918; John Dewey com publicações como "Experience & Education", publicado originalmente em 1938 e, mais recentemente, com Fernando Hernández e Montserrat Ventura, com o livro "A Organização do Currículo por Projetos de Trabalho – O Conhecimento é um Caleidoscópio", publicado na Espanha, em sua primeira versão, em 1996.

Este movimento ficou adormecido por várias décadas e ressurgiu em 1960, como uma alternativa à aula tradicional com formato de seminário. Segundo Knoll (1997), os projetos eram vistos como uma forma de aprendizagem por meio da investigação e foram considerados por sua relevância prática, pela possibilidade de interdisciplinaridade e pelo desenvolvimento social. Paralelamente a este movimento, a partir da década de 1970, o Prof. Aristides Camargos Barreto introduziu o conceito de Modelagem na Educação Matemática quando ainda lecionava na PUC–Rio (BIEMBENGUT, 2009). Este conceito, discutido anteriormente, era visto como uma forma de aproximar outra área do conhecimento ao contexto da Matemática, através de criação de modelos. Por isso, a Modelagem Matemática, segundo Bassanezi (2009), é um processo que conduz o aluno a investigar, através de experimentos, uma situação da realidade apresentando como resultado final, um modelo a partir do qual é possível fazer algumas análises sobre a situação investigada.

As concepções de Projetos de Trabalho e as concepções de Modelagem Matemática possuem muitas características em comum, as quais serão descritas a seguir, mas ressaltamos que, de acordo com Malheiros (2008, p. 65) a convergência entre as duas concepções ocorre quando o aluno possui voz ativa na escolha do assunto do seu interesse ou quando este for discutido em conjunto com o professor e, a partir daí, o tema for definido:

> Só considero que tal semelhança ocorre quando o tema eleito para a investigação surge do interesse dos alunos ou quando este é definido a partir de uma negociação pedagógica na qual os estudantes têm voz, são ouvidos e, conseqüentemente, seus interesses também prevalecem. (MALHEIROS, 2008, p. 65)

A participação do aluno é fundamental no desenvolvimento do projeto, na visão de Hernández e Ventura (1998, p. 64), pois a construção de um Projeto de Trabalho depende do que cada aluno já sabe sobre um tema e da informação com a qual se possa relacionar dentro e fora da escola. Nesta visão, percebemos que não existe nenhum ensino padronizado, mas este surge das interações que o grupo de alunos faz a partir da troca de informações. O ensino das disciplinas curriculares é elencado de acordo com as necessidades que cada grupo de alunos tem para o desenvolvimento do Projeto de Trabalho, sendo estes co-participantes de sua formação. Segundo Andrade (2003, p. 63):

> Eles não só trazem de seu contexto vivencial conteúdos, como constroem conhecimentos em suas atividades sociais e profissionais. Estruturas cognitivas – esquemas de ação – e conhecimentos preexistem à realidade escolar. Quando chegam às escolas os alunos já trazem consigo um *quantum* de saber, e, também, o constroem para além da realidade escolar.

Para Andrade (2003, p.76), a “aprendizagem por projetos é o modo de educação por projetos que atribui aos seus autores (alunos) a competência e responsabilidade de propor e desenvolver os projetos para se apropriar de conhecimentos”. Observamos nesta perspectiva, a importância do papel do aluno, seus interesses e suas motivações, sendo este também responsável pela produção de seu conhecimento.

Assim, há a necessidade de estimular a estrutura cognitiva do sujeito para que ele produza seu conhecimento (ANDRADE, 2003). O conhecimento procede da ação que se generaliza por aplicação a novos objetos gerando um esquema, uma espécie de conceito prático. Andrade (2003, p. 72) entende que “estas ações sobre objetos são interações do aluno utilizando práticas pedagógicas aplicadas a alguma área / tema de seu interesse”.

Buscaremos agora, descrever o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática como uma prática pedagógica apresentando as suas fases e relacionando-as com Projetos de Trabalho.

Verificamos que as etapas de estruturação de um Projeto com a Modelagem Matemática, conforme descrito a seguir, são muito semelhantes, e que elas são utilizadas para orientar o desenvolvimento das atividades do Projeto de Modelagem Matemática. As semelhanças nas etapas de Projeto e Modelagem perpassam pela definição do tema, a problematização, os trabalhos de equipe, as pesquisas, dentre outras similaridades, como descrevem Ripardo e outros (2009).

Ripardo e outros (2009, p. 105) fazem uma discussão sobre as fases da Pedagogia de Projetos, apresentada por Moura e Barbosa (2007) contrastando-as com as fases da Modelagem Matemática, apresentada por Bassanezi (2009). O resultado dessa discussão é apresentado sob a forma de comparação dessas duas teorias, quadro 1, contendo na primeira coluna, a descrição das fases de Modelagem e, na segunda, as fases de Projeto.

Quadro 1: **Quadro Comparativo: Modelagem x Projeto**

1. Experimentação ⇒ Obtenção dos dados ⇒ Estudo inicial do assunto que envolve o problema **2. Abstração** ⇒ Formulação dos modelos através da seleção de variáveis e de hipóteses ⇒ Seleção de variáveis de modo a melhorar o tratamento do problema **3. Resolução** ⇒ Obtenção do modelo com a tradução da linguagem natural das hipóteses para uma "linguagem matemática coerente **4. Validação** ⇒ Aceitação ou rejeição do modelo conforme o grau de aproximação que ele tem do objeto de estudo **5. Modificação** ⇒ Reelaboração ou melhoramento do modelo ⇒ Criação de novas hipóteses no intuito de aumentar o grau de aproximação, se preciso	**1. Inicialização** ⇒ Identificação e definição do problema ⇒ Definição do que o projeto vai realizar e sua abrangência **2. Planejamento** ⇒ Descrição das atividades e tarefas necessárias ao desenvolvimento do projeto ⇒ Refinamento e detalhamento criterioso do projeto **3. Execução** ⇒ Organização do trabalho em equipes ⇒ Resolução de conflitos e problemas ⇒ Garantia de acesso aos recursos **4. Controle** ⇒ Verificação das atividades para saber se ocorrem conforme o plano ⇒ Redistribuição de atividades e medidas de correção, caso haja necessidade **5. Encerramento** ⇒ Verificação e análise dos resultados ⇒ Divulgação dos resultados

Fonte: Ripardo e outros (2009, p.105)

Não faremos aqui, um detalhamento de cada ítem das fases de Modelagem Matemática e da Pedagogia de Projetos. Embora tenhamos apresentado o quadro acima numa determinada ordem, podemos verificar, na prática, que as etapas nem sempre apresentam uma linearidade no desenvolvimento dos trabalhos, podendo, sempre que necessário, voltarmos a alguma etapa anterior, afim de reelaborar ou melhorar os procedimentos iniciais da pesquisa (BASSANEZI, 2009; HERNÁNDEZ e VENTURA, 1998).

Assumiremos no presente trabalho, a aplicação dessas duas teorias pedagógicas combinadas entendendo que elas possibilitarão a implementação dos Projetos de Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura de Matemática, que é o objeto desta pesquisa.

3.2. Projetos de Modelagem Matemática

Os Projetos de Modelagem Matemática são uma alternativa pedagógica para a prática do ensino e aprendizagem da Matemática no âmbito da formação específica e globalizada dos graduandos em um curso de Licenciatura. Esta formação compreende os conhecimentos específicos adquiridos no curso regular associados às pesquisas de temas da realidade cujos interesses são evidentemente propostos pelo aluno ou professor / aluno através de uma relação dialógica.

As informações necessárias para se construir um Projeto de Modelagem Matemática dependem do interesse dos alunos em discutir, pesquisar e saber sobre um determinado tema. O seu envolvimento no planejamento das atividades de pesquisas, coleta de dados, elaboração e execução dos projetos é o ponto culminante desta prática pedagógica.

Estaremos a seguir, discutindo as principais etapas para a elaboração de Projetos de Modelagem Matemática.

3.2.1. A escolha do tema

O início de qualquer Projeto de Modelagem Matemática deve partir de um tema, pois este é elemento motivador para a definição de uma pesquisa. De acordo Hernández e Ventura (1998), a definição do tema pode ser originada do currículo escolar oficial, ou de um fato da atualidade, ou de uma problematização proposta pelo professor, ou então emergir de uma questão que ficou pendente de outro projeto.

Já na teoria da Modelagem Matemática, Bassanezi (2009) orienta que se deve fazer um levantamento de possíveis situações de estudo onde seja possível fazer questionamentos em várias direções.

Malheiros (2008) salienta também que, independente da idade e série dos alunos, a participação deles é importante e são eles que deverão apresentar questões, de acordo com seus interesses, no cenário do tema que será investigado, sempre com o auxílio do professor.

A convergência destas duas teorias aponta para a definição do tema antes de qualquer outra atividade. Vimos que é desejável a definição do tema por parte dos alunos, contudo, caso isto não ocorra, o professor passa exercer a função mediadora nesta definição por meio de uma relação pautada no diálogo.

Já para Hernández e Ventura (1998, p. 67), “a escolha de um tema por parte do aluno ou do professor, deve ser argumentada em termos de relevância e de contribuições”.

Por fim, apresentamos a visão de Andrade (2003, p. 75) que destaca o fato de que, na aprendizagem por projetos “o tema pode estar inserido no currículo, na disciplina, ser proposto pelo professor ou até pela escola por se tratar de um tema emergente (como foi “Brasil 500 Anos” no ano 2000), mas pelo menos o problema deve ser do aluno.”

Sendo assim, neste trabalho estaremos problematizando assuntos de interesse comum e sugerindo alguns temas relacionados a Sistemas Lineares para que, a partir das discussões com os alunos participantes da pesquisa, sejam definidos os diversos problemas a serem explorados / trabalhados nos Projetos de Modelagem Matemática.

3.2.2. O papel do professor no desenvolvimento do projeto

A participação do professor aparece tanto no desenvolvimento do projeto quanto no desenvolvimento da Modelagem Matemática, como o mediador do processo, ou seja, aquele que irá fazer as intervenções através de questionamentos para alavancar ideias produzidas pelo aluno ou o grupo de alunos.

Para Barbosa (2001, p. 49), “cabe ao professor problematizar com os alunos os campos da Matemática em si, da Modelagem e do conhecimento reflexivo”. Embora, a voz do aluno deva ser considerada constantemente no desenvolvimento do projeto, em muitos casos, a falta de iniciativa por parte dos mesmos, é uma barreira no desempenho do projeto.

Em Malheiros (2008, p. 62) encontramos algumas atribuições do professor frente ao andamento dos trabalhos. Para a pesquisadora, o professor, em conjunto com os alunos, poderá especificar um fio condutor do projeto e partir de busca de materiais, informações, dados, dentre outros.

Assim, fica evidente a mediação realizada pelo professor, visto que o seu conhecimento sobre o tema escolhido, ainda que não seja completo, é mais abrangente. Desta forma, ele pode questionar junto aos alunos, produzindo novos conhecimentos.

Além disto, de acordo com Malheiros (2008), o professor deve observar o envolvimento de cada participante, procurando integrar aqueles que estão dispersos, identificando a importância de cada um nos trabalhos.

O Projeto de Modelagem Matemática não deve ser "fatiado" entre os alunos, todos deverão estar envolvidos em todas as fases. O acompanhamento do projeto e os critérios de sua avaliação também são atribuições do professor, podendo ser construídos junto com os alunos.

Concordamos com os pesquisadores acima citados, reconhecendo que o bom andamento dos trabalhos inicia-se com a mediação do professor e a sua colaboração no direcionamento das atividades. A sua participação mediadora vai desde a construção do planejamento, passando pela integração do grupo através do diálogo constante, até chegar à etapa da construção do conhecimento, tanto da Matemática como do tema do projeto a ser desenvolvido.

Por isso, em nossa pesquisa estaremos atuando como orientadores dos grupos que desenvolverão os Projetos de Modelagem Matemática.

3.2.3. O papel do aluno no desenvolvimento do projeto

É imprescindível que os alunos saibam com muita clareza, qual é o seu papel no desenvolvimento do projeto, visto que todo o desenrolar dependerá das suas escolhas e preferências.

Na perspectiva da Modelagem Matemática, Biembengut e Hein (2009, p. 24-25) descrevem uma metodologia para o envolvimento e a interação dos alunos com o tema, que tem início com pesquisas realizadas por eles a fim de se familiarizarem com o assunto.

Nesse instante, os alunos estarão levantando dados para a elaboração de questões sobre o tema.

De acordo com os pesquisadores, o grupo deverá criar um texto de síntese das pesquisas realizadas e, juntamente com as questões, deverão apresentá-lo ao professor. Neste momento, a socialização e o debate do tema serão oportunos para identificar outras questões e, a partir daí, desenrolar os trabalhos.

Após esta etapa, é desejável que o grupo entreviste um especialista da área com o propósito de esclarecimento de qualquer dúvida específica, podendo até elaborar novas questões.

A metodologia citada anteriormente na Modelagem Matemática está bem próxima daquilo que Hernández e Ventura (1998, p. 72-73) descrevem para o desenvolvimento de um projeto, como visto no quadro 2:

Quadro 2: **Atividades dos alunos durante a realização do projeto**

1. Escolha do tema	Aborda critérios e argumentos
	Elabora um índice individual
2. Planeja o desenvolvimento do tema	Colabora no roteiro inicial da classe
3. Participa na busca de informação	Contato com diferentes fontes
	A informação:
4. Realiza o tratamento da informação	Interpreta a realidade
	Ordena-a e apresenta-a
	Propõe novas perguntas
5. Analisa os capítulos do índice	Individual ou em grupo
6. Realiza um *dossiê* de sínteses	Realiza o índice final de ordenação
	Incorpora novos capítulos
	Considera-o como um objeto visual
7. Realiza a avaliação	Aplicando, em situações simuladas, os conteúdos estudados
8. Novas perspectivas	Propõe novas perguntas para outros temas

Fonte: Hernández e Ventura (1998, p. 69)

Embora a metodologia aponte o que fazer em cada tempo, estas tarefas não são as únicas que os alunos realizam e nem são realizadas da mesma maneira. Eles podem apresentar recursos diferenciados tanto para captação de informações como para o seu tratamento, fazendo uso ou não de tecnologias de informação e comunicação, conforme afirmam Hernández e Ventura (1998, p. 72):

> [...] o efeito inovador sobre a aprendizagem dos Projetos ficaria limitado, já que não levariam em conta que a forma de abordar cada tema deve apresentar variações, que proponham aos alunos problemas novos e lhes ensinem procedimentos diferentes.

Na presente pesquisa, o planejamento da atividade dos alunos / grupo será realizado por meio de diálogos entre professor e alunos, tendo como referência, as recomendações dos pesquisadores citados anteriormente.

3.2.4. Fontes de informações para a interação com o tema

Até aqui, enfatizamos o papel do professor e do aluno durante a elaboração dos Projetos de Modelagem Matemática e, sendo assim, a busca de informações caracteriza a participação direta do aluno no desenvolvimento do projeto, onde ele pode colocar em prática suas iniciativas na busca de informações.

Esse envolvimento caracteriza a autonomia do aluno na organização das pesquisas necessárias ao conhecimento, ou seja, o aluno é livre, de acordo com suas necessidades de conhecimento sobre o tema, para buscar dados, conceitos, realizar pesquisas e ou entrevistas com profissionais da área relativa ao tema. Para Hernández e Ventura (1998), a escola não é o único lugar onde se busca a aprendizagem, mas, o aprender é um ato comunicativo da interação com outros elementos e recursos fora do ambiente escolar, sabendo que estes elementos e recursos possuem informações complementares necessárias para o desenvolvimento da aprendizagem.

Em Malheiros (2008, p. 46), encontramos uma discussão sobre a qualidade da aprendizagem referenciada por Alro e Skovsmose (2006), onde a pesquisadora salienta que os fatores cruciais na facilitação da aprendizagem estão nas relações entre as pessoas; embora o aprender seja um ato pessoal, a aprendizagem é moldada em um contexto das relações interpessoais e o diálogo, como meio de interação, possibilita o enriquecimento mútuo entre as pessoas.

Para Bassanezi (2009, p. 46) e Biembengut e Hein (2009, p. 24-25), a busca de informações relacionadas ao tema escolhido deve acontecer através de levantamentos de dados qualitativos ou numéricos, o que pode ser efetuado através de entrevistas, pesquisas bibliográficas e experiências programadas pelos próprios alunos. Os dados obtidos podem, por exemplo, ser organizados em tabelas para permitir uma melhor análise do tema estudado tendo como suporte a geração de gráficos.

Concordamos com os autores acima, pois sendo os alunos os mais interessados em adquirir conhecimentos, é natural que estejam empenhados na busca e evolução destes conhecimentos. Então, em um Projeto de Modelagem Matemática, podemos partir do princípio de que o aluno deve ter uma interação com o ambiente de sua pesquisa, buscando extrair, de acordo com os questionamentos levantados, informações para análise.

Barbosa (2001) deixa claro que essa interação com o ambiente de aprendizagem, no âmbito da modelagem, é o espaço que os alunos têm para indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações da realidade.

Em nossa pesquisa, os grupos de alunos terão a oportunidade de se utilizar de qualquer recurso que esteja ao seu alcance, tais como: internet, entrevista com profissionais das áreas relacionadas ao tema do projeto, revistas, jornais, livros, visitas a ambiente que retratem o seu tema, dentre outros, para se aprofundarem no tema investigado.

A partir desse ponto então, eles poderão iniciar o levantamento de dados, organizando-os de uma forma sistemática, visando à identificação de variáveis e a elaboração de modelos.

3.2.5. Desenvolvimento do Projeto de Modelagem Matemática

No desenvolvimento de um Projeto de Modelagem Matemática, encontramos na construção do modelo matemático a representação simplificada do tema estudado. Para Bassanezi (2009, p. 29), "o modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente". Desta maneira, os alunos têm oportunidade de retratar os conhecimentos adquiridos e dar significados, no contexto social, das pesquisas realizadas.

No entanto, para o desenvolvimento de um Projeto de Trabalho, o resultado do modelo, por vezes, não é tão relevante assim, pois o foco está na execução do processo. Às vezes, não se concebe um modelo eficiente para representar certo fenômeno de estudo o que, de certa forma, vai ao encontro de uma das características do trabalho com Projetos na educação: a não valorização excessiva dos fins a serem atingidos.

Na Modelagem Matemática, com o enfoque pedagógico, este fato também é uma realidade. De acordo com Bassanezi (2009, p. 38), o fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria Matemática.

Para o pesquisador, o processo utilizado para a Modelagem Matemática é mais importante que o modelo obtido, possibilitando uma análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural.

É neste ponto que se encontram a teoria e a prática, como discutimos no capítulo anterior. Os alunos experimentam uma dimensão vivencial e têm a oportunidade de, por meio de uma situação real, dar sentido à sua aprendizagem.

Como descreveu Andrade (2003, p. 79), quando discriminou na etapa de formalização do projeto, a construção lógica do conhecimento é a "etapa de apresentação final do projeto e seus resultados".

Consideramos, ainda, que um projeto não pode nem deve ser engavetado. Então, devemos pensar na forma de divulgação dos trabalhos aos colegas de classe e/ou à comunidade escolar, para que o "engavetamento" não aconteça.

3.2.6. Validação do Modelo Matemático

Bassanezi (2009, p. 30) define a validação como "o processo de aceitação ou não" do modelo proposto. Deve-se aqui, testar os dados levantados na etapa de coleta de dados e verificar os questionamentos norteadores do Projeto de Modelagem Matemática com o modelo construído previamente. Bassanezi (2009, p. 30) considera que um bom modelo matemático:

> [...] é aquele que o usuário, especialista na área onde se executou a modelagem, o considera como tal, tendo as qualidades de ser suficientemente simples e representar razoavelmente a situação analisada.

Além do exposto sobre a validação propriamente dita, podemos também validar o projeto a partir das observações que outros sujeitos propõem interagindo com o projeto.

Em nossa pesquisa, buscaremos instigar os alunos participantes a buscar a validação dos modelos obtidos no processo, confrontando-os com as interpretações derivadas do modelo e também com a literatura relacionada ao tema de cada projeto.

3.2.7. Avaliação do Projeto de Modelagem Matemática

Com a implementação de um Projeto de Modelagem Matemática, a avaliação assume uma função diferenciada em relação ao modelo tradicionalmente praticado na escola. Não basta apenas pontuar os erros evidenciados no desenvolvimento do projeto. Andrade (2003, p. 80) descreve a avaliação como um processo contínuo no desenvolvimento do projeto e que deve ter uma característica formativa sendo, em algum momento, também somativa, apresentando os resultados alcançados para os alunos, para professor e para a escola. A característica formativa possibilita a interlocução entre professor e alunos visando o refinamento do projeto e até mesmo, a introdução de um novo problema.

Para Hernández e Ventura (1998, p. 90), "a avaliação com um sentido significativo não é só a avaliação dos alunos. É, sobretudo, a confrontação das intenções do professor com sua prática"; deve ter como finalidades a orientação do trabalho e a autonomia do aluno com relação ao seu processo de aprendizagem.

Parece-nos natural, também, a realização por parte dos alunos de uma auto-avaliação da aprendizagem adquirida, do envolvimento e da integração do grupo. Alguns instrumentos de avaliação podem ser enumerados, tais como a socialização dos resultados e geração de um dossiê do projeto.

Na socialização, através da oralidade, cada aluno participante do projeto tem a oportunidade de relatar as experiências e aprendizagens vivenciadas. Já com o dossiê, um dos componentes para avaliação, cada grupo tem um instrumento de organização, ordenação e apresentação de todos os materiais reunidos ao longo de um projeto.

Biembengut e Hein (2009, p. 27) sugerem que seja adotada uma teoria de avaliação considerando dois aspectos principais: avaliação como fator de redirecionamento do trabalho do professor; avaliação para verificar o grau de aprendizado do aluno. Neste último caso, os pesquisadores apontam para uma avaliação subjetiva (a observação do professor) e uma avaliação objetiva (provas, exercícios, trabalhos realizados).

Entendemos que a questão da avaliação não deve significar simplesmente medir a aprendizagem do aluno através de uma nota; mas sim, avaliar a aprendizagem e a produção a partir dos registros, do posicionamento dos alunos, de suas observações e dos seus discursos na análise e interpretação do Projeto de Modelagem Matemática desenvolvido.

Neste capítulo, delineamos as principais características adotadas para o desenvolvimento da pesquisa utilizando como referenciais teóricos Projetos de Trabalho e Modelagem Matemática.

Consideramos que a prática de projetos pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem no meio educacional, cabendo a cada professor implementar em suas aulas o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática como uma atividade fundamental para a formação global dos seus alunos.

Assim, procuraremos, a partir do próximo capítulo, propor caminhos para a elaboração e o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura de Matemática, dentro de uma metodologia de pesquisa que contemple todas as fases acima descritas de um projeto, fazendo assim convergências e tentando evidenciar algumas de suas contribuições para a formação de Professores de Matemática.

Capítulo 4

CONTEXTO E PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

> “O trabalho colaborativo e a pesquisa colaborativa entre professores de diferentes instituições e níveis de ensino, têm surgido no mundo inteiro como uma proposta às mudanças sociais, políticas, culturais e tecnológicas que estão ocorrendo em escala mundial. Mudanças essas que colocam em cheque as formas tradicionais de educação e desenvolvimento profissional de professores e de produção de conhecimentos.”
>
> Dario Fiorentini

Neste capítulo, descrevemos o contexto e os procedimentos da pesquisa. Iniciamos retomando mais uma vez a nossa questão de investigação, os objetivos e a metodologia da pesquisa.

A seguir, apresentamos o cenário onde ocorreu a pesquisa, uma descrição dos participantes e um detalhamento dos encontros ocorridos, em sala de aula, para o desenvolvimento do Projeto de Modelagem Matemática.

Descrevemos cada encontro, a partir dos registros do diário de campo, elaborado pelo professor pesquisador, procurando destacar as etapas da Modelagem Matemática e dos Projetos de Trabalho, apresentados no capítulo anterior. Finalmente, apresentamos os instrumentos metodológicos da pesquisa.

4.1. Retomando a Questão de Investigação

Nos capítulos anteriores, priorizamos as discussões sobre Modelagem Matemática, Projetos de Trabalho e Ensino de Álgebra Linear, mais especificamente, Ensino de Sistemas Lineares.

Tais discussões nos permitiram elaborar a seguinte questão, passível de investigação, que se relaciona com a formação inicial de professores em cursos de Licenciatura em Matemática:

Como o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática que abordam / exploram Sistemas Lineares pode contribuir para a formação de professores em cursos de Licenciatura em Matemática?

Tal questão está relacionada a trabalhos de pesquisa de Modelagem Matemática, de Educação Matemática no Ensino Superior e, mais especificamente, a trabalhos relacionados ao Ensino de Álgebra Linear.

Nosso trabalho se enquadra na Linha de Pesquisa 1: Educação Matemática Superior, Informática Educacional e Modelagem Matemática, do Mestrado Profissional de Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.

4.2. Retomando os Objetivos

De uma forma geral, objetivamos apresentar a Modelagem Matemática, que é uma das tendências da Educação Matemática, como proposta para discutir o ensino de Álgebra Linear (Sistemas Lineares).

Mais especificamente, pretendemos identificar algumas contribuições da Modelagem Matemática para a formação de professores em cursos de Licenciatura em Matemática a partir da elaboração, desenvolvimento e avaliação de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a conteúdos de Álgebra Linear trabalhados nos Ensinos Médio e Superior (Sistemas Lineares).

Retomaremos, mais uma vez, nossos objetivos, por ocasião da elaboração das considerações finais de nossa pesquisa.

4.3. Retomando a Metodologia de Pesquisa

Nossa investigação pode ser classificada como qualitativa, não só pelos seus objetivos como também pelos instrumentos de coleta de dados os quais serão detalhados no final do presente capítulo. Entendemos como pesquisa qualitativa aquela em que a pergunta diretriz é elaborada de forma questionadora / problematizadora e os participantes nela envolvidas são fundamentais para a obtenção de respostas à pergunta, sob critérios de credibilidade, fornecendo informações mais descritivas que primam pelo significado dado às ações dos participantes nas perspectivas de Borba e Araújo (2004) e Alves-Mazzotti (1998).

Bogdan e Biklen (1994, p. 47-51) apresentam uma caracterização de pesquisas qualitativas que nos permite dimensionar a sua abrangência e fundamentar a metodologia de pesquisa desta dissertação, como segue:

1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal;

2. A investigação qualitativa é descritiva;

3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos;

4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os dados de forma intuitiva;

5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Assim, ressaltamos que, para identificar possíveis contribuições da Modelagem Matemática para a formação inicial de Professores de Matemática em cursos de Licenciatura, partimos da elaboração de Projetos de Modelagem Matemática, desenvolvidos pelos grupos de alunos participantes em sala de aula, perpassando pelo seu desenvolvimento e culminando com a sua apresentação pública e avaliação.

Assim, também nos valemos, na realização das atividades, da observação e acompanhamento dos participantes, da relação de observador-observado, coadunando com Borba e Araújo (2004, p. 43) quando, ao se referirem à importância da pesquisa qualitativa, reiteram que:

> [...] a metodologia de pesquisa é importante não como um corpo rígido de passos a serem seguidos, já que acreditamos que o ser humano é o principal ator no processo de pesquisar em geral [...] Por outro lado, não cremos que exista conhecimento sem o humano, e nem que uma mera opinião sobre o que interrogamos tenha o mesmo valor de uma pesquisa qualitativa desenvolvida sob determinadas normas acordadas pela comunidade que desenvolve pesquisa.

O diário de campo foi a forma de registro de dados utilizado pelo pesquisador durante os encontros dos grupos na realização dos Projetos de Modelagem Matemática, onde foram descritos os diálogos entre o pesquisador e os participantes, suas observações e os detalhamentos dos projetos (ALVES-MAZZOTTI, 1998, p. 167).

Os dados obtidos do diário de campo, juntamente com os dados coletados a partir de nossos questionários, com questões abertas, permitiram-nos realizar a análise de dados descrita no Capítulo 5 e retomada nas Considerações Finais.

Os capítulos iniciais de nossa dissertação podem ser considerados frutos de nossa pesquisa teórico-bibliográfica sobre Modelagem Matemática, Educação Matemática no Ensino Superior, destacadamente o Ensino de Sistemas Lineares, e a teoria de Projetos de Trabalho.

Nossa pesquisa documental se constituiu na análise de livros didáticos de Álgebra Linear utilizados em cursos de Licenciatura em Matemática apresentada no Capítulo 2, na qual buscamos destacar a abordagem dos livros para os diversos tópicos do ensino de Sistemas Lineares.

Já a nossa pesquisa de campo foi realizada com alunos de Licenciatura em Matemática da Faculdade Pereira de Freitas, na cidade de Ipatinga – MG, a partir da elaboração, desenvolvimento e avaliação de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a conteúdos de Álgebra Linear trabalhados nos Ensinos Médio e Superior (Sistemas Lineares).

Passaremos, agora, a apresentar um detalhamento de todas as atividades que constituíram nossa pesquisa de campo, buscando descrever o contexto em que elas foram realizadas, seus participantes e os envolvimentos de cada grupo nos seus respectivos Projetos de Modelagem Matemática.

4.4. Apresentando o contexto da pesquisa

A pesquisa foi realizada no 2º semestre letivo de 2010, na disciplina “Matemática Básica III”, obrigatória do curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade Pereira de Freitas, na cidade de Ipatinga – MG, tendo sido ministrada pelo próprio pesquisador.

A ementa da disciplina compreendeu os seguintes tópicos: “Matrizes; Determinantes; Sistemas Lineares; Progressões Aritméticas; Progressões Geométricas”.

A carga horária da disciplina foi de 60 (sessenta) horas, ministradas no turno da noite às 4as e 5as feiras, de agosto a dezembro de 2010.

Havia 15 (quinze) alunos matriculados na disciplina. Todos eram regularmente matriculados no 3º Período do curso de Licenciatura em Matemática que é estruturado ao longo de 6 (seis) períodos letivos, perfazendo um total de 3 (três) anos.

Esses alunos foram convidados a participar de nossa pesquisa. Após detalharmos seus objetivos e instrumentos, todos eles aceitaram o convite. Portanto, a partir de agora, denominaremos tais alunos simplesmente de "participantes" de nossa pesquisa.

Dentre os 15 (quinze) participantes, podemos destacar que:

- 4 (quatro) eram homens e 11 (onze) eram mulheres (como o gênero dos participantes em nada influencia nossa pesquisa, a partir de agora, iremos nos referir a todos os participantes sempre no gênero masculino);

- 3 (três) haviam concluído o Ensino Médio em escolas particulares, 9 (nove) em escolas públicas e 3 (três) em cursos supletivos;

- 6 (seis) já atuavam como Professores de Matemática no Ensino Fundamental, dos quais 3 (três) tinham menos de 5 (cinco) anos de experiência docente e 3 (três) tinham entre 5 (cinco) e 10 (dez) anos em sala de aula;

- Os demais 9 (nove) trabalhavam em diversos outros setores do mercado, tais como: concessionárias de automóveis, empresas públicas, relojoarias e comércio em geral.

4.5. Descrevendo os encontros com os participantes

A disciplina "Matemática Básica III" teve início no mês de agosto de 2010, com o estudo de Matrizes: Definições, Classificações, Operações, Propriedades e Matrizes Inversas. No mês de setembro de 2010, foi realizado o estudo dos Determinantes: Definições, Cálculos, Teoremas e Propriedades.

Cabe destacar que ao final do conteúdo de Matrizes, procuramos apresentar algumas aplicações das representações e das operações com Matrizes relacionadas à Economia (preços e vendas de produtos) e também à Criptografia (Iniciação), utilizando Matrizes Inversas. As aplicações foram abordadas no contexto de uma situação-problema, entretanto, restritas as atividades encontradas em livros que adotamos como referências bibliográficas para a disciplina. Para as aplicações em Economia trabalhamos com Boldrini e outros (1986), nossa referência principal e para as aplicações em Criptografia trabalhamos com Santos (2009), nossa referência secundária.

No mês de outubro de 2010, então, iniciamos o estudo de Sistemas Lineares, onde desenvolvemos os Projetos de Modelagem Matemática.

Na 1ª aula (06/10/2010), introduzimos o assunto a partir de uma situação-problema relacionada às transformações químicas dos elementos da natureza (BOLDRINI e OUTROS, 1986). Ao se investigar o problema proposto, deparamo-nos com um Sistema Linear de 2 (duas) equações e 3 (três) variáveis.

A partir desse exemplo, definimos e exemplificamos Equações Lineares e suas soluções, Equações Homogêneas e suas soluções, concluindo com a definição de Sistemas de Equações Lineares em geral.

Na 2ª aula (07/10/2010), trabalhamos na Resolução e Classificação de Sistemas Lineares de 2 (duas) equações e 2 (duas) variáveis e na interpretação geométrica das soluções. A seguir, apenas apresentamos os Sistemas Lineares de 3 (três) equações e 3 (três) variáveis.

Nessa aula, fizemos o convite aos alunos para participarem de nossa pesquisa, explicando, em linhas gerais seus objetivos e o que vem a ser um Projeto de Modelagem Matemática. A seguir, aplicamos o Questionário Inicial (detalhado nos instrumentos metodológicos de pesquisa na próxima seção).

Na sequência, informamos aos participantes que, para o trabalho com os projetos, haveria a necessidade de divisão da turma em 3 (três) grupos de 5 (cinco) integrantes cada um.

A seguir, explanamos de forma geral, os temas que seriam trabalhados nos projetos, deixando claro que uma possibilidade seria a escolha dos temas pelos próprios participantes, na perspectiva de Malheiros (2008). Entretanto, devido aos propósitos de nossa pesquisa, estaríamos apresentando os temas para os participantes e passaríamos a atuar, então, na mediação do desenvolvimento desses temas, nas perspectivas de Hernández e Ventura (1998) e Andrade (2003).

Os temas que apresentamos foram por nós escolhidos a partir de ideias trazidas por livros didáticos como aplicações de Sistemas Lineares (BOLDRINI e OUTROS, 1986; KOLMAN, 1999; ANTON e RORRES, 2001) e de leituras de textos a eles relacionados. São eles:

Tema 1) Nutrição Balanceada: Alimentação diária equilibrada;
Tema 2) Condicionamento Físico: Academias de ginástica;
Tema 3) Circuitos Elétricos: Correntes e redes elétricas.

Os participantes, então, a partir da colocação dos temas no quadro negro, passaram à discussão e cada um optou livremente por um tema, não havendo discórdia na distribuição dos participantes pelos temas; ocorreram apenas, algumas manifestações de participantes que também consideraram interessantes outro(s) tema(s).

Dessa forma, o agrupamento foi feito livremente pelos participantes, não havendo qualquer interferência de nossa parte.

A partir da divisão em grupos, explicamos os próximos passos do trabalho com os projetos. Para a aula seguinte, solicitamos que todos procurassem uma interação com o tema escolhido, a partir de leituras especializadas (livros e revistas técnicas) e de pesquisas bibliográficas virtuais.

Na semana de 11 a 15 de outubro de 2010, não ocorreram aulas (recesso escolar). Assim, a 3ª aula (20/10/2010) iniciou-se realizando uma pequena apresentação sobre Projetos de Modelagem Matemática e entregando aos alunos uma pequena síntese (a síntese da apresentação segue no Apêndice A).

Procuramos inicialmente apresentar alguns referenciais teóricos relacionados à Educação Matemática no Ensino Superior (REIS, 2003) e a Modelagem Matemática (BARBOSA, 2001; ALMEIDA e DIAS, 2007; BASSANEZI, 2009; BIEMBENGUT e HEIN, 2009).

A seguir, apresentamos um pouco sobre Projetos de Trabalho (ANDRADE, 2003) e um quadro comparativo entre o trabalho com Modelagem e o trabalho com Projetos (RIPARDO e OUTROS, 2009). Concluímos explicitando algumas etapas para o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática e ressaltando a importância da Modelagem Matemática para a formação de professores (REIS e OUTROS, 2005).

Após a apresentação, orientamos cada grupo para se reunir e trocar as informações obtidas a partir das leituras e pesquisas realizadas individualmente. Ressaltamos que, de acordo com as etapas do desenvolvimento de um Projeto de Modelagem Matemática descritas na apresentação realizada, daquele momento em diante, cada grupo deveria começar a trabalhar na definição / delimitação de uma questão problematizadora, isto é, de uma situação-problema que serviria como mola propulsora de todas as demais etapas do projeto, incluindo um aprofundamento da interação com o tema, a coleta e matematização dos dados e ainda, a elaboração e validação do modelo matemático.

Assim, cada grupo buscou delimitar a questão de pesquisa a partir das discussões e dos materiais de pesquisas trazidas para esta aula. Observamos o envolvimento dos participantes e verificamos que pelo menos um participante de cada grupo trouxe para a discussão, artigos, tabelas, cadernos escolares e livros que foram utilizados como fontes de pesquisas relacionadas aos diversos temas.

No Grupo 1 (Nutrição Balanceada), alguns participantes se manifestaram muito interessados pelo assunto por tratar-se de um tema atual e relacionado à saúde e à manutenção do corpo.

O Grupo 2 (Condicionamento Físico) discutiu de que forma o grupo poderia problematizar a questão do seu projeto.

No Grupo 3 (Circuitos Elétricos), um participante que já havia estudado eletricidade há algum tempo, trouxe o seu caderno para compartilhar com o grupo. O grupo, ainda insatisfeito com os materiais trazidos para pesquisa, foi até a biblioteca para buscar outros livros que abordassem o tema.

A 4ª aula (21/10/2010) foi marcada pela ausência de alguns participantes dos diversos grupos, o que não impediu o andamento dos projetos.

Nessa aula, seguindo a metodologia proposta, cada grupo deveria desenvolver e registrar as seguintes atividades:

1) Criação de um título para o trabalho;
2) Elaboração de uma questão de investigação;

O Grupo 3 (Circuitos Elétricos), talvez por não contar com todos os seus componentes, encontrou alguma dificuldade para as discussões. O pesquisador, atuando como mediador dos trabalhos, fomentou a discussão com alguns questionamentos.

Descrevemos alguns trechos registrados em nosso diário de campo, nos quais nos identificaremos como P (pesquisador) e identificaremos os participantes com nomes fictícios:

P: Qual nome poderíamos dar para o Projeto de Modelagem?

Maurício: Poderíamos colocar “Análise de um circuito elétrico”.

P: É um bom título. Depois você pode apresentar para o restante do grupo para entrar em consenso.

Ivone: Tenho um filho que estuda Engenharia Elétrica, vou convidá-lo para falar um pouco sobre circuitos elétricos.

P: Isso mesmo. É sempre bom ouvir uma pessoa especialista no tema para nos esclarecer. Isto também é uma fonte de pesquisa.

Maurício: Como estamos estudando a Matemática, então precisamos identificar a Matemática estudando o circuito elétrico.

P: Não vamos nos preocupar com a Matemática agora. Isto ocorrerá ao longo dos trabalhos. Como este projeto poderá ser desenvolvido no Ensino Médio, sugiro que simplifiquem o circuito elétrico, ou seja, comecem pelo mais simples até sentirem segurança.

Maurício: Professor, eu trouxe esta pesquisa que fiz na internet, vamos dar uma lida para absorvermos os principais conceitos.

P: Muito bem. Enquanto isso, estarei acompanhando os demais grupos.

O Grupo 1 (Nutrição Balanceada) iniciou a discussão a partir de dois textos intitulados “Alimentação Equilibrada – Você é o que você come!” e “A dieta que deixa você jovem e magra”. O grupo passou a ler os textos e a discutir a questão problematizadora. A discussão transcorreu a partir de uma observação de um participante:

Marcos: O que acontece com uma pessoa que come excessivamente à noite e dorme?

Laís: A tendência desta pessoa é de engordar, pois não vai gastar nenhuma energia após a alimentação.

Marcos: Então, podemos falar deste tipo de comportamento.

P: Ótima ideia! Procurem clarear mais, procurando delimitar o problema para estudarem.

Lara: Podemos também estudar a quantidade de calorias que uma pessoa ingere numa refeição.

P: Isto mesmo, para isto vocês deverão analisar o cardápio de refeição de uma pessoa. Vou deixar vocês discutindo, depois eu volto.

No Grupo 2 (Condicionamento Físico), a discussão demonstrava a existência de algumas divergências. Após delimitarem o problema de perda de calorias que uma pessoa obtém quando pratica ginástica, a discussão estava em determinar as variáveis para o estudo. Algumas variáveis de discussão eram “tempo de exercícios”, “calorias que uma pessoa deveria perder”, “tipo de exercícios”, “peso da pessoa” e, por fim, foi discutida, inclusive, a influência do metabolismo de cada pessoa, como condição importante para a perda de mais ou menos calorias.

Ocorreram algumas indagações na discussão:

Dinei: É claro que nem todas as pessoas perdem as mesmas quantidades de calorias praticando a mesma atividade física no mesmo tempo, elas possuem metabolismo diferente.

Edinéia: Então não é possível pensar num modelo matemático que se aplica a todas as pessoas.

P: Esta discussão é boa e vai originar um bom trabalho. Identifiquem os dados que caracterizam as variáveis que vocês estão falando. Acho interessante delimitar o problema, já que, pensar em todas variáveis ao mesmo tempo, pode dificultar os trabalhos.

Carla: Telefonei para uma pessoa que tem uma academia para falar do nosso tema, mas ela disse que precisaria pesquisar na internet para responder aquilo que eu estava querendo. Falei para ela que não precisava disto e agradeci.

Edinéia: Nós podemos definir as variáveis considerando que as pessoas têm o mesmo porte físico.

P: Procurem algum especialista na área, ou então visitem alguma academia de ginástica para ver como funciona.

Ao término da aula, ficou decidido que, para a próxima aula, os participantes deveriam iniciar uma coleta de dados a partir das pesquisas e discussões realizadas.

A 5ª aula (27/10/2010) teve como foco a análise e matematização inicial dos dados coletados.

O Grupo 3 (Circuitos Elétricos) iniciou pela elaboração de um modelo matemático que calcula o custo gasto por minuto para se tomar um banho, considerando um circuito elétrico composto, pelo padrão da empresa fornecedora de energia elétrica a 127 V, de uma lâmpada acesa de 60 W e de um chuveiro elétrico. Eles esboçaram o desenho do circuito elétrico representativo desta combinação com os seguintes componentes: circuito, gerador e resistências e, a seguir, discutiram algumas variações no modelo:

Fábio: Professor, encontrei um problema nesse modelo. Como se tem duas resistências, da lâmpada e do chuveiro, ligados, o modelo funciona, mas, se a lâmpada estiver apagada, já não funciona mais, porque o valor da resistência da lâmpada, que está no denominador, não vai existir.

P: Você tem razão, pois neste caso, nem o valor zero poderá aparecer. Nesta situação, o custo não será influenciado pela lâmpada.

Fábio: Podemos criar outro modelo matemático para esta situação?

P: Acredito que sim! Talvez esta seja uma solução. Dê uma analisada no modelo e veja se não existe outra solução.

Nesse encontro, esteve presente um estudante de Engenharia Elétrica, que foi convidado para esclarecer alguns conceitos de circuito elétrico. O pesquisador, juntamente com o grupo, propôs dois modelos de circuitos elétricos para discussão e elaboração de modelos.

O Grupo 1 (Nutrição Balanceada) elaborou um programa diário de dieta a partir dos dados e informações coletados. Eles tinham em mãos uma tabela que determina o valor calórico, carboidrato, lipídios, proteínas, etc, de cada alimento e fizeram uma proposta para o café da manhã, o lanche matinal, o almoço, o lanche da tarde, o jantar e o lanche da noite. Houve muita discussão no grupo, pois não tinham ideia de como poderiam criar um modelo que representasse a quantidade de alimentos necessários a uma pessoa, para contemplar a quantidade de calorias programadas para a dieta:

Marlize: Nós vamos envolver todas as etapas da dieta?

Marcos: Eu estava pensando em fazer isto.

Laís: Porque não pegamos apenas o café da manhã?

P: É um bom começo. Pelo menos vocês irão perceber melhor a Matemática envolvida. Vocês ainda podem escolher, no café da manhã, apenas três alimentos para começar!

Marcos: É isto mesmo, vamos pensar um pouco melhor nisso.

Marlize: Eu conheço uma nutricionista e vou tentar trocar uma ideia com ela.

O Grupo 2 (Condicionamento Físico) retomou algumas discussões já iniciadas no encontro anterior:

Marcela: Eu pesquisei uma tabela de perda de calorias por atividade física, mas esqueci em casa.

P: Tenho uma tabela que pesquisei na internet, se quiserem podem utilizá-la.

Marcela: Esta tabela é semelhante à tabela que tenho em casa.

P: Observem que esta tabela é uma matriz que contém a perda de calorias por cada atividade física, de acordo com o peso da pessoa. E esta outra tabela é um programa semanal (segunda-feira a sexta-feira) que indica o total de horas, por cada atividade física, que esta pessoa deverá fazer.

Dinei: Deixe dar uma olhadinha...

P: Procurem fazer uma simplificação do problema que vocês levantaram.

Na 6ª aula (28/10/2010), o pesquisador introduziu a técnica de resolução de sistema por escalonamento, com exemplificações, utilizando sistemas de 3 (três) equações e 3 (três) variáveis e sistemas de 2 (duas) equações e 3 (três) variáveis. Foi realizado o escalonamento, a resolução e a discussão de cada um dos sistemas propostos. A seguir, os grupos se reuniram para continuar com as atividades dos projetos, buscando criar o modelo matemático e, a seguir, iniciar a validação do modelo a partir da sua resolução aplicando a técnica de Escalonamento de Gauss.

O Grupo 3 (Circuitos Elétricos) discutiu o modelo matemático do circuito elétrico, elaborado por eles, contendo 2 (dois) geradores e 3 (três) resistências, distribuídos em 2 (duas) malhas internas. O modelo elaborado tinha como objetivo determinar a quantidade de correntes elétricas em cada nó do circuito elétrico. Para isso, eles aplicaram as Leis de Kirchhoff[17] para a corrente elétrica (Conservação de carga) e para a voltagem (Conservação da energia) e Lei de Ohms[18] (Voltagem).

O sistema linear encontrado para esse circuito elétrico foi constituído de 3 (três) equações lineares com 3 (três) variáveis. O grupo ainda não tinha resolvido / validado o modelo, ficando esta tarefa para a próxima aula.

O Grupo 1 (Nutrição Balanceada) tinha muitos dados nas mãos, mas eles estavam em dúvida em como elaborar o modelo.

O pesquisador, então, sugeriu que eles fizessem um recorte da situação-problema, escolhendo 3 (três) alimentos e estudando os principais nutrientes encontrados neles, relacionando-os com a quantidade diária necessária a cada pessoa. O grupo criou uma matriz com 3 (três) alimentos: pão com manteiga, café com leite e uma fruta (mamão papaia), estudando 3 (três) nutrientes encontrados neles: lipídios, carboidratos e proteínas.

Verificando a tabela que determina a quantidade diária necessária a cada pessoa, o grupo desenvolveu um modelo matemático, caracterizado por um sistema de equações lineares de 3 (três) equações com 3 (três) variáveis, ficando a sua verificação e validação a ser realizada na próxima aula.

O Grupo 2 (Condicionamento Físico) estendeu mais as discussões sobre o tema, remarcando um encontro extraclasse para a elaboração do modelo. O encontro ficou marcado

---

[17]A conservação de energia está contida na Lei de Kirchhoff para a voltagem: a diferença de potencial total medida em qualquer ciclo é zero. A conservação de carga está contida na Lei de Kirchhoff para a corrente: em qualquer nó, a corrente total que chega ao nó é igual à corrente total que deixa o nó. Isso garante que a carga elétrica não se acumula desaparece em um nó, de modo que o fluxo de corrente através do nó é estacionário (Kolman, 1999, p. 354).

[18]A Lei de Ohms afirma que a diferença de potencial através de um resistor é o produto da corrente que passa por ele pela resistência, ou seja, E = I.R (Anton e Rorres, 2001, p. 368).

para o dia 02/11/2010 (feriado).

Todos os grupos foram orientados a fazer uma apresentação dos resultados das pesquisas na próxima aula, e também, no 1º Seminário de Educação Matemática da Faculdade. Essas apresentações, dentro da metodologia proposta, permitirão socializar as pesquisas realizadas no contexto educacional, e também, fornecerão elementos necessários para a avaliação dos Projetos de Modelagem Matemática

A 7ª aula (03/11/2010) iniciou-se com a apresentação dos resultados alcançados pelos grupos com os Projetos de Modelagem Matemática. O objetivo da apresentação era de socializar e discutir os temas pesquisados e avaliar os trabalhos entre os próprios participantes.

O Grupo 3 (Circuitos Elétricos) apresentou o projeto iniciando com a questão de investigação: **Como calcular as correntes elétricas que percorrem um circuito elétrico?**

Fizeram o esquema do modelo do circuito no quadro e, a partir dele, elaboraram o modelo matemático constituído por um sistema linear de 3(três) equações e 3 (três) variáveis.

Na construção do modelo, o grupo apresentou os componentes elétricos utilizados e, a seguir, discutiu as Leis de Kirchhoff para a corrente elétrica e para a voltagem. Essas leis, de acordo com o grupo, foram informações necessárias para a construção do modelo. Os dados foram coletados do próprio modelo.

A seguir, o Grupo 2 (Condicionamento Físico) esclareceu que eles realizaram a pesquisa buscando dados na internet e consultando um *personal trainner* em uma academia de ginástica.

Eles apresentaram os dados coletados constituídos basicamente de duas tabelas: uma que indicava a quantidade de calorias perdida por modalidade de atividade física e outra que representa um programa diário em horas destas atividades. Com estas tabelas, o grupo procurou responder a seguinte questão: **Qual é a quantidade de calorias que uma pessoa perde em um programa de ginástica considerando as modalidades: caminhar, correr e andar de bicicleta?**

O grupo construiu duas matrizes com os dados coletados e a seguir, fizeram as multiplicações obtendo assim, a solução. A seguir, o grupo buscou re-elaborar o modelo utilizando sistemas lineares.

O Grupo 1 (Nutrição Balanceada) iniciou a apresentação dizendo que foi necessário fazer uma simplificação do problema que estavam pesquisando porque encontraram muitas variáveis.

Portanto, escolheram o café da manhã para analisar a questão: **Qual é a quantidade de carboidratos, lipídios e proteínas que uma pessoa sedentária necessita, no café da manhã, considerando que ela se alimentará de café com leite, pão com manteiga e mamão papaia?**

A partir dos dados coletados em livros de nutrição, o grupo construiu um modelo matemático utilizando um sistema linear de 3(três) equações e 3(três) variáveis para responder a questão.

A 8ª aula (04/11/2010) constitui-se na realização do I Seminário de Modelagem Matemática da Faculdade Pereira de Freitas, com o tema “Modelagem Matemática”.

Inicialmente, o professor orientador de nossa pesquisa proferiu uma palestra intitulada “Modelagem Matemática: Algumas considerações e perspectivas”. A seguir, os 3 (três) grupos apresentaram um pouco de seus Projetos de Modelagem, desde o despertar para o tema, passando pela questão de investigação e concluindo com a elaboração e resolução dos modelos matemáticos constituídos por sistemas lineares.

Os relatórios completos de cada grupo seguem nos anexos do presente estudo.

Na 9ª aula (10/11/2010), fizemos uma avaliação do trabalho com os Projetos de Modelagem Matemática e solicitamos o preenchimento imediato do Questionário de Avaliação do Projeto e, em casa, do Questionário Final (detalhados nos instrumentos metodológicos de pesquisa na próxima seção).

Na 10ª aula (11/11/2010), recolhemos o Questionário Final e prosseguimos ao conteúdo de Sistemas Lineares com a apresentação da Regra de Cramer e a solução e classificação de Sistemas Homogêneos.

4.6. Apresentando os instrumentos metodológicos de pesquisa

Como instrumentos de coleta de dados, além dos registros no diário de campo dos diálogos dos participantes, das observações do pesquisador no desenvolvimento do Projeto de Modelagem Matemática e da sua apresentação pública, optamos pela aplicação de 3 (três) questionários, todos integrados por questões abertas; com isso, acreditamos que as respostas apresentadas pelos participantes deverão ser analisadas à luz da elaboração de categorias de análise que identifiquem contribuições de nossa pesquisa para uma mudança de suas concepções.

4.6.1. Questionário Inicial

Inicialmente, foi aplicado o Questionário Inicial, respondido individualmente, contendo as seguintes questões:

1) Na sua experiência como aluno nos Ensinos Fundamental e Médio, você estudou Matemática por meio de aplicações relacionadas a problemas do mundo real? Comente!

2) Quais seriam alguns dos principais tópicos do conteúdo matemático em que as aplicações relacionadas a problemas do mundo real podem contribuir para uma aprendizagem significativa? Por quê?

3) Você se considera preparado para trabalhar com as aplicações da Matemática em seu ensino? Justifique!

4.6.2. Questionário de Avaliação do Projeto

Após a realização dos Projetos de Modelagem Matemática, cada grupo respondeu (em conjunto) ao Questionário de Avaliação do Projeto, contendo as seguintes questões:

1) Como vocês avaliam a sua participação, as suas dificuldades e as suas descobertas no desenvolvimento deste projeto? Comente!

2) Vocês consideram que a implementação deste projeto contribuiu para uma aprendizagem significativa dos conteúdos da Álgebra Linear? Por quê?
3) Vocês têm alguma sugestão de mudança ou acréscimo no projeto em si ou na sua forma de realização? Descreva!

4.6.3. Questionário Final

Após a apresentação dos Projetos de Modelagem Matemática, foi aplicado o Questionário Final, respondido individualmente, contendo as seguintes questões:

1) Você considera importante para a aprendizagem de Matemática a utilização de aplicações relacionadas a problemas do mundo real em seu ensino? Justifique!

2) Quais seriam alguns dos principais tópicos do conteúdo trabalhado na disciplina em que a implementação de Projetos de Modelagem pode contribuir para uma aprendizagem significativa? Por quê?

3) Em quais aspectos o desenvolvimento de Projetos de Modelagem contribuiu para que você se sinta melhor preparado para trabalhar com aplicações relacionadas a problemas do mundo real no ensino de Matemática?

A análise das respostas dadas pelos participantes a todos os questionários será feita no próximo capítulo.

Capítulo 5

DESCREVENDO OS PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA E ANALISANDO OS DADOS: RETOMANDO OS CAMINHOS DA MODELAGEM

> "... os resultados da pesquisa não podem determinar a ação a ser empreendida, mas simplesmente informar o professor, levá-lo a refletir sobre o que acontece e sobre o que ele poderia fazer..."
>
> Gauthier

Descreveremos detalhadamente, agora, os Projetos de Modelagem Matemática apresentados no capítulo anterior. Concluímos com uma análise dos dados obtidos a partir de nossas observações e dos depoimentos fornecidos pelos participantes aos questionários aplicados, tanto individualmente como em grupo.

5.1. Nutrição Balanceada: Alimentação diária equilibrada

O grupo realizou pesquisas na internet, em livros de nutrição e participou de uma palestra com uma nutricionista. Ao longo da pesquisa, o grupo identificou em um programa de alimentação, "o café da manhã" como a principal refeição do dia, conforme uma pesquisa feita na Universidade de Minnesota – USA, concluindo que aqueles que consumiam o café da manhã costumavam manter uma dieta saudável ao longo do dia e eram mais ativos fisicamente em relação aos que "pulavam" essa refeição. Nessa pesquisa, 5 (cinco) anos após o início do estudo, os que tomavam café da manhã diariamente ganharam menos peso e tinham o IMC (Índice de Massa Corpórea) menor do que os que não tomavam. Assim, deve ser dada uma atenção especial ao café da manhã, pois uma boa refeição matinal pode garantir a energia necessária para todo o dia de trabalho.

A partir dessas informações, o grupo decidiu realizar uma simplificação da pesquisa, tendo como foco "o café da manhã", relacionando vários cardápios nos quais a quantidade de calorias adquiridas está em torno de 200 kcal (kilocalorias).

5.1.1. O que comer no café da manhã

Seguem algumas combinações para um café da manhã equilibrado. A combinação ideal é sempre carboidrato, proteína e fruta.

Vejamos, então, algumas opções de café da manhã com aproximadamente 200 kcal:

Cardápio 1) 204 Kcal
- 2 fatias de pão de forma light;
- 1 colher de sopa de queijo cottage;
- 1 xícara de chá de camomila ou café com adoçante;
- 2 fatias de abacaxi;
- 1 copo de iogurte light.

Cardápio 2) 200 Kcal
- 1 fatia de queijo minas frescal;
- 1 xícara de chá ou café com adoçante;
- 1 pão francês sem miolo;
- 1 fatia de mamão.

Cardápio 3) 205 Kcal
- Vitamina: 1 colher de sopa de mistura de aveia e linhaça;
- 1 copo de leite desnatado;
- 1 banana picada;
- 1 fatia de queijo minas frescal;
- 1 xícara de chá ou café com adoçante.

Cardápio 4) 179 Kcal
- 1 ovo mexido;
- 1 fatia de pão light torrado;
- 2 fatias de mussarela light;
- 1 xícara de chá ou café com adoçante;
- 1 copo de água de coco.

Cardápio 5) 202 Kcal
- 2 fatias de pão integral light;
- 2 fatias de mussarela light;
- 1 colher de sopa de geléia diet;
- 1 xícara de chá ou café com adoçante;
- 1 fatia de mamão;
- 1 copo de suco de soja light.

O grupo apresentou, ainda, um cardápio especial ao qual remeteu o sugestivo título de "Aprimorando o tradicional café da manhã":

Cardápio Especial) 240 Kcal
- ½ pão francês integral sem miolo;
- 2 pontas de faca de manteiga ou margarina light (observando o colesterol);
- 1 xícara de café com adoçante;
- 1 xícara de leite desnatado;
- ½ mamão papaia.

Para o desenvolvimento do modelo matemático, o grupo escolheu alguns nutrientes necessários para uma boa alimentação que são os carboidratos, as proteínas e os lipídios, encontrados em alguns alimentos que compõem o cardápio do café da manhã proposto por eles. Esses nutrientes, de acordo com a pesquisa realizada, são responsáveis pelo fornecimento de calorias. Foi feito um levantamento de dados e, a seguir, foi formulada a seguinte problematização:

Para uma pessoa pesando 50 kg e que necessita de 2410 kcal por dia, as quantidades necessárias de carboidratos, proteínas e lipídios[21] são:

Carboidratos: 57% de 2410 = 1374 kcal → ÷ 4 kcal por grama (1374 ÷ 4) = 343 gramas

Lipídios: 30% de 2410 = 723 kcal → ÷ 9 kcal por grama (723 ÷ 9) = 80 gramas

Proteínas: 13% de 2410 = 313 kcal → ÷ 4 kcal por grama (313 ÷ 4) = 78 gramas

[21]Fonte: OMS – Organização Mundial de Saúde em http://www.fazfacil.com.br/saude/calorias.html. Acesso em 20/10/2010.

5.1.2. Elaborando uma questão de investigação

Para o trabalho com a modelagem dos dados, o grupo problematizou o tema, a fim de nortear o desenvolvimento e a elaboração do modelo matemático, com a seguinte questão de investigação: **Qual é a quantidade de carboidratos, lipídios e proteínas que uma pessoa sedentária necessita, no café da manhã, considerando que ela se alimentará de café com leite, pão com manteiga e mamão papaia?**

5.1.3. Modelando os dados

Considerando os dados apresentados e levando-se em consideração que o ideal é que se faça 6 (seis) refeições por dia, foi realizada uma divisão por 6 (seis) da quantidade diária, em gramas, de carboidratos, lipídios e proteínas. Isso foi necessário porque o grupo delimitou a pesquisa apenas ao "café da manhã", encontrando aproximadamente 58 g de carboidratos, 14 g de lipídios e 12 g de proteínas.

Cardápio Tradicional para o café da manhã:

O grupo decidiu fazer um "recorte" em todas as possibilidades de alimentos para compor um cardápio tradicional composto por mamão papaia, pão com manteiga e leite com café.

Foi elaborada uma tabela com as quantidades, em gramas, de nutrientes presentes em uma porção de mamão papaia (porção de 100 g), de pão com manteiga (porção de 50 g) e de café com leite (porção de 200 ml):

Tabela 1: Nutrientes (g) x Alimentos (porção)

Nutrientes	Mamão papaia	Pão com manteiga	Leite com café
Carboidrato (g)	6	32	4
Lipídio (g)	0	6	4
Proteína (g)	0	0	6

<u>Definição das incógnitas:</u>

$x \rightarrow$ Mamão papaia (porção de 100 g)

$y \rightarrow$ Pão com manteiga (porção de 50 g)

$z \rightarrow$ Leite com café (porção de 200 ml)

<u>Elaboração e resolução do Sistema Linear:</u>

Considerando a tabela proposta, o grupo elaborou e resolveu um Sistema Linear 3x3 para se calcular, especificamente, a quantidade de cada porção dos alimentos desse café da manhã, descrito assim:

$$\begin{cases} 6x & +32y & +4z & =58 \\ 0x & +6y & +4z & =14 \\ 0x & +0y & +6z & =12 \end{cases}$$

Foram obtidos os seguintes resultados: $x = 3$ porções de mamão papaia, $y = 1$ porção de pão com manteiga e $z = 2$ porções de leite com café.

Considerando os dados apresentados acima, o modelo refletiu, então, a quantidade necessária de carboidratos, lipídios e proteínas para uma pessoa que pesa 50 kg, que deve consumir 2410 kcal por dia. Obviamente, para pessoas com pesos diferentes, outros valores serão obtidos dentro desse mesmo modelo.

5.2. Condicionamento Físico: Academias de ginástica

Para a interação com o tema, o grupo realizou, além das pesquisas na internet, uma entrevista com um professor de Educação Física, que atua em uma academia de ginástica na cidade de Ipatinga – MG, trazendo o resultado dessas interações para discussões em sala de aula.

Para se orientar melhor, o grupo decidiu seguir os passos / procedimentos propostos sob a forma de um Projeto de Modelagem Matemática, que foi apresentado pelo grupo em seu relatório entregue ao professor / pesquisador o qual, nesse momento, passamos a descrever.

5.2.1. Problematizando o tema a ser desenvolvido

O grupo escolheu a seguinte problematização para trabalhar com o tema do condicionamento físico: **“Perda de peso (calorias) em academias de ginástica”.**

A partir daí, o grupo decidiu investigar o “famoso” IMC, tão associado à questão do peso.

<u>O que é o Índice de Massa Corporal?</u>

O índice de Massa Corporal (IMC) é uma fórmula que indica se um adulto está acima do peso, se está obeso ou se está abaixo do peso ideal, considerado saudável. A fórmula para calcular o índice de massa corporal é IMC = peso (em kg) ÷ altura^2 (em m).

A Organização Mundial de Saúde usa um critério simples para estabelecer a condição de uma pessoa a partir do seu IMC:

Tabela 2: IMC em adultos

IMC	Condição
Abaixo de 18,5	Abaixo do peso
Entre 18,5 e 25	Peso normal
Entre 25 e 30	Acima do peso (sobrepeso)
Acima de 30	Obeso

5.2.2. Apresentando a entrevista com um profissional da área

Como forma de interação, o grupo entrevistou um profissional da área de condicionamento físico, formado em Educação Física e que trabalha em uma academia de ginástica da cidade de Ipatinga – MG.

As perguntas elaboradas e as respostas fornecidas pelo professor estão descritas a seguir.

P1) Existe uma fórmula adequada que é utilizada para calcular a perda de peso para cada pessoa?

R: A fórmula mais precisa para se calcular a perda de peso é sabendo exatamente quantas calorias são ingeridas e quantas calorias são gastas durantes o dia, que seria calorias gastas menos calorias ingeridas que é igual a calorias perdidas no dia. Sabendo-se que 1 kg de gordura tem 7700 calorias. Dependendo do resultado da fórmula anterior, é possível saber quantos dias são necessários para que uma pessoa perca 1 kg de gordura**.**

P2) Quais são os dados específicos e necessários para formular o cálculo?
R: Calorias ingeridas, calorias gastas e quantidade de calorias.

P3) Qual é o aparelho mais adequado para a perda de peso?
R: Existem vários. Todo aparelho capaz de elevar e manter a frequência cardíaca por um período mínimo de 30 minutos é excelente opção, tais como: esteira, bicicleta, aulas de aeróbica, corrida e etc.

P4) Qual é o tempo médio, por dia, que se deve praticar exercícios físicos?
R: 30 minutos seria o mínimo.

P5) Quais são os benefícios que os exercícios físicos podem nos proporcionar?
R: Aumento da resistência física (volume de oxigênio máximo), diminuição da porcentagem de gordura corporal, melhora da vasculação, entre outros.

P6) No caso da esteira elétrica, qual velocidade é a melhor para se exercitar?
R: Isso vai depender de cada indivíduo. O importante não é a velocidade e sim a frequência cardíaca alcançada, que deve ser em média, 70% da sua frequência cardíaca máxima. Cada pessoa necessita de uma velocidade diferente para alcançar esta frequência cardíaca; alguns andando outros correndo**.**

P7) Quanto tempo é necessário para que uma pessoa comece a perder peso?
R: Cada organismo reage de maneira diferente ao estímulo dos exercícios, mas a média de um resultado começa a ser visível a partir de 3 meses.

P8) Qual é a reação do metabolismo com esses exercícios?

R: Com a elevação da frequência cardíaca e o gasto calórico que os músculos proporcionam, o metabolismo acelera ocasionando mais fome para suprir uma necessidade nutricional que a atividade física necessita.

5.2.3. Elaborando uma questão de investigação

A partir da entrevista realizada, o grupo procurou responder à seguinte questão: **Qual é a quantidade de calorias que uma pessoa perde em um programa de ginástica considerando as modalidades: caminhar, correr e andar de bicicleta?**

5.2.4. Formulando uma situação-problema

Inicialmente, o grupo elaborou as seguintes tabelas:

Tabela 3: Calorias queimadas por hora

Peso (kg)	**Atividade Esportiva**		
	Caminhar a 3 km/h	Correr a 9 km/h	Andar de bicicleta a 9 km/h
69	213	650	304
73	225	688	321
77	237	726	338

Tabela 4: Horas por dia para cada atividade

Dia da semana	**Caminhar (horas/dia)**	**Correr (horas/dia)**	**Andar de bicicleta (horas/dia)**
Segunda-feira	1	2	0,5
Quarta-feira	1,5	1	0,5
Sexta-feira	1	1	1

A seguir, o grupo elaborou uma situação-problema, na qual 3 (três) pessoas de pesos diferentes devem montar um programa de exercícios com base nas tabelas descritas anteriormente, ou seja, levando-se em consideração que elas irão freqüentar uma academia de ginástica 3 (três) vezes por semana.

Apesar das pessoas serem “fictícias”, os pesos associados a elas foram considerados com base em pessoas “normais”, incluindo algumas do grupo.

Situação-problema

Ester, Ruthy e Laura são amigas que querem emagrecer por meio de um programa de exercícios físicos. Sendo o peso de Ester igual a 69 kg, o de Ruthy igual a 73 kg e o de Laura 77 kg e utilizando-se da Tabela de Calorias queimadas por hora**,** elas montaram um programa de exercícios a partir da Tabela de Horas por dia para cada atividade.

5.2.5. Selecionando as variáveis envolvidas e elaborando uma hipótese

Variáveis envolvidas:

Peso (massa), tempo de cada atividade, quantidade de calorias perdidas e modalidade de atividade física.

Hipótese:

Considerando o cronograma do tempo das atividades físicas propostas, é possível calcular quantas calorias a pessoa irá perder e, através da proporção, podemos definir, em quilogramas, quantos quilos a pessoa irá perder. Considera-se que 7700 calorias equivalem a 1 kg de gordura.

A partir dessa hipótese, pode-se obter a perda total de calorias para cada uma das amigas.

5.2.6. Modelando os dados

Chamando de A, a matriz 3x3 que representa a Tabela 4 e de X, a matriz 3x1 que representa cada linha da Tabela 3, pode-se desenvolver o produto das matrizes A.X para cada uma das amigas. A primeira linha de A.X vai representar as calorias que cada uma irá queimar na segunda-feira; a segunda linha, na quarta-feira e a terceira linha, na sexta-feira, considerando todas as atividades esportivas.

Para Ester, temos que:

$$\begin{array}{cc} A & X \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0{,}5 \\ 1{,}5 & 1 & 0{,}5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} . & \begin{bmatrix} 213 \\ 650 \\ 304 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{bmatrix} 1665 \\ 1121{,}5 \\ 1167 \end{bmatrix}$$

Total de calorias perdidas semanalmente: 3953,50 calorias.

Através de uma regra de três simples, é possivel determinar a quantidade de gorduras perdidas por semana com o programa proposto:

Calorias	Perda de Gorduras (kg)
7700,00	1
3953,50	x

x = 0,52 kg (aproximadamente)

Para Ruthy, temos que:

$$\begin{array}{cc} A & X \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0{,}5 \\ 1{,}5 & 1 & 0{,}5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} . & \begin{bmatrix} 225 \\ 688 \\ 321 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{bmatrix} 1761{,}5 \\ 1186 \\ 1234 \end{bmatrix}$$

Total de calorias perdidas semanalmente: 4181,50 calorias.

Calorias	Perda de Gorduras (kg)
7700,00	1
4181,50	x

x = 0,54 kg (aproximadamente)

Para Laura, temos que:

$$\begin{array}{cc} A & X \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0{,}5 \\ 1{,}5 & 1 & 0{,}5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} . & \begin{bmatrix} 237 \\ 726 \\ 338 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{bmatrix} 1858 \\ 1250{,}5 \\ 1301 \end{bmatrix}$$

Total de calorias perdidas semanalmente: 4409,50 calorias.

Calorias	Perda de Gorduras (kg)
7700,00	1
4409,50	x

x = 0,57 kg (aproximadamente)

Elaboração e resolução do Sistema linear:

Considerando os dados, por exemplo, da matriz de Ester, podemos fazer a sua representação em forma de um Sistema Linear, tomando como matriz das incógnitas, a quantidade de calorias que deve se queimar por hora de cada modalidade (a partir do seu respectivo peso) e fixando a quantidade de calorias que se quer perder com cada atividade.

Modalidade de atividade física:

$x \rightarrow$ Quantidade de calorias que deve se queimar por hora ao Caminhar

$y \rightarrow$ Quantidade de calorias que deve se queimar por hora ao Correr;

$z \rightarrow$ Quantidade de calorias que deve se queimar por hora ao Andar de bicicleta.

Representação matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0,5 \\ 1,5 & 1 & 0,5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1665 \\ 1121,5 \\ 1167 \end{bmatrix}$$

Representação do Sistema Linear:

$$\begin{cases} x & +2y & +0,5z & =1665,0 \\ 1,5x & +y & +0,5z & =1121,5 \\ x & +y & +z & =1167,0 \end{cases}$$

Tomando como solução o conjunto $S = \{(213, 650, 304)\}$, podemos concluir que Ester, com 69 kg, necessita perder 213 calorias por hora ao caminhar a 3 km/h, 650 calorias ao correr a 9 km por hora e 304 calorias por hora ao andar de bicicleta a 9 km/h.

Conclusão:

No caso de Ester, por exemplo, cujo programa de treinamento previa uma perda de 3953,50 calorias, o que corresponde a 0,52 kg de gorduras a cada ciclo semanal (composto por 3 dias de academia), caso se queira aumentar essa perda, obviamente ela necessitará aumentar o tempo de treinamento, ou então, fazer um programa para toda a semana.

Provavelmente, a "exigência" desses números justifica o fato de que todo programa de emagrecimento, em geral, é composto por uma sequência de condicionamento físico associada a uma dieta alimentar.

5.3. Circuitos Elétricos: Correntes e redes elétricas

O grupo tomou como referência para o trabalho de Modelagem Matemática um circuito elétrico simples, constituído por 3 (três) resistências e 2 (dois) geradores. Para tanto, o grupo foi buscar informações nos livros específicos de Física e na internet, tendo inclusive conversado com um estudante do curso de Engenharia Elétrica que cursava o 8º período de uma universidade da região de Ipatinga – MG.

A partir dessas interações e dos conhecimentos adquiridos, o grupo decidiu modelar um circuito elétrico simples, por causa da complexidade do tema, uma vez que existem circuitos muito complexos, para os quais eles necessitariam de uma disciplina específica de Eletricidade e Eletromagnetismo.

Após as pesquisas realizadas, o grupo identificou e utilizou para a modelagem dos dados, alguns conceitos envolvidos em um circuito elétrico, tais como: nós, malhas, fluxo de correntes elétricas e as leis da Física contidas no processo, como a Lei de Ohm e as Leis de Kirchhoff.

Foi realizada uma discussão da função dos componentes do circuito elétrico e, assim, os trabalhos foram delimitados em torno das Leis identificadas nas pesquisas, descritas sucintamente a seguir:

L1) Lei de Ohm:

A diferença de potencial através de um resistor é o produto da corrente que passa por ele e a resistência; ou seja, E = I.R.

L2) Lei da Corrente de Kirchhoff:

A soma algébrica das correntes fluindo para dentro de qualquer ponto de um circuito elétrico é igual à soma algébrica das correntes fluindo para fora do ponto.

L3) Lei da Voltagem de Kirchhoff;

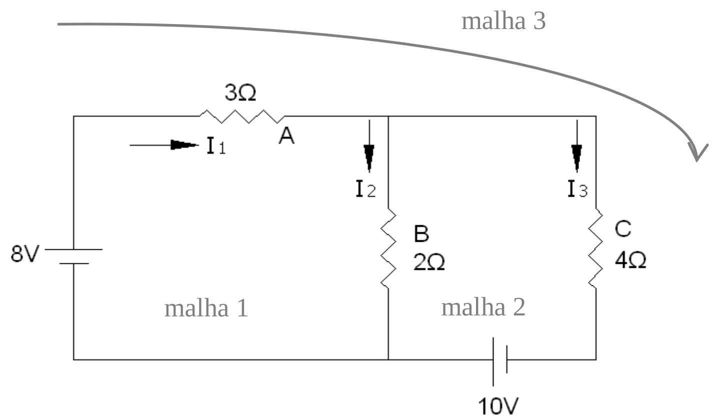
Em torno de qualquer circuito fechado (também chamado de malha), a soma algébrica das diferenças de potencial é zero.

5.3.1. Elaborando uma questão de investigação

Após pesquisas realizadas em relação o tema, o grupo prosseguiu com o projeto elaborando a seguinte questão de investigação: **Como calcular as correntes elétricas que percorrem um circuito elétrico?**

5.3.2. Modelando os dados

A partir da representação do circuito elétrico, o grupo pode aplicar as três leis acima descritas e modelar, através de um Sistema Linear, a sua representação matemática.



A primeira equação do modelo consiste em igualar a soma das correntes que entram e que saem de um nó, de acordo com a Lei da Corrente de Kirchhoff

$A = B + C$, que pode ser reescrita como $A - B - C = 0$ (1)

A segunda e terceira equações do modelo consistem em determinar, dentro de uma mesma malha, a soma da ddp (diferença de potencial elétrico) em cada resistor (Lei de Ohm), igualando-a a zero (Lei da Voltagem de Kirchhoff). Como o modelo é constituído de 3 (três) malhas, teremos então 3 (três) equações lineares.

Para a malha 1, temos que:

$8 - 3A - 2B = 0$, ou seja, $3A + 2B + 0C = 8$ (2)

Para a malha 2, temos que:

$10 + 2B - 4C = 0$, ou seja, $0A - 2B + 4C = 10$ (3)

Para a malha 3 (malha externa), temos que:

$8 - 3A - 4C + 10 = 0$, ou seja, $3A + 0B + 4C = 18$ (4)

Observamos que a equação da malha externa do circuito elétrico (malha 3) é resultante da soma das equações algébricas das malhas 1 e 2. Esse acontecimento é identificado como uma combinação linear (na linguagem da Álgebra Linear) e, portanto, não será necessário incluir a equação 4 no Sistema Linear (pois, obviamente, a solução encontrada para as outras duas equações será também solução da mesma).

Após a criação dos modelos de cada malha, a partir das equações 1, 2 e 3, chegou-se no seguinte Sistema Linear:

$$\begin{cases} A & -B & -C & = 0 \\ 3A & +2B & +0C & = 8 \\ 0A & -2B & +4C & = 10 \end{cases}$$

Aplicando o método de resolução de Sistemas Lineares por escalonamento, discutido em sala de aula, na resolução desse modelo, obteve-se como solução:

$$S = \left\{ \left(\frac{34}{13}, \frac{1}{13}, \frac{33}{13} \right) \right\}$$ (as unidades das correntes são dadas em Ampères)

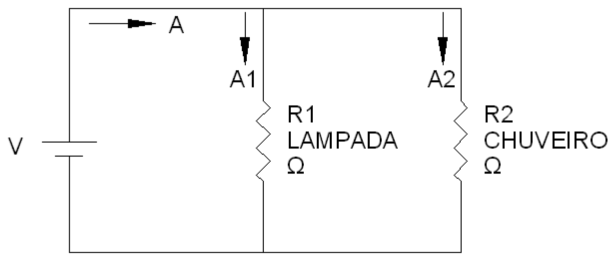
O grupo concluiu que, apesar desse modelo possuir valores definidos, é possível modificar os valores constantes do modelo, obtendo assim novos valores para as correntes elétricas.

<u>Outra pesquisa envolvendo circuitos elétricos</u>

Além do trabalho acima citado, o grupo elaborou outro projeto, decorrente do tema escolhido, que focaliza um circuito elétrico de um "banheiro popular". Eles consideraram banheiro popular aquele que é constituído por um chuveiro e uma lâmpada.

Após pesquisarem sobre a padronização mais usada para os banheiros das residências brasileiras, o grupo problematizou a seguinte questão para investigação: **Qual o valor a ser pago por um banho, em minutos, considerando um circuito elétrico constituído por uma lâmpada e um chuveiro?**

Os componentes do circuito do banheiro são constituídos por uma fonte (entrada de tensão) e duas resistências (uma lâmpada e um chuveiro) cujo modelo é:



O grupo pesquisou sobre as características dos chuveiros e das lâmpadas usadas no banheiro e constatou que a maioria da população brasileira usa chuveiro com potência de 4400 W na temperatura quente e 3100 W na temperatura morna, e que muitas pessoas ainda usam lâmpadas incandescentes de 40 W, 60 W e 100 W, embora elas não sejam as mais indicadas. Encontraram-se também chuveiros que esquentam mais, por exemplo, os de 5500 W, mas que não são o padrão.

<u>Equipamentos do circuito de um banheiro popular:</u>

Lâmpada	Chuveiro
40 W	3100 W
60 W	4400 W
100 W	5500 W

<u>Conversão em Ohms:</u>

Lâmpada	Chuveiro
40 W = 400 Ohms	3100 W = 5,20 Ohms
60 W = 269 Ohms	4400 W = 3,66 Ohms
100 W = 161 Ohms	5500 W = 2,93 Ohms

<u>Variáveis e equações relacionadas ao circuito:</u>

$P = V.I$; $R = \frac{V}{I}$; $P = V^2$; K (constante); T (Tempo); PB.

onde: P significa a potência em Watts;
R significa a resistência em Ohms;
I significa a corrente em Ampères;
K indica o preço do Kilowatts cobrado por hora;
T significa o tempo em minutos;
PB significa o preço do banho.

A variável K, preço de consumo em KW/h, é estabelecida pela concessionária fornecedora de energia (no caso de MG, chamada CEMIG) e varia de acordo com a classificação do consumidor (residencial, comercial, industrial, descontos especiais, isenção de ICMS, etc). Porém, foi constatado que a grande maioria dos banhos são tomados com energia residencial, sem descontos ou qualquer outra isenção, daí tem-se que: K = R$ 0,59.

Para o desenvolvimento dos cálculos, foi considerada uma tensão constante de 127 Volts e as transformações de unidades: potência, de Watts para Kilowatts (divisão por mil); tempo, de minutos para hora (divisão por 60).

<u>Considerando uma lâmpada e um chuveiro ligados:</u>

$$PB = \left(\frac{V^2}{R_1} + \frac{V^2}{R_2}\right).\left(\frac{K}{1000}\right).\left(\frac{T}{60}\right)$$

$$PB = V^2\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1.R_2}\right).\left(\frac{K}{1000}\right).\left(\frac{T}{60}\right)$$

Substituindo $V = 127$ V e realizando as operações, temos finalmente o modelo para o cálculo do preço do banho, PB, descrito como:

$$PB = 0{,}269.K.\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1.R_2}\right).T$$, onde: R_1 e R_2 em Watts e T em minutos.

<u>Considerando somente um chuveiro ligado:</u>

$$PB = \left(\frac{0{,}269.K.T}{R}\right)$$, onde: R em Watts e T em minutos.

<u>Experimentação:</u>

Consideremos uma pessoa que irá tomar um banho em um banheiro popular que contém uma lâmpada de 60 W (269 Ohms) e um chuveiro de 4400 W (3,66 Ohms), durante 15 minutos. Considera-se que: K = R$ 0,59.

Vamos calcular o preço do banho dessa pessoa, nas duas situações previstas nos modelos anteriores.

<u>A lâmpada e o chuveiro ligados:</u>

$$PB = 0{,}269.0{,}59.\left(\frac{269+3{,}66}{269.3{,}66}\right).15$$

$$PB = R\$\ \ 0{,}6593$$

<u>Somente o chuveiro ligado:</u>

$$PB = \left(\frac{0{,}269.0{,}59.15}{3{,}66}\right)$$

$$PB = R\$\ \ 0{,}6505$$

<u>Conclusão:</u>

No contexto apresentado, a economia para um banho de 15 minutos, somente com o chuveiro ligado, é, praticamente, desprezível para um ambiente doméstico, já que o valor foi de $R\$\ 0{,}0088$. Entretanto, considerando a população de Minas Gerais, que é de aproximadamente 19,2 milhões de habitantes (segundo o IBGE, em 2010), podemos dizer que a economia será de aproximadamente $R\$\ \ 170.000{,}00$.

5.4. Analisando os Questionários

Os questionários descritos no capítulo anterior foram um dos instrumentos de coleta de dados que nos permitiram reunir as informações necessárias dos participantes da pesquisa, possibilitando analisar os seus depoimentos à luz de nossos referenciais teóricos, procurando assim responder à nossa questão central de investigação, contemplando também os objetivos levantados na apresentação de nossa pesquisa.

As análises de dados foram realizadas sob a perspectiva da pesquisa qualitativa, por tratar de questões abertas em nosso questionário, o que nos permitiu organizar, identificar padrões, significados e regularidades, agrupando-os em categorias. Além dos questionários, utilizamos o diário de campo como outro instrumento de coleta de coleta de dados durante o desenvolvimento dos Projetos de Modelagem Matemática. Fizemos essa opção, pois o diário de campo possibilita "registrar as observações de fenômenos, fazer descrições de pessoas e cenários, descrever episódios ou retratar diálogos entres os participantes", como descrevem Fiorentini e Lorenzato (2009, p.119).

No processo de análise de dados, é necessário ficar atento com a quantidade de dados e a maneira de organizá-los e interpretá-los, de modo que se tenha consonância com os objetivos da investigação, como descreve Alves-Mazzotti (1998, p. 170):

> Pesquisas qualitativas tipicamente geram um enorme volume de dados que precisam ser organizados e compreendidos. Isto se faz através de um processo continuado em que se procura identificar dimensões, categorias, tendências, padrões, relações, desvendando-lhes o significado.

As unidades de análise em nossa pesquisa compreendem tanto cada participante em sua individualidade, como o grupo que desenvolveu cada Projeto de Modelagem Matemática. Como descreve Alves-Mazzotti (1998, p. 170), podemos ter uma ou mais unidades de análise em nossa pesquisa e a própria análise de dados é que indica a necessidade de se incluir outra unidade de análise. Dessa maneira, estipulamos 2 (duas) unidades de análises: o participante e o grupo de participantes da pesquisa.

Para obter as concepções e comentários individuais de cada participante e para as análises de dados foram aplicados os Questionários Inicial e Final, no início e no final da pesquisa. Para analisar as concepções e comentários dos grupos de participantes, utilizamos o Questionário de Avaliação do Projeto, que foi aplicado após a apresentação dos projetos para toda a turma.

Em Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 134), encontramos uma definição / classificação do processo de categorização em uma pesquisa qualitativa. Os autores descrevem que a categorização significa um processo de classificação ou de organização de informações em categorias, isto é, em classes ou conjuntos que contenham elementos ou características comuns. Esse procedimento foi aplicado em nossa pesquisa, com o propósito de identificar as contribuições que o Projeto de Modelagem Matemática proporcionou para formação de Professores de Matemática.

Como o referencial teórico em Modelagem Matemática nos fornece algumas categorias de análises, provenientes de seus objetivos (BIEMBENGUT e HEIN, 2009, p. 18-19) e, ainda outras categorias foram identificadas nos discursos relatados pelos participantes, podemos dizer que a classificação das categorias trabalhadas em nossa pesquisa é de origem mista, conforme descrevem Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 135):

> As categorias podem ser de três tipos: (1) definidas a priori, quando o pesquisador vai a campo com categorias previamente estabelecidas, podendo ser ou não provenientes da literatura; (2) emergentes, quando são obtidas, mediante um processo interpretativo, diretamente do material de campo; (3) ou mistas, quando o pesquisador obtém as categorias a partir de um confronto entre o que diz a literatura e o que encontra nos registros de campo.

Nessa perspectiva, passamos à análise dos questionários intentando identificar algumas respostas às nossas indagações de pesquisa.

5.4.1. Analisando o Questionário Inicial

Em outubro de 2010, aplicamos o Questionário Inicial, objetivando identificar a opinião dos participantes em relação à importância da aprendizagem da Matemática a partir de aplicações relacionadas ao mundo real, ou seja, no "dia-a-dia" dos alunos; também identificar os principais tópicos do conteúdo matemático cujas aplicações podem contribuir para uma aprendizagem com significados, além de investigar o posicionamento de cada participante em relação à sua preparação para trabalhar com as aplicações da Matemática em sala de aula.

Em relação às aplicações da Matemática no "dia-a-dia", a grande maioria destacou que não estudou Matemática com ênfase nessa abordagem ao longo de sua vida escolar, mas sim na prática dos procedimentos e exercícios matemáticos, como descrevemos no trecho a seguir:

> [...] o ensino da Matemática ao longo da minha vida escolar foi baseado em um estudo de fórmulas e procedimentos de resolução de exercícios, sem fundamentação e interdisciplinaridade. (Edinéia)

Essa ênfase no procedimental ainda hoje é uma prática muito comum no ensino de Matemática em todos os níveis, conforme já havíamos destacado em Reis (2003).

Entretanto, 2 (duas) participantes (Cleonice e Lara) ressaltaram a importância das aplicações de Matemática, quando cursaram os Ensinos Fundamental e Médio, ainda que tais aplicações não tenham sido enfatizadas / trabalhadas pelos seus professores. Segundo elas, muitos dos conteúdos estudados foram fundamentais para que tivessem facilidades nas operações de compras em supermercados, cálculos de juros em compras com prestações mensais, dentre outras. Podemos inferir que seus professores, então, deixaram passar uma rica oportunidade de "despertar o interesse pela Matemática ante a sua aplicabilidade" (BIEMBENGUT e HEIN, 2009).

Podemos identificar nas falas da maioria dos participantes que seus professores, nos Ensinos Fundamental e Médio, abordavam a Matemática com métodos tradicionais e tecnicistas, ou seja, o ensino era baseado em fórmulas e resolução de exercícios, o que nos faz recordar Almeida e Dias (2007), ao afirmarem que os professores tendem a levar para seu ambiente de trabalho, posturas didático-metodológicas semelhantes aos seus professores universitários. Em momento algum, os participantes se referiram às questões de aprendizagem relacionadas a atividades de Modelagem de Matemática ou qualquer outra tendência / metodologia na perspectiva da Educação Matemática.

Em relação aos tópicos do conteúdo matemático passíveis de serem trabalhados com aplicações, todos os participantes concordaram, inicialmente, que é relevante para a aprendizagem dos alunos, estudarem os conteúdos matemáticos com aplicações nas diversas áreas do "dia-a-dia".

Nesse contexto, consideraram as várias situações do mundo real nas quais é possível encontrar estas aplicações, tais como: as relações comerciais (Matemática Financeira, Porcentagem), os cálculos da quantidade de materiais gastos numa construção (Regra de Três, Geometria Plana e Geometria Espacial), as operações numéricas (Matemática Básica) e outros temas do cotidiano envolvendo Estatística, Probabilidades, Funções, Números decimais, Pesos e Medidas. Como exemplo, destacamos:

> Fazer a conexão dos conteúdos trabalhados e aprendidos com o cotidiano facilita a compreensão e estrutura o aprendizado. A Geometria fornece o conhecimento do espaço, das formas e da estrutura do mundo. A Estatística e a Probabilidade, ao lidar com os dados e raciocínio combinatório, exigem uma análise de dados para a produção de gráfico e conhecimento profundo e crítico para fazer a sua leitura. A Álgebra com suas expressões matemáticas e resoluções de problemas exige um raciocínio lógico e coerente. Tudo ao nosso redor tem uma linguagem matemática; quase sempre não sabemos interpretá-las ou conectá-las com o que aprendemos em sala de aula por defasagem de um estudo da Matemática significativa. (Edinéia)
>
> Percebo que a Matemática está presente nas mais diversas situações diárias como: Números decimais (na relação com o dinheiro), Estatística (no levantamento de dados e organização dos mesmos), Pesos e Medidas (nas relações de quantidade) e Geometria (na compreensão das formas e espaço) (Marcela)

> Em minha opinião, a Matemática está na maioria das coisas, por exemplo: nos comércios, a Matemática é usada a todo o momento, pois tudo o que se compra deve ser pago e tudo tem um valor e isso faz com que a toda hora haja raciocínio [...] em relação a contar, a descontar e a voltar o restante do dinheiro. Passei por uma experiência recentemente em um emprego onde usava a Matemática a toda a hora, pois a minha função era mexer com a contabilidade da empresa e isso exigia a Matemática Financeira. Considero a Matemática muito importante no nosso dia-a-dia, pois para tudo precisamos dela. (Marlize)

Como podemos observar, existe uma concordância, entre os participantes, de que o ensino e aprendizagem da Matemática não deve ficar limitado apenas a sua teoria, mas deve se estender à prática, relacionando a Matemática à realidade (BASSANEZI, 2009), como podemos identificar na fala de que “fazer a conexão dos conteúdos trabalhados e aprendidos com o cotidiano facilita a compreensão e estrutura o aprendizado”. Quando ela se refere a “fazer conexão”, implicitamente, deve estar se referindo a uma metodologia de ensino e aprendizagem que relacione a teoria com a prática, em sala de aula. No contexto de nossa pesquisa, acreditamos que o Projeto de Modelagem Matemática pode cumprir essa função (ANDRADE, 2003; REIS, 2008; BARBOSA, 2001).

Em relação a uma possível preparação para trabalhar com as aplicações da Matemática em sala de aula, apenas uma participante tem experiência de utilizá-las, registrando que busca inovar a sua prática pedagógica, “mostrando aos seus alunos a verdadeira aplicação de diversos conteúdos matemáticos em seu cotidiano”:

> Devido aos 20 anos de trabalho em uma escola que utiliza da proposta reconstrucionista social[22], que visa preparar o aluno como um verdadeiro cidadão, busco inovar a cada dia minha prática pedagógica mostrando aos meus alunos a verdadeira aplicação de diversos conteúdos matemáticos em seu cotidiano. (Marcela)

Percebemos que a participante adotou uma postura diferenciada, devido aos 20 anos de trabalho em uma escola, sendo influenciada por sua proposta pedagógica escolar. Assim, ela realiza intervenções em sua sala de aula, explorando as aplicações da Matemática, conforme destaca Fiorentini (2009, p. 10) quando descreve sobre o exercício profissional do Professor de Matemática.

Ainda na questão da preparação para trabalhar com aplicações, encontramos no relato de 7 (sete) participantes, o despreparo para lidar com essa abordagem, porque lhes faltam

[22]O currículo reconstrucionista tem como concepção teórica e metodológica a tendência histórico crítica e tem como objetivo principal a transformação social e a formação crítica do sujeito. http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2008/anais/pdf/642_840.pdf, acessado em 21/05/2011.

experiências. Agora, no processo de formação profissional na licenciatura, esperam alcançar a preparação e o aprofundamento necessários para trabalhar com as aplicações da Matemática:

> Ainda não, pois tenho que aprender muito, aprofundar e estruturar meu conhecimento para intermediar e instigar os alunos a interpretar, no cotidiano, a Matemática [...] Estou no início do curso e há um longo percurso e sempre estarei agregando conhecimento seja como educando ou educador. Uma certeza eu tenho: não se pode ensinar Matemática sem significado e interdisciplinaridade. (Edinéia)
>
> Ainda não, porque tenho pouco tempo de estudo; sinto que preciso de me preparar um pouco mais e só com o passar do tempo é que estarei preparado. O preparo é em longo prazo e contínuo. (Maurício)

Como podemos verificar, a formação do professor deve contemplar tanto a construção do conhecimento específico de conteúdo matemático, como a construção do conhecimento pedagógico do conteúdo (REIS, 2003) e, para isso, demanda um período de “preparação”, que no contexto de nossa pesquisa deve ser exercitado, não só nas aulas de Práticas de Ensino e/ou Estágios Supervisionados, mas, em cada disciplina oferecida no curso de graduação, deste o seu início (BARBOSA, 2001; REIS, 2003; ALMEIDA e DIAS, 2007; OLIVEIRA, 2007). A prática na aplicação da Matemática é o caminho natural no qual podemos construir tanto o conhecimento específico quanto o conhecimento pedagógico (BRASIL, 2002).

5.4.2. Analisando o Questionário de Avaliação do Projeto

Em novembro de 2010, aplicamos o Questionário de Avaliação do Projeto, objetivando avaliar a participação de grupo no projeto, identificar as dificuldades encontradas pelos participantes na realização das atividades, identificar as contribuições do Projeto para uma aprendizagem significativa dos conhecimentos relacionados à Álgebra Linear (especificamente Sistemas Lineares) e levantar possíveis sugestões de mudança ou acréscimo no Projeto ou na sua forma de realização.

Em relação à participação de cada um no desenvolvimento dos seus respectivos projetos, identificamos 3 (três) expressões conclusivas em seus relatos que nos possibilitam ter uma dimensão da participação e do envolvimento dos componentes nos grupos. São elas: “o grupo agiu como uma equipe”, “a nossa participação foi unânime” e, “foi uma boa participação”. Percebemos que o trabalho desenvolvido possibilitou uma integração entre os participantes, o que reduziu eventuais dificuldades encontradas em relação ao tema e à forma de desenvolver o projeto.

Isso confirma que a aprendizagem advém da interação, do diálogo e do relacionamento interpessoal, proporcionando assim, o enriquecimento mútuo entre os participantes (MALHEIROS, 2008). Essa participação é evidenciada pela declaração do Grupo 2 (Condicionamento Físico) ao descreverem o seu envolvimento nas pesquisas realizadas fora do ambiente escolar, corroborando com Hernández e Ventura (1998).

> O grupo agiu como uma equipe, pesquisando, buscando informações seja na internet, ou *in loco* com profissionais da área. (Grupo 2 – Condicionamento Físico)

Embora, na avaliação do Grupo 3 (Circuitos Elétricos) encontremos um resultado positivo em relação aos projetos, o pesquisador observou que 2 (duas) participantes, no início do projeto, não estavam envolvidas nos trabalhos de pesquisas do grupo; talvez pelo fato do tema que estavam pesquisando, circuitos elétricos, ser um assunto novo e que elas não tivessem nenhum conhecimento do mesmo, causando assim uma desmotivação. Foi necessário o pesquisador intervir "incentivando a integração" dos participantes e propondo que cada um compartilhasse as pesquisas realizadas com todos possibilitando àquele que "absorveu" melhor o tema, a discussão com os demais participantes (MALHEIROS, 2008).

Sobre as dificuldades encontradas pelos grupos na realização do projeto, ficou caracterizada a inexperiência, em geral, em trabalhar com projetos envolvendo temas não matemáticos para, a partir daí, abordar temas matemáticos, pois, habilidade e segurança só se ganham com a experiência (BIEMBENGUT e HEIN, 2009). A experiência deve ser feita de forma gradual, fazendo Projetos de Modelagem Matemática e, de preferência, com alguém mais experiente (BASSANEZI, 2009).

Como o contexto do projeto estava inserido na disciplina de Álgebra Linear, eles temiam, em não conseguir "construir" um modelo matemático envolvendo a disciplina. A preocupação em "encontrar" a Matemática no tema do projeto para o desenvolvimento do modelo tornou-se uma constante nos grupos. Essas dificuldades podem ser identificadas nos seguintes depoimentos:

> Nossa participação foi unânime e as nossas maiores dificuldades foram montar um sistema funcional e entender a mecânica da Modelagem Matemática. (Grupo 1 – Nutrição Balanceada)
>
> As dificuldades encontradas foram a manipulação dos dados e, posteriormente, a validação da matriz pela montagem do sistema. (Grupo 2 – Condicionamento Físico)

> Foi uma boa participação, com bastante medo no início e dificuldades de entender a lógica do circuito elétrico; porém, tudo se encaminhou bem. (Grupo 3 – Circuitos Elétricos)

Vale a pena lembrar que foi necessário realizar uma intervenção nos grupos para esclarecer que não deveriam se preocupar com a Matemática já no início do Projeto, pois ela iria aparecer naturalmente, ao longo do processo (MALHEIROS, 2008).

O Projeto de Modelagem Matemática, de acordo com os depoimentos de cada grupo, possibilitou uma "aproximação da teoria com a prática" (ALMEIDA e DIAS, 2007; OLIVEIRA, 2007), pois após a apresentação da parte teórica da Modelagem, eles puderam vivenciar, na prática, a sua aplicação. De acordo com o Grupo 3 (Circuitos Elétricos), que relatou ter alcançado um melhor esclarecimento do assunto Modelagem, eles descobriram a utilização de "Sistemas Lineares" aplicados a circuitos elétricos. Já o Grupo 2 (Condicionamento Físico), após algumas dificuldades na manipulação dos dados coletados, notificou que a percepção do modelo matemático construído a partir de uma situação-problema, relacionada ao cotidiano, foi o ponto mais importante do trabalho. As declarações dos grupos confirmam o que diz Almeida e Dias (2007) ao afirmarem que os professores em formação devem ter oportunidades de "aprender" sobre a Modelagem Matemática; "aprender" por meio da Modelagem Matemática; e, então, "ensinar" usando Modelagem Matemática:

> [...] descobrimos a importância da Modelagem em várias atividades. O projeto, que no princípio nos pareceu complicado, acabou se tornando amplo, produtivo e dinâmico. (Grupo 1 – Nutrição Balanceada)

Ao analisarmos os depoimentos dos grupos sobre as contribuições dos projetos para uma aprendizagem significativa dos seus conhecimentos, em relação aos conteúdos da Álgebra Linear, percebemos uma visão muito positiva das contribuições ainda que os depoimentos, infelizmente, tenham sido um pouco simplistas / sintéticos.

Identificamos "a percepção do uso da Álgebra aplicada ao cotidiano", relatada pelo Grupo 3 (Circuitos Elétricos), descrito por Biembengut e Hein (2009) como um dos reflexos de se utilizar a Modelagem em sala de aula, com o propósito de despertar o interesse pela Matemática ante a sua aplicabilidade. Identificamos também, a ênfase que eles deram para a "aplicabilidade da parte teórica", dizendo que o conhecimento se torna simplificado e concreto. Entendemos, nesse contexto, que o conhecimento simplificado e concreto é aquele onde a apreensão dos conceitos matemáticos por ser vivenciada no cotidiano de cada um:

> [...] quando se faz a conexão da aplicabilidade com o real o conhecimento se torna simplificado e concreto. (Grupo 2 – Condicionamento Físico)
>
> [...] contribuiu para a percepção do uso dela no cotidiano, embora o assunto circuito elétrico e suas variáveis, não seja um assunto popular. (Grupo 3 – Circuitos Elétricos)

Ao analisarmos o depoimento do Grupo 1 (Nutrição Balanceada) em relação às contribuições, percebemos a importância que eles deram às pesquisas realizadas sobre o tema, registrando que o projeto "nos faz visualizar um problema em toda a sua plenitude e em várias situações [...]" (BIEMBENGUT e HEIN, 2009). Entendemos que essa plenitude a que se referem é que conduziu o grupo a realizar uma simplificação da problematização do tema, pois nas discussões em grupo, encontraram várias possibilidades de estudos, como já descrevemos no Capítulo 2. As pesquisas a que se referem, na concepção de projeto, retratam o papel do aluno no desenvolvimento do mesmo (HERNÁNDEZ e VENTURA, 1998):

> [...] nos faz visualizar um problema em toda sua plenitude e em várias situações, sendo assim, aprendemos a desenvolver sistemas aproximando a teoria da prática, melhorando assim o aprendizado. (Grupo 1 – Nutrição Balanceada)

Em relação às sugestões de mudança ou acréscimo no projeto ou na sua forma de realização, não foram apresentadas alterações significativas, sugerindo apenas um tempo maior para a elaboração e apresentação do mesmo (Grupo 3 – Circuitos Elétricos). O grupo desejou montar um esquema de circuito elétrico para ser apresentado no relatório final, mas não conseguiu se organizar em tempo hábil para a sua construção, por isto considerou que um tempo maior pudesse ser a solução para esse problema:

> [...] queríamos fazer algo mais dentro da prática, trazendo componentes elétricos para uma amostra real, mas o tempo não foi suficiente; mas com êxito conseguimos fazer dentro do que foi proposto, o circuito elétrico e o desenvolvimento do mesmo. (Grupo 3 – Circuitos Elétricos)

O Grupo 1 (Nutrição Balanceada), embora tivesse obtido vários dados coletados da internet, em livros de nutrição e em artigos, sentiu a necessidade de uma "complementação técnica de um profissional da área pesquisada", ou seja, de pesquisa *in loco* (BIEMBENGUT e HEIN, 2009) e também de uma exploração maior na resolução do Sistema Linear.

Ao analisarmos o Questionário de Avaliação do Projeto, verificamos algumas das contribuições que o desenvolvimento do Projeto de Modelagem Matemática trouxe para a formação do Professor de Matemática. Como as atividades foram desenvolvidas em grupo, a interação entre os participantes para o esclarecimento do tema foi um ponto forte a ser considerado, pois alguns não tinham conhecimento suficiente e, além do mais, o envolvimento com o trabalho de pesquisas promoveu essa aproximação do grupo, possibilitando uma assimilação / compreensão do projeto (MALHEIROS, 2008; ANDRADE, 2003).

Outra contribuição identificada foi a própria atividade de pesquisa dos temas. Pelo que percebemos, praticamente nenhum dos participantes tinha a experiência em desenvolver um tema não matemático dentro de uma aula de Matemática. Essa atividade causou uma inquietação nos grupos, pois eles queriam inicialmente, já trabalhar com a Matemática; então, perceberam que precisavam conhecer primeiramente o assunto para depois fazer o levantamento de dados, como se propõe no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática (BASSANEZI, 2009; BIEMBENGUT e HEIN, 2009).

De maneira geral, percebemos, pela observação dos grupos no desenvolvimento do projeto e a partir de seus depoimentos, uma valorização da aplicação da Matemática no processo de ensino e aprendizagem. Eles consideraram que a Modelagem Matemática contribuiu para fazer o elo teoria-prática-cotidiano, possibilitando, com a sua realização, aproximar outras áreas do conhecimento da Matemática (BIEMBENGUT e HEIN, 2009).

5.4.3. Analisando o Questionário Final

Em novembro de 2010, foi aplicado o Questionário Final, respondido individualmente, objetivando retomar, de certa forma, questões levantadas no Questionário Inicial, na perspectiva de identificar a importância da aprendizagem da Matemática com a utilização das aplicações relacionadas aos problemas do mundo real; também identificar alguns dos principais tópicos do conteúdo trabalhados na disciplina, em que a implementação de um Projeto de Modelagem contribuiu para a aprendizagem dos participantes e ainda, identificar as contribuições que o Projeto apresentou para que eles estivessem melhor preparados para trabalhar com as aplicações relacionadas a problemas do mundo real no ensino de Matemática.

Em relação à importância dada à aprendizagem da Matemática, com a utilização de suas aplicações relacionadas aos problemas do mundo real, todos os participantes foram favoráveis a essa metodologia. Identificamos, no depoimento dos participantes, que o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática contempla a dinâmica da relação entre a teoria e a prática, como descrevem Biembengut e Hein (2009), ao relacionar as aplicações da Matemática e os seus reflexos na sala de aula.

Observamos essa "aproximação metodológica" nas palavras de uma das participantes:

> A utilização de um "mecanismo" de ensino e aprendizagem mais dinâmico, que extrapole os limites do livro-quadro-giz e que convide o aluno a indagar e pesquisar, propicia um ambiente de aprendizagem prazeroso, tanto para os alunos quanto para o professor. A Modelagem Matemática contribui para a formação da cidadania e para o debate em torno de temas sócio-político-econômico-culturais, pois possibilita a abordagem de outros assuntos cujos contextos não são necessariamente matemáticos. (Lara)

Observamos nesse depoimento, uma crítica à metodologia tradicional de ensino que tem como princípio o tripé livro-quadro-giz e, implicitamente também, ao professor-transmissor de conteúdos na sala de aula. Podemos verificar a valorização que a participante dá à aplicação da Matemática, tendo como suporte a Modelagem Matemática, destacando algumas expressões características, tais como: "convide o aluno a indagar", "pesquisar", "ambiente de aprendizagem", "formação da cidadania", nos remetendo às concepções de Modelagem de Barbosa (2001) e Burak (1987).

No levantamento dos principais tópicos do conteúdo da disciplina em que a implementação de Projetos de Modelagem pode contribuir para uma aprendizagem significativa, os participantes foram expansivos, tratando como disciplina a própria Matemática, da qual especificamente identificaram os seguintes tópicos: Sistemas Lineares, Matrizes, Geometria, Álgebra, Estatística, Probabilidade, Matemática Financeira, Funções, Unidades e Medidas e Matemática Básica (BASSANEZI, 2009, p. 31).

As suas justificativas podem ser sintetizadas pelos seguintes depoimentos de participantes:

> Entendo que, nesses conteúdos, os alunos apresentam maior dificuldade no que diz respeito à aplicação no cotidiano; assim através da Modelagem Matemática, fica mais fácil a visualização e compreensão dos mesmos deixando de ser conteúdos abstratos para os alunos. (Marcela)

> Seja em qualquer disciplina em que se faz uso da aprendizagem com aplicabilidade se abre espaços para o questionamento e a busca do melhorar e inovar. (Edinéia)

Em relação às principais contribuições do Projeto para que eles se sentissem melhor preparados para trabalhar com as aplicações relacionadas a problemas do mundo real no ensino de Matemática, os participantes destacaram contribuições gerais do desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática, identificando algumas características de um Projeto de Modelagem Matemática, conforme descrito nos Capítulos 2 e 3, tais como: o interesse do aluno, a aprendizagem do conteúdo, a pesquisa realizada, uma justificativa do ensino da Matemática e o prazer em estudar Matemática.

Assim, optamos por concluir o presente capítulo e remeter às Considerações Finais, o estabelecimento de algumas categorias (ALVES-MAZZOTTI, 1998; FIORENTINI e LORENZATO, 2009) que apontam respostas à nossa questão de investigação, já que as contribuições levantadas pelos participantes podem ser entendidas como contribuições do desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática para a própria formação de Professores de Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

“Em tudo dai graças...”
(1Ts 5.18)

Nesse momento em que concluímos nossa pesquisa, buscamos retomar nossa questão de investigação, fruto de nossas inquietações / indagações e que foi a mola propulsora de toda a investigação:

Como o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática que abordam / exploram Sistemas Lineares pode contribuir para a formação de professores em cursos de Licenciatura em Matemática?

Inicialmente, retomamos os objetivos que tínhamos traçado, procurando mostrar de que forma ou em que medida acreditamos tê-los atingido:

- Apresentar e discutir a Modelagem Matemática e a Educação Matemática no Ensino Superior, especificamente o ensino de Álgebra Linear, como tendências da Educação Matemática: A partir de nossa Pesquisa Teórico-bibliográfica sobre Modelagem Matemática, Educação Matemática no Ensino Superior, especificamente, Ensino de Álgebra Linear e Projetos de Trabalho, apresentamos, discutindo simultaneamente, um pouco da visão da Educação Matemática sobre a Modelagem Matemática e, especialmente, sobre a possibilidade de sua utilização no Ensino de Álgebra Linear, dentro da metodologia de Projetos de Trabalho;

- Identificar as contribuições de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a Sistemas Lineares para a formação de professores em cursos de Licenciatura em Matemática: Inicialmente, nossa Pesquisa Documental por meio da análise de livros didáticos de Álgebra Linear utilizados em cursos de Licenciatura em Matemática de algumas universidades mineiras investigou a existência e natureza de atividades propostas relacionadas a aplicações de Sistemas Lineares, que poderiam ser utilizadas em Projetos de Modelagem Matemática. Em seguida, realizamos nossa Pesquisa de Campo com alunos de Licenciatura em Matemática da Faculdade Pereira de Freitas de Ipatinga – MG, a partir da elaboração e desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a conteúdos de Álgebra

Linear trabalhados nos Ensinos Médio e Superior (Sistemas Lineares). A partir daí, pudemos identificar algumas contribuições para a formação de professores, as quais serão delineadas logo a seguir;

- Desenvolver Projetos de Modelagem Matemática relacionados a conteúdos de Álgebra Linear trabalhados nos Ensinos Médio e Superior (Sistemas Lineares), com alunos de Licenciatura em Matemática: Em nossa Pesquisa de Campo, não só elaboramos e desenvolvemos Projetos de Modelagem Matemática, como também pudemos avaliá-los, a partir dos nossos instrumentos de pesquisa. Assim, no Produto Educacional, fruto da presente dissertação, apresentamos algumas sugestões de Projetos de Modelagem Matemática relacionados a Sistemas Lineares, que podem ser desenvolvidos / trabalhados tanto no Ensino Superior (Álgebra Linear) como no Ensino Médio (2º ano).

À guisa de conclusão, passamos a explicitar, nas perspectivas de Alves-Mazzotti (1998) e Fiorentini e Lorenzato (2009), algumas categorias de contribuições do desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática que abordam / exploram Sistemas Lineares para a formação de professores em cursos de Licenciatura em Matemática, no sentido, pois, de responder à nossa questão de investigação.

1. A contribuição para a formação de um Professor de Matemática que valoriza a realização de pesquisas em sua formação inicial bem como o desenvolvimento de atividades em grupo

Até o momento do curso em que se encontravam os participantes não haviam tido uma experiência de pesquisa que extrapolasse os limites de um conteúdo específico e/ou não se limitasse a uma tarefa avaliativa de disciplinas da estrutura curricular. Segundo os próprios participantes, o desenvolvimento em grupo do Projeto de Modelagem proporcionou a interação dos seus integrantes com as atividades de pesquisas, além proporcionar experiências de elaboração e apresentação de um projeto, criando, em nosso entendimento, um ambiente educacional que contribui para que os futuros professores possam compreender o fenômeno educativo na sua multiplicidade (PAVANELLO e ANDRADE, 2002).

Os participantes também enfatizaram a importância dos trabalhos escolares desenvolvidos em grupos e o incentivo de se produzir pesquisas, a partir das aplicações da Matemática. Como abordado no Capítulo 3, tanto o desenvolvimento das atividades em grupo quanto à busca de informações, através das pesquisas, são elementos que colaboram para a realização de um Projeto de Modelagem (BIEMBENGUT e HEIN, 2009; BASSANEZI, 2009; HERNÁNDEZ e VENTURA, 1998). A partir do desenvolvimento dos projetos pelos grupos, identificamos o envolvimento dos participantes na busca de informações relacionadas ao tema escolhido, nos quais os objetos de pesquisas foram artigos, livros didáticos, livros específicos, cadernos escolares, chegando até mesmo à realização de entrevistas com especialistas, visto que os temas não eram de domínio dos grupos (MALHEIROS, 2008).

2. A contribuição para a formação de um Professor de Matemática que busca despertar o interesse em seus alunos e se preocupa com a questão da aprendizagem matemática

De acordo com Andrade (2003, p.76), ninguém pode colocar na mente do outro um conhecimento, ou nem mesmo um simples conteúdo ou informação que não decorra do interesse e do esforço pessoal. As aplicações matemáticas, partindo de sugestões ou negociações de temas entre o professor e os alunos (MALHEIROS, 2008) possibilitam um ambiente de aprendizagem mais prazeroso e instigante, sendo os próprios alunos, os criadores e desenvolvedores dos trabalhos escolares. Os participantes, então, destacaram como o interesse é relevante à aprendizagem, baseando-se na experiência proporcionada pelos projetos, de se trazer temas do cotidiano, propostos pelos alunos, contribuindo assim para uma “desmistificação do Monstro da Matemática”.

Acompanhado do interesse do aluno, ficou também evidenciada, para os participantes, a possibilidade de aprendizagem a partir de temas não matemáticos, oriundos da vivência de cada um, aproximando outras áreas de conhecimentos para o contexto da Matemática (BIEMBENGUT e HEIN, 2009; BASSANEZI, 2009; HERNÁNDEZ e VENTURA, 1998). A partir do desenvolvimento dos projetos, os participantes puderam refletir sobre o papel que o aluno deve exercer na construção de seus conhecimentos, sendo norteado pelos seus interesses e mediado pela participação do professor (ANDRADE, 2003).

3. A contribuição para a formação de um Professor de Matemática com uma outra visão sobre a importância e perspectivas de utilização das aplicações da Matemática em seus processos de ensino e aprendizagem

Percebemos que os participantes da pesquisa consideravam a relevância das aplicações matemáticas no ensino e aprendizagem de Matemática, mesmo não tendo vivenciado essa realidade na sua formação escolar básica. A partir do desenvolvimento dos projetos, eles puderam refletir sobre vários conteúdos matemáticos que podem e devem ser relacionados ao cotidiano do aluno (BIEMBENGUT e HEIN, 2009; BASSANEZI, 2009) tornando, assim, o ensino e a aprendizagem mais significativos.

Embora fossem favoráveis às aplicações da Matemática, os participantes não se sentiam preparados para trabalhar com estas em sala de aula, esperando que esse preparo fosse desenvolvido ao longo do curso de Licenciatura em Matemática (BRASIL, 2002). A partir do desenvolvimento dos projetos, eles destacaram o aspecto da "experiência adquirida", desde a etapa da escolha do tema até a apresentação do projeto para a classe, o que contribuiu para sua formação inicial, já que tiveram a oportunidade de vivenciar, na prática formativa, a elaboração e implementação de uma atividade de Modelagem Matemática.

4. A contribuição para a formação de um Professor de Matemática que procura elucidar para seus alunos a importância de se estudar Matemática e se esforça para que estes o façam de forma prazerosa

Retomando o contexto das aplicações matemáticas, verificamos a preocupação dos participantes em justificar para os alunos a utilização, o "sentido" e a "razão" de se estudar determinada conteúdo matemático. Como evidenciam Biembengut e Hein (2009, p. 18-19), um dos reflexos da realização da Modelagem Matemática em sala de aula é enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno. Segundo os participantes, muitas indagações dos alunos acerca da importância / utilidade do estudo da Matemática podem ser respondidas com a prática de projetos, pois as aplicações matemáticas abordadas com Projetos de Modelagem Matemática podem desenvolver a habilidade para resolver problemas encontrados em situações reais vivenciadas pelos próprios alunos, mas aparentemente desvinculadas de um contexto matemático.

Por outro lado, o prazer, a satisfação e a motivação dos participantes em realizar as atividades propostas em sala de aula nos remetem a Andrade (2003, p.71), para quem "a motivação fica evidente nas atitudes das pessoas, já que são elas que decidem conscientemente o que querem ou não fazer". A partir do desenvolvimento dos projetos, os participantes, professores em formação, manifestaram a sua preocupação, quando em exercício da profissão docente, com o envolvimento dos alunos nas atividades em sala de aula para que se tenha um ambiente de aprendizagem prazeroso, tanto para os alunos ao serem convidados a indagar e pesquisar, quanto para o professor, mediador desse ambiente (BARBOSA, 2001).

5. A contribuição para a formação de um Professor de Matemática com competências teórica e prática, de forma coerente entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro professor

Retomando os princípios orientadores para a formação de professores, explicitados nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica (2002), acreditamos que trabalho com Projetos de Modelagem Matemática contribui tanto para a o desenvolvimento de uma competência teórica, na medida em que relaciona / ressignifica o objeto matemático à luz de suas aplicações, quanto para o desenvolvimento de uma competência prática no futuro Professor de Matemática (REIS, 2003), possibilitando-lhe vislumbrar seu exercício profissional num ambiente escolar, de uma forma consistente e realista.

Ademais, como já ressaltamos anteriormente, o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática favoreceu a pesquisa, elemento essencial na formação profissional do professor e, a partir dela, a formação de um professor que deve ser um agente mediador ao formular questões que estimulem a reflexão de seus alunos (ALMEIDA e DIAS, 2007).

Ao encerrarmos, entretanto, seria uma utopia fazer uma “apologia” aos Projetos de Modelagem Matemática sem considerar alguns obstáculos e percalços que a presente investigação nos revelou. Como Bassanezi (2009) já havia alertado, é possível que existam alguns dos conteúdos matemáticos que não se “adaptem” a essa metodologia. Considerando que, no meio escolar, existe um programa escolar a ser cumprido, o professor que pretende utilizar a Modelagem Matemática deve prever um tempo satisfatório para sua realização, de modo que o desenvolvimento de projetos não traga transtornos para sua prática nem para o meio escolar.

Também pareceu-nos bastante tortuoso, em certos momentos, o processo da coleta de dados até a construção do modelo matemático. Entretanto, já imaginávamos que isso poderia acontecer pois, ao trabalharmos com Modelagem Matemática, devemos nos preparar para as condições de aprendizagem imprevistas / incertas que podem ocorrer na sala de aula.

Entretanto, o desenvolvimento de um trabalho com Modelagem Matemática pode criar ambientes e situações de aprendizagem matematicamente ricas e, assim, constitui-se como uma alternativa pedagógica propícia para a formação inicial de um Professor de Matemática. Este, ao atuar em sala de aula, deverá mediar tais ambientes e situações de aprendizagem para que seus alunos (os quais, ao menos alguns deles, um dia também serão Professores de Matemática) sejam formados sob outras práticas e paradigmas.

Por fim, esperamos ter contribuído, inicialmente, com a formação dos participantes de nossa pesquisa, a quem agradecemos por possibilitar a sua realização e, de uma forma geral, também com a pesquisa corrente na área de Educação Matemática. Sabemos que muitos dos questionamentos aqui levantados não se esgotam nem se elucidam com uma única pesquisa. Daí, nossa perspectiva de realizar futuras investigações para verificarmos se, de fato, os Projetos de Modelagem Matemática foram implementados pelos futuros professores como uma alternativa pedagógica para o ensino e aprendizagem da Matemática e, se na sua implementação, eles puderam identificar contribuições para a aprendizagem da Matemática dos seus alunos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. **Modelagem Matemática em cursos de formação de professores.** In: ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D. (orgs.) Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, p. 253-268, 2007.

ALRO, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. **O método nas Ciências Sociais.** In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas Ciências Naturais e Sociais**: Pesquisa Quantitativa e Qualitativa. São Paulo: Pioneira, p. 107-188, 1998.

ANDRADE, P. F. **Aprender por Projetos, Formar Educadores.** In: VALENTE, J. A. (Org.). Formação de educadores para o uso da informática na escola. Campinas: UNICAMP/NIED, p. 58-83, 2003.

ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra Linear com Aplicações**. Porto Alegre: Bookman, 2001.

BARBOSA, J. C. **O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática?** Zetetiké. Campinas, v. 7, n. 11, p. 67-83, 1999.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores.** Tese de Doutorado. UNESP - Rio Claro, 2001.

BARBOSA, J. C. **A Prática dos Alunos no Ambiente de Modelagem Matemática: O Esboço de um Framework.** In: ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D. (orgs.) Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, p. 161-174, 2007.

BARBOSA, J. C. **Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica**. In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.69-85, 2009.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2009.

BIEMBENGUT, M. S. **30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais.** In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n.2, p. 7-32, 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2009.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994.

BOLDRINI, J. L.; COSTA, S. I. R.; FIGUEIREDO, V. L.; WETZLER, H. G. **Álgebra Linear**. São Paulo: Harbra. UNICAMP-SP, 1986.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (orgs.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BRASIL. **Resolução CNE/CP 01/02.** Brasília: Ministério da Educação, Conselho Nacional de Educação, 2002.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática na 5ª série.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. UNESP – Rio Claro, 1987.

CARLSON, D.; JOHNSON, C. R.; LAY, DAVID C., PORTER; A. D. **The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations for the First Course in Linear Algebra.** College Mathematics Journal, 24 (1) p. 41-46, 1993.

CARVALHO, J. B. P. **Euclides Roxo e as Polêmicas sobre a Modernização do Ensino da Matemática.** In: VALENTE, W. R. (Org.). Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil. São Paulo: SBEM, v. 1, p. 86-158, 2003.

CELESTINO, M. R. **Ensino-aprendizagem da Álgebra Linear: as pesquisas brasileiras na década de 90**. Dissertação de Mestrado. PUC-SP, 2000.

COIMBRA, J. L. **Alguns Aspectos Problemáticos Relacionados ao Ensino-Aprendizagem da Álgebra Linear**. Dissertação de Mestrado. UFPA-PA, 2008.

DORIER, J. **Analysis historique de I'emergence des concepts élémentaires d'algëbre linéaire.** Cahier Didirem n. 7, IREM de Paris 7, 1990.

FERREIRA, A. B. H. **Novo Dicionário da Língua Portuguesa.** 2ª ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1986.

FIORENTINI, D. **Uma história de reflexão e escrita sobre a prática escolar em Matemática.** In: FIORENTINI, D.; CRISTOVÃO, E.M. (Org.). Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática. Campinas: Alínea, p.13-36, 2006.

FIORENTINI, D. **Tendências da Educação Matemática e Prática Docente.** Encontro de Matemática de Ouro Preto, IV, Ouro Preto, MG, 2009. Anais... Ouro Preto: UFOP, p. 3-38, 2009.

FIORENTINI, D.; LORENZATO S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Coleção Formação de Professores. São Paulo: Autores Associados, p. 133-146, 2009.

HAREL, G. **The Linear Algebra Curriculum Study Group Recommendations: Moving Beyond Concept Definition**. In: Carlson et al (Eds.), Resources for Teaching Linear Algebra MAA Notes v. 42. The Mathematical Association of America, Washington, DC, p. 107-126, 1997.

HERNÁNDEZ, F.; VENTURA, M. **A Organização do Currículo por Projetos de Trabalho**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

KNOLL, M. **The Project Method: Its Vocational Education Origin and International Development.** In: Journal of Industrial Teacher Education, v. 34, n. 3, 1997. Disponível em: http://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JITE/v34n3/Knoll.html#Kilpatrick.
Acesso em 03 de maio de 2010.

KOLMAN, B. **Introdução à Álgebra Linear com Aplicações**. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

LANG, S. **Álgebra Linear.** Trad. Frederic Tsu. São Paulo: Edgard Blücher,1977.

LINS, R. C. **Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólida as bases da pesquisa.** Revista da SBEM-SP, Campinas, 1(1): p. 75-91, 1993.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.** Coleção Perspectivas em Educação Matemática. Campinas: Papirus, 1997.

MACHADO, N. J. **Cidadania e Educação: Sobre a ideia de projeto**. São Paulo: Escrituras, 2002.

MALHEIROS, A. P. S. **Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem.** Tese de Doutorado em Educação Matemática. UNESP – Rio Claro, 2008.

MOURA, D. G.; BARBOSA, E. F. **Trabalhando com projetos: planejamento e estão de projetos educacionais.** Rio de Janeiro: Vozes, 2007.

OLIVEIRA, A. M. P. **As análises dos futuros professores sobre suas primeiras experiências com Modelagem Matemática.** Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas práticas educacionais. Recife: SBEM, v. 3, p. 233-252, 2007.

PAVANELLO, R. M.; ANDRADE, R. N. G. **Formar professores para ensinar geometria: um desafio para as licenciaturas em Matemática.** Educação Matemática em Revista, ano 9, n. 11, p. 78-87, 2002.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

REIS, F. S. **A formação do Professor de Matemática do Ensino Superior**. In: Escritos sobre Educação, v. 2, n. 2, 15-22, 2003.

REIS, F. S.; CAMARGOS, C. B. R.; GARCIA, M. M.; MACHADO, C. M.; SANTOS, C. A. M. **Descobrindo a Modelagem Matemática: de professores em formação inicial a professores em formação continuada.** In: Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática, IV, Feira de Santana, 2005. Anais... Feira de Santana: UEFS, p. 1-5, 2005.

REIS, F. S. **A Modelagem Matemática na Educação Matemática: algumas considerações e perspectivas.** In: Encontro Regional de Educação Matemática, I, Ipatinga, 2008. Anais... Belo Horizonte: SBEM, p. 1-6, 2008.

RIPARDO, R. B.; OLIVEIRA, M. S.; SILVA, F. H. **Modelagem Matemática e Pedagogia de Projetos: aspectos comuns.** In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 87-116, 2009.

SANTOS, R. J. **Um curso de Geometria Analítica e Álgebra Linear**. Belo Horizonte: UFMG, 2009.

SILVA, A. M. **Uma Análise da Produção de Significados para a Noção de Base em Álgebra Linear.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. USU - RJ, 1997

SKOVSMOSE, O. **Cenários para Investigação**. In: Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, ano 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Álgebra Linear.** São Paulo: Mcgraw-Hill, 1987.

TONINI, A. M. **A utilização de software no ensino de Matemática na percepção dos alunos de Engenharia**. In: Encontro Mineiro de Educação Matemática, V, Lavras, 2009. Anais... Belo Horizonte: SBEM, p. 1-10, 2009.

APÊNDICE A - Projetos de Modelagem Matemática

Pesquisador: Prof. Walter Sérvulo Araújo Rangel

Orientador: Prof. Dr. Frederico da Silva Reis (UFOP)

Alguns Referenciais Teóricos

> Os professores universitários, formados sob uma perspectiva técnico-formal, enfatizam / priorizam o conhecimento específico do conteúdo em sua ação enquanto formadores de professores e estes, os últimos na hierarquia docente encabeçada por seus formadores, tendem a reproduzir em sala de aula no ensino fundamental e médio uma adaptação do *show* de conhecimentos específicos dado por seus formadores, mestres e doutores de inquestionável conhecimento matemático.
>
> **Reis (2003, p. 16)**

> [...] argumentamos que é muito importante que professores de Cálculo, Álgebra, Análise, etc., percebam que não ensinam apenas conceitos e procedimentos matemáticos, mas que também influenciam as relações que os alunos, futuros professores, estabelecem com a matemática, com a forma de ensiná-la, aprendê-la e avaliar a sua aprendizagem, não atribuindo essa função apenas às disciplinas didático-pedagógicas do curso.
>
> **Almeida e Dias (2007, p. 257)**

> No processo evolutivo da Educação Matemática, a inclusão de aspectos de aplicações e mais recentemente, resolução de problemas e modelagem, tem sido defendida por várias pessoas com o ensino da Matemática. Isto significa, entre outras coisas, que a matéria deve ser ensinada de um modo significativo matematicamente, considerando as próprias realidades do sistema educacional.
>
> **Bassanezi (2009, p. 36)**

> A Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.
>
> **Bassanezi (2009, p.16)**

> Modelagem matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo.
>
> **Biembengut e Hein (2009, p. 12)**

> Modelo matemático é qualquer representação matemática da situação em estudo.
>
> **Barbosa (2001, p.6)**

> A modelação matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem.
>
> **Biembengut e Hein (2009, p. 18)**

Alguns objetivos da Modelagem Matemática

- ✓ Aproximar uma outra área do conhecimento da Matemática;
- ✓ Enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno;
- ✓ Despertar a importância da Matemática para a formação do aluno;
- ✓ Despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade;
- ✓ Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
- ✓ Desenvolver a habilidade para resolver problemas; e
- ✓ Estimular a criatividade.

Biembengut e Hein (2009, p. 18-19)

Projetos de Modelagem Matemática

> A aquisição do saber escolar terá que ser tratada de forma interdisciplinar, não mais de forma fragmentada...
>
> **Andrade (2003, p.76)**

> A aprendizagem por projetos é o modo de educação por projetos que atribui aos seus autores (alunos) a competência e responsabilidade de propor e desenvolver os projetos para se apropriar de conhecimentos.
>
> **Andrade (2003, p.76)**

<u>Quadro Comparativo: Modelagem x Projeto</u>

1. Experimentação ⇒ Obtenção dos dados ⇒ Estudo inicial do assunto que envolve o problema **2. Abstração** ⇒ Formulação dos modelos através da seleção de variáveis e de hipóteses ⇒ Seleção de variáveis de modo a melhorar o tratamento do problema **3. Resolução** ⇒ Obtenção do modelo com a tradução da linguagem natural das hipóteses para uma "linguagem matemática coerente **4. Validação** ⇒ Aceitação ou rejeição do modelo conforme o grau de aproximação que ele tem do objeto de estudo **5. Modificação** ⇒ Reelaboração ou melhoramento do modelo ⇒ Criação de novas hipóteses no intuito de aumentar o grau de aproximação, se preciso	**1. Inicialização** ⇒ Identificação e definição do problema ⇒ Definição do que o projeto vai realizar e sua abrangência **2. Planejamento** ⇒ Descrição das atividades e tarefas necessárias ao desenvolvimento do projeto ⇒ Refinamento e detalhamento criterioso do projeto **3. Execução** ⇒ Organização do trabalho em equipes ⇒ Resolução de conflitos e problemas ⇒ Garantia de acesso aos recursos **4. Controle** ⇒ Verificação das atividades para saber se ocorrem conforme o plano ⇒ Redistribuição de atividades e medidas de correção, caso haja necessidade **5. Encerramento** ⇒ Verificação e análise dos resultados ⇒ Divulgação dos resultados

Fonte: Ripardo e outros (2009, p.105)

Etapas para o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática

(Interação / Matematização / Modelação)

- ✓ A escolha do tema;
- ✓ A questão problematizadora;
- ✓ O papel do professor no desenvolvimento do projeto;
- ✓ O papel do aluno no desenvolvimento do projeto;
- ✓ Fontes de informações para a interação com o tema;
- ✓ Desenvolvimento do Projeto de Modelagem Matemática;
- ✓ Validação do Modelo Matemático; e
- ✓ Avaliação do Projeto de Modelagem Matemática.

Considerações Finais

Consideramos que a prática de projetos pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem no meio educacional, cabendo a cada professor implementar em suas aulas o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática como uma atividade fundamental para a formação global dos seus alunos (REIS, 2005).

Assim, propomos nesta pesquisa caminhos para a elaboração e o desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura em Matemática, dentro de uma metodologia de pesquisa que contemple todas as faces acima descritas de um projeto, fazendo assim convergências e tentando evidenciar algumas de suas contribuições para a formação de Professores de Matemática.

Referências Bibliográficas

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. **Modelagem Matemática em cursos de formação de professores.** In: ARAÚJO, J. L.; BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D. (orgs.) Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM,, p. 253-268, 2007.

ANDRADE, P. F. **Aprender por Projetos, Formar Educadores.** In: VALENTE, J. A. (Org.). Formação de educadores para o uso da informática na escola. Campinas: UNICAMP/NIED, p. 58-83, 2003.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico**. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001, Caxambu. Anais... Rio Janeiro: ANPED, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2009.

REIS, F. S. **A formação do Professor de Matemática do Ensino Superior**. In: Escritos sobre Educação, v. 2, n. 2, p. 15-22, 2003.

REIS, F. S.; CAMARGOS, C. B. R.; GARCIA, M. M.; MACHADO, C. M.; SANTOS, C. A. M. **Descobrindo a Modelagem Matemática: de professores em formação inicial a professores em formação continuada**. In: Conferência Nacional de Modelagem e Educação Matemática, IV. Feira de Santana, 2005. Anais... Feira de Santana: UEFS, p. 1-5, 2005.

RIPARDO, R. B.; OLIVEIRA, M. S.; SILVA, F. H. **Modelagem Matemática e Pedagogia de Projetos: aspectos comuns.** In: Alexandria, Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 87-116, 2009.

ANEXO A - NUTRIÇÃO BALANCEADA: ALIMENTAÇÃO DIÁRIA EQUILIBRADA

PROPOSTA DE TRABALHO:

O nosso tema foi sobre nutrição e como esse tema é muito importante na vida das pessoas pois é o assunto mais popular hoje em dia so se falam em dietas entre outros métodos que ajudam a perder peso sabendo disso fomos atrás procurando informações.

Ao longo de pesquisas descobrimos que a refeição principal do dia é café da manhã deve ser a refeição mais cuidadosa e bem feita para se ter energia durante o dia todo.

PRIMEIRAS CONCLUSÕES:

Sabendo que o café da manha é tão importante na vida de qualquer pessoa decidimos que esse seria o tema de nosso trabalho através dessa decisão procuramos em livros internet entre outras fontes de pesquisa informações sobres os alimentos corretos a serem ingeridos no café da manha. feito isso encontramos que comer frutas no café da manha e comer evitando o excesso de massa é muito importante para uma vida saudável.

Diariamente você faz diversas atividades, e quando não toma o café da manhã se sente cansada, sem vontade de fazer nada e não produz direto.Por isso é importante que você se alimente de manhã: com cereais ricos em fibras, leite desnatado, iogurte, ovo, sucos naturais, queijo, entre outros.O corpo humano gasta aproximadamente 440 calorias durante 8 horas de sono. Por isso é importante se alimentar pela manhã, para repor as calorias perdidas durante a noite. A maior fonte de energia vem de comer cereais com fibras no café da manhã, porque as fibras fazem com que seu aparelho digestivo funcione melhor e seus intestinos eliminam de forma mais rápida os elementos tóxicos que são prejudiciais ao seu organismo.Estudos recentes revelaram que pular o café da manhã pode causar lentidão em sua habilidade de se concentrar durante as primeiras horas da manhã.Não é nenhuma surpresa que as pessoas que não tomam café da manhã tem problemas de falta de atenção e concentração e apatia, enquanto as pessoas que tomam o café da manhã não possuem nenhum desses problemas.

Cada pessoa tem um peso ideal e individual para estar saudável. Esse ideal pode ser maior ou menor em função da estrutura de cada pessoa. Então se você não se parece com a modelo magérrima que está na capa da revista, não se preocupe. E não comece uma dieta absurda por causa disso.

Em algumas ocasiões, fazer dieta pode ser necessário, por exemplo quando você está acima do peso e precisa perder alguns quilos. Como o excesso de peso pode ocasionar problemas de saúde, é importante fazer uma dieta para não correr riscos.

Porém a dieta não deve ser uma coisa a curto prazo, não adiantando nada você adotar hábitos saudáveis somente durante esse período. A alimentação saudável é uma prática para a vida toda, que fará você manter o peso e a boa saúde.

Para sua informação: morrer de FOME pode fazer com que você perca peso rapidamente, mas quando você voltar a sua dieta normal todo o peso perdido vai ser recuperado e pode até aumentar. Quando você fica sem comer, seu corpo pensa que está correndo risco e reduz o metabolismo para conservar energia. Ou seja, você queima menos calorias. Por isso, quando voltar a comer normalmente, voltará a seu peso anterior ou até maior. Então pense bem antes de tomar essa atitude.

PALESTRA COM UM PROFISSIONAL DA AREA

ASSUNTOS RESSALTADOS PELA NUTRICIONISTA:

- Não morra de fome e coma 3 vezes por dia, pode comer alguma coisa leve como cenoura e pepino ou um pouco de fruta. Tem nutricionistas que recomendam comer até 5 vezes por dia. O seu corpo é muito inteligente e se ele ficar muitas horas sem ser alimentado, quando você comer alguma coisa, automaticamente armazenará nutrientes para ter reservas caso ele tenha que voltar a passar várias horas sem comida e portanto acumulará mais gordura do que se você comer bem em todas as refeições.
- Acostume-se a comer sempre na mesma hora.
- O mais recomendável é comer na mesa, não no sofá, na cama ou no chão.
- Não se distrai com a televisão ou outras atividades enquanto come.
- Não coma rápido, use um bom tempo para mastigar muito bem cada alimento, e se puder, coma acompanhada, para poder conversar e deste jeito comer mais lentamente.
- Tome água durante o dia. O recomendável são 2 litros, tente não tomar mais do que isso porque também não é bom, pois o único que vai acontecer é que você eliminará todos os minerais do seu corpo e fará com que seus órgãos trabalhem mais.
- Tente não comer porcarias, mesmo que você adore, não é nutritiva e tem muita gordura e açúcar, mas de vez em quando não tem problema.
- Coma de tudo mas em porções não muito grandes. A sua alimentação tem que ser balanceada, isto quer dizer que você deve comer alimentos de todos os grupos alimentícios que existem: a) Leguminosas e frutas secas, b) Carnes, ovos e peixes, c) Frutas, d) Verduras e hortaliças, e) Leite e derivados, f) Óleos e gorduras e g) Cereais, açúcar e massas.
- Por último, pense que a comida é a energia que faz com que o seu corpo possa funcionar e, se não gastar essa energia ela ficará no seu corpo e se acumulará na forma de gordura, por isso é muito recomendável fazer algum tipo de exercício ou pelo menos caminhar no mínimo meia hora por dia.

NOSSO TRABALHO

Importância do café da manhã

O café da manhã é a refeição mais importante do dia. Foi comprovado através de uma pesquisa feita na Universidade de Minnesota (EUA), que aqueles que consumiam café da manhã costumavam manter uma dieta saudável ao longo do dia e eram mais ativos fisicamente do que os que pulavam a refeição. Cinco anos após o início do estudo, os que tomavam café da manhã diariamente ganharam menos peso e tinham IMC (índice de massa corpórea) menor do que os que não tomavam.

Quem não toma um café da manhã reforçado e escolhe tomar só um cafezinho cedo, depois tem fome o dia todo acaba comendo um volume maior no almoço, exagerando na gordura e nas calorias.

As pessoas ocupadas tendem a pular essa refeição pelas razões mais variadas. No entanto, fazer isso só irá trabalhar contra a habilidade do sue corpo de queimar gordura. Quando pulamos o café da manhã, enviamos a mensagem para o corpo de que estamos passando fome – você não comeu nada nas 6-8 horas passadas, e com o jejum muito prolongado leva o corpo a diminuir o metabolismo, e os sintomas podem surgir, como tremores, pessimismo e mal-estar, pois o organismo lança mão dos mecanismos de defesa hormonal para tentar aumentar as taxas de açúcar no sangue.

Em geral, esses sintomas desaparecem sem seqüelas ao ingerir algum alimento. O desjejum é a principal refeição do indivíduo, pois quebra o longo período de jejum e evita problemas desnecessários causados pelo hipoglicemia.

Para piorar, pular o café da manhã também o leva a comer mais no final do dia, um jantar farto. Ingerir mais calorias na sua última refeição, quando o seu metabolismo está naturalmente mais devagar na segunda parte do dia e mais devagar ainda pela falta de café da manhã, leva o seu corpo a acumular essas calorias em forma de gordura.

Na verdade, o café da manhã é uma boa oportunidade de consumir cereais integrais, já que, em muitos casos, não estão disponíveis nas outras refeições, feitas geralmente fora de casa. As fibras aumentam a sensação de saciedade e agem diretamente no controle do colesterol e da glicemia em pessoas diabéticas.

A ingestão de carboidratos refinados pode aumentar os níveis de insulina, levar à hipertensão, ao diabetes e à obesidade, e essas mudanças metabólicas podem gerar ataques cardíacos ou espessamento dos vasos sangüíneos. Por tudo isso, optar por uma fonte de carboidrato integral é sempre a melhor opção pela manhã.

O que comer no café da manhã

Seguem algumas combinações para um café da manhã equilibrado. Todos com mais ou menos 200 calorias. A combinação ideal sempre é carboidrato, proteína e fruta. Veja:

<u>Opções de café da manhã (aproximadamente 200 kcal)</u>

204 Kcal
- Pão de forma light ? 2 fatias
- Queijo cottage ? 1 col. Sopa
- 1 xícara de chá de camomila ou café com adoçante
- 2 fatias de abacaxi
- Iogurte light ? 1 copo

200 Kcal
- Queijo minas frescal 1 fatia
- 1 xícara de chá ou café com adoçante
- 1 pão francês sem miolo
- 1 fatia de mamão

205 Kcal
- Vitamina: 1 col. sopa de mistura de aveia e linhaça
- 1 copo de leite desnatado
- 1 banana picada
- 1 fatia de queijo minas frescal
- 1 xícara de chá ou café com adoçante

179 Kcal
- 1 ovo mexido
- 1 fatia de pão light torrado
- 2 fatias de mussarela light
- 1 xícara de chá ou café com adoçante
- 1 copo de água de coco

202 Kcal
- Pão integral light 2 fatias
- 2 fatias de mussarela light
- 1 col. sopa de geléia diet
- 1 xícara de chá ou café com adoçante
- 1 fatia de mamão
- 1 copo de suco de soja light

<u>Aprimorando o tradicional café da manhã:</u>

240 Kcal
- ½ Pão francês integral sem miolo
- 2 pontas de faca de manteiga ou margarina light (observando o colesterol)
- 1 xícara de café com adoçante
- 1 xícara de leite desnatado
- ½ mamão papaia

Carboidratos, proteínas e lipídios foram alguns dos nutrientes importantes no café da manhã que escolhemos para o desenvolvimento do trabalho.

Quanto uma pessoa pesando 50Kg necessitaria aproximadamente em termos de carboidratos, proteínas e lipídios, por dia:

- Carboidratos: 348g
- Lipídios: 84g
- Proteínas: 72g

Para encontrarmos aproximadamente quantos gramas de cada nutriente precisamos ingerir apenas no café da manhã, dividimos o total por 6, pois temos 6 refeições ao dia.
Logo encontramos:

- Carboidrato: 58g
- Lipídio: 14g
- Proteína: 12g

<u>Tradicional café da manhã:</u>

	Mamão papaia	Pão com manteiga	Leite com café
Carboidrato (g)	6	32	4
Lipídio (g)	0	6	4
Proteína(g)	0	0	6

Chamamos:

- Mamão papaia -> x
- Pão com manteiga -> y
- Leite com café -> z

Problematização:

Qual é a quantidade de carboidratos, lipídios e proteínas que uma pessoa sedentária necessita, no café da manhã, considerando que ela se alimentará de café com leite, pão com manteiga e mamão papaia?

- 6X+32Y+4Z=58
- 6Y+4Z=14
- 6Z=12

Z=12/6 => Z=2 porções

6Y+4Z=14
6Y+4*2=14
6Y+8=14
6Y=14-8
6Y=6 => Y=1 porção

6x + 32Y + 4z = 58
6X+32*1+4*2=58
6X+32+8=58
6X=58-32-8
6X=18 => X=3 porções

Conclusão:

Considerando os dados apresentados acima, o modelo refletiu, então, a quantidade de porções de cada ingrediente do café da manhã necessária para fornecer a quantidade de carboidratos, lipídeos e proteínas para uma pessoa que pesa 50 kg, que deve consumir 2410 kcal por dia. Obviamente, para pessoas com pesos diferentes, outros valores serão obtidos dentro desse mesmo modelo.

ANEXO B - CONDICIONAMENTO FÍSICO: ACADEMIAS DE GINÁSTICA

Passos da Modelagem Matemática

1) Escolha do tema central a ser desenvolvido;

"Perda de peso (calorias) em academias de ginástica".

O que é o Índice de Massa Corporal?

O índice de Massa Corporal (IMC) é uma fórmula que indica se um adulto está acima do peso, se está obeso ou abaixo do peso ideal considerado saudável. A fórmula para calcular o índice de massa corporal é IMC= peso/ altura².

A Organização Mundial de Saúde usa um critério simples:

Condição	IMC em adultos
Abaixo do peso	Abaixo de 18,5
No peso normal	Entre 18,5 e 25
Acima do peso	Entre 25 e 30
Obeso	Acima de 30

2) Coleta de dados gerais e quantitativos para auxiliar na elaboração de hipóteses;

Pesquisa com um profissional (Gustavo – Academia Korpus)

1. **Existe uma fórmula adequada que é utilizada para calcular a perda de peso para cada pessoa?**

A fórmula mais precisa para se calcular a perda de peso é sabendo exatamente quantas calorias são ingeridas e quantas calorias são gastos durantes dia, que seria (calorias gastas menos calorias ingeridas que é igual calorias perdidas no dia) 1 kg de gordura tem 7700 calorias dependendo do resultado da formula anterior é possível saber quantos dias demora para perder 1kg de gordura.

2. **Quais os dados específicos e necessários para formular o cálculo?**

Calorias ingeridas, calorias gastas, quantidade de calorias.

3. **Qual é o aparelho mais adequado para a perda de peso?**

Existe vários, todo aparelho capaz de elevar e manter a frequência cardíaca por um período mínimo de 30 minutos é excelente opção. Tais como: esteira, bicicleta, aulas de aeróbica, corrida e etc.

4. **Qual o tempo médio por dia pode praticar exercícios físicos?**

30 minutos seria o mínimo.

5. **Quais benefícios, os exercícios físicos podem nos proporcionar?**

Aumento da resistência física (Volume de oxigênio máximo), diminuição do % de gordura corporal, melhora a vasculação entre outros.

6. **Em caso da esteira elétrica, em qual velocidade é melhor para se exercitar?**

Isso vai depender de cada indivíduo, o importante não é a velocidade e sim a frequência cardíaca alcançada, que deve ser em média de 70% da sua frequência *cardíaca máxima, cada pessoa necessita de uma velocidade diferente para alcançar esta frequência cardíaca, alguns andando outros correndo*.

7. **Quanto tempo é necessário para que uma pessoa comece a perder peso?**

Cada organismo reage de maneira diferente ao estímulo dos exercícios, mas a média de um resultado começa a ser visível dentre 3 meses.

8. **Qual é a reação do metabolismo com esses exercícios?**

Com a elevação da frequência cardíaca e o gasto calórico que os músculos proporcionam o metabolismo acelera ocasionando mais fome para suprir uma necessidade nutricional que a atividade física necessita.

3) Elaboração de problemas conforme o interesse da equipe:

Qual é a quantidade de calorias que uma pessoa perde em um programa de ginástica considerando as modalidades: caminhar, correr e andar de bicicleta?

Tabela 1 – **CALORIAS QUEIMADAS POR HORA.**

Peso	**Atividade esportiva**		
	Caminhar a 3km/h	Correr a 9 km/h	Andar de bicicleta a 9 km/h
69	213	650	304
73	225	688	321
77	237	726	338

Tabela 2 - HORAS POR DIA PARA CADA ATIVIDADE

	Caminhar	**Correr**	**Andar de bicicleta**
Segunda-feira	**1**	**2**	**0,5**
Quarta-feira	**1,5**	**1**	**0,5**
Sexta-feira	**1**	**1**	**1**

Situação-problema

Ester, Ruthy e Laura são amigas que querem emagrecer por meio de um programa de exercícios físicos. Após consultar a tabela 1, elas montaram o programa de exercícios na tabela 2.

Selecionar as variáveis envolvidas no problema e elaborar hipóteses:

Variáveis envolvidas ⇨ Peso (massa), tempo de cada atividade, quantidade de calorias perdidas e modalidade da atividade física.
Modalidade da atividade: Caminhar(x), corrida(y) e andar de bicicleta (z)
Perda total de calorias (PTC);

Hipótese ⇨ Considerando o cronograma do tempo das atividades físicas propostas é possível calcular quantas calorias a pessoa irá perder e através da proporção, podemos definir em quilogramas quantas quilos a pessoa irá perder.

<u>7700 calorias equivalem a 1 kg de gordura.</u>

4) Sistematizar os conceitos que serão utilizados para resolução dos modelos que fazem parte do conteúdo programático:

Sistemas Lineares e Matrizes

5) Interpretar a solução e, se possível graficamente;

Se formarmos o produto AX, a primeira linha de A.X vai representar as calorias que elas vão queimar na segunda-feira; a segunda linha na quarta-feira e a terceira linha na sexta-feira.

$$\textbf{Ester} \; \overset{A}{\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0{,}5 \\ 1{,}5 & 1 & 0{,}5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} \cdot \overset{X}{\begin{bmatrix} 213 \\ 650 \\ 304 \end{bmatrix}}$$

=1,0x213 +2,0x650 +0,5x304= 1665,0 calorias
=1,5x213 +1,0x650 +0,5x304= 1121,5 calorias
=1,0x213 +1,0x650 +1,0x304= 1167,0 calorias
Total de calorias perdidas semanalmente por Ester: 3953,50 calorias

Gorduras perdidas por semana:

Calorias	Perda de Gorduras (kg)
7700,00	1
3953,50	x

x = 0,52 kg (aproximadamente)

$$\textbf{Ruthy} \; \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0{,}5 \\ 1{,}5 & 1 & 0{,}5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 225 \\ 688 \\ 321 \end{bmatrix}$$

=1,0x225 +2,0x688 +0,5x321= 1761,5 calorias
=1,5x225 +1,0x688 +0,5x321= 1186,0 calorias
=1,0x225 +1,0x688 +1,0x321= 1234,0 calorias

Total de calorias perdidas semanalmente por Ruthy: 4181,50 calorias

Gorduras perdidas por semana:

Calorias	Perda de Gorduras (kg)
7700,00	1

4181,50 x

x = 0,54 kg (aproximadamente)

Laura $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0{,}5 \\ 1{,}5 & 1 & 0{,}5 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 237 \\ 726 \\ 338 \end{bmatrix}$

=1,0x237 +2,0x726 +0,5x338= 1858,0 calorias
=1,5x237 +1,0x726 +0,5x338= 1250,5 calorias
=1,0x237 +1,0x726 +1,0x338= 1301,0 calorias

Total de calorias perdidas semanalmente por Laura: 4409,50 calorias

Gorduras perdidas por semana:

Calorias	Perda de Gorduras (kg)
7700,00	1
4409,50	x

x = 0,57 kg (aproximadamente)

6) Validar os modelos.

Considerando os dados da Matriz de Ester, transpassando-a em forma de sistemas lineares:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{1/2} \\ \mathbf{3/2} & \mathbf{1} & \mathbf{1/2} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{vmatrix} . \begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1665 \\ 1121{,}50 \\ 1167 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} X + 2Y + Z/2 = 1665 \\ 3X/2 + Y + Z/2 = 1121{,}50 \\ X + Y + Z = 1167 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2X+4Y+Z = 3330 \\ 3X+2Y+Z = 2243 \\ X + Y + Z = 1167 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3330 \\ 3 & 2 & 1 & 2443 \\ 1 & 1 & 1 & 1167 \end{vmatrix}$$

1) Trocaremos de posição a primeira equação com a terceira, para facilitar o escalonamento onde o primeiro coeficiente de X seja igual a 1.

$$\left|\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1167 \\ 3 & 2 & 1 & 2243 \\ 2 & 4 & 1 & 3330 \end{array}\right|$$

2) Após trocado as equações,multiplicar a primeira equação por -3 e adicionar na segunda equação o resultado e em seguida multiplicar a primeira equação por -2 e adicionar na terceira equação. Veja como ficou o sistema agora:

$$\left|\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1167 \\ 0 & -1 & -2 & -1258 \\ 0 & 2 & -1 & 996 \end{array}\right|$$

3)Multiplicaremos a segunda equação por 2 e somaremos o resultado com a terceira equação.

$$\left|\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1167 \\ 0 & -1 & -2 & -1258 \\ 0 & 0 & -5 & -1520 \end{array}\right|$$

$$\begin{cases} X + Y + Z = 1167 \\ 0X - Y - 2Z = -1258 \\ 0X + 0Y - 5Z = -1520 \end{cases}$$

-5Z= -1520	-Y-2Z= -1258	X+Y+Z= 1167
5Z= 1520	-Y-2(304) = -1258	X+650+304= 1167
Z= 1520/5	-Y= -1258+608	X= 1167-954
Z= 304	Y= 650	X= 213

S={(304, 650, 213)} SPD- Sistema Possível Determinado.

ANEXO C - CIRCUITOS ELÉTRICOS: CORRENTES E REDES ELÉTRICAS

Trabalho de Modelagem matemática
Circuitos Elétricos

Projeto de pesquisa:
Aplicação de Modelagem matemática em circuitos elétricos.

Objetivo:
Visualizar de maneira real a aplicação de modelos matemáticos e situações do nosso cotidiano .

Tema proposto:
Criar modelo matemático em um circuito elétrico, usando a **Lei de OHM de Kirchhoff**.

Objetos a serem pesquisados:
Um circuito elétrico de um banheiro popular e um circuito elétrico simples.

Componentes do circuito do banheiro: 01 capacitor, 2 resistências (lâmpada e chuveiro).

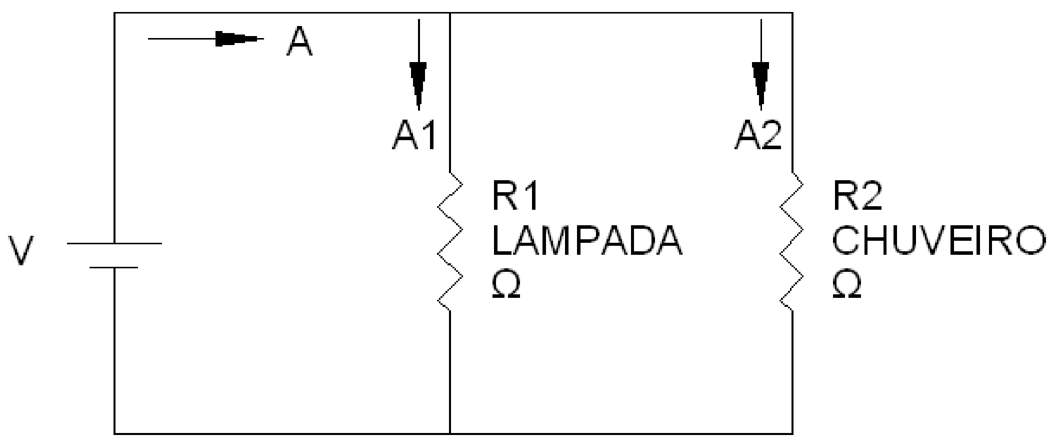
Componentes do circuito simples: 02 capacitores, 03 resistências.

Idéia a desenvolver:
Como calcular o valor de um banho em minutos ?
Como calcular as correntes elétricas que percorrem um circuito elétrico?

Pesquisa de campo I:
Feita para descobrir um padrão para o circuito elétrico de um banheiro.

Descobrimos que a maioria dos banheiros das residências brasileiras, são bem populares, com uso apenas de um chuveiro e uma lâmpada.

Criação do circuito do banheiro



Pesquisa de campo II:

Feita para descobrir os tipos de equipamentos usados no banheiro (lâmpadas e chuveiro).
Constatado que a maioria da população brasileira, usa chuveiro com potencia de 4400W na temperatura quente e 3100 W na temperatura morna, e que muitas pessoas ainda usam lâmpadas incandescentes de 40W, 60W e 100W, embora elas estejam ultrapassadas.Também foram encontrados chuveiros que esquentam mais, como pó exemplo os de 5500W.

Tabela de equipamentos do circuito de um banheiro popular

Lâmpadas	chuveiro
40W	3100W
60W	4400W
100W	5500W

Conversão em Ohms

Lâmpadas	Chuveiro
40W = 400 Ohms	3100W = 5,2 Ohms
60W = 269 Ohms	4400W = 3,66 Ohms
100W = 161 Ohms	5500W = 2,93 Ohms

Criando o modelo:

Ficou decido que entre as variáveis (V = tensão), (I = corrente), (P = potencia), (R = resistência), o modelo seria em função de R.

Fórmulas e variáveis utilizadas:

$P = V.I$; $R = \dfrac{V}{I}$; $P = V^2$; K (constante); T (Tempo); PB.

onde: P significa a potência em Watts;

R significa a resistência em Ohms;

I significa a corrente em Ampères;

K indica o preço do Kilowatts cobrado por hora;

T significa o tempo em minutos;

PB significa o preço do banho.

Importante 1:

K é uma variável (preço) estabelecido pela concessionária fornecedora de energia (no nosso caso é a Cemig), que varia de acordo com a classificação do consumidor (residencial, comercial, industrial, descontos especiais, isenção de ICMS, etc), porem, ficou constatado que a grande maioria dos banhos são tomados com energia residencial sem descontos ou qualquer outra isenção, daí temos que:

$$\boxed{\textbf{K = 0,59 centavos}}$$

Importante 2 :

Todos os cálculos foram baseados com tensão de 127 Volts

PB = preço do banho

Obs.: para se obter o valor em KW, é necessário dividir a fórmula por 1000, e para se obter o valor em minutos , dividir também por 60 .

Desenvolvendo a fórmula

Chuveiro e lâmpada ligados :

$$PB = (V^2 \div R_1 + V^2 \div R_2).(K \div 1000).(T \div 60)$$
$$PB = (R_2V^2 + R_1V^2) \div (R_1R_2).(K \div 1000).(T \div 60)$$
$$PB = \{V^2.(R_1 + R_2) \div R_1R_2\}.(K \div 1000).(T \div 60)$$
$$PB = \{127^2.(R_1 + R_2) \div (60000.R_1.R_2\}.K.T$$
$$PB = \{16129.(R_1 + R_2) \div (60000.R_1.R_2\}.K.T$$
$$PB = \{0,269.(R_1 + R_2) \div (R_1.R_2\}.K.T$$

Exemplo:

Consideremos um banho de 15 minutos onde se tenha uma lâmpada de 60W (269 Ohms) e um chuveiro de potência 4400W (3,66 Ohms) ligados ao mesmo tempo.

De acordo com o modelo proposto temos:

$$PB = [0,269.(269 + 3,66).0,59.15] \div (269.3,66)$$
$$PB = [0,269.272,66.0,59.15] \div 984,54$$
$$PB = 649,1 \div 984,54$$
$$PB = R\$0,6593$$

Só o chuveiro ligado:

$$PB = (V^2 \div R).(K \div 1000).(T \div 60)$$

$$PB = (127^2.K.T) \div (60000.R)$$
$$PB = (0,269.K.T) \div R$$

Consideremos um banho de 15 minutos onde se tenha apenas um chuveiro de potência 4400W (3,66 Ohms) ligado.

Exemplo:

Banho de 15 minutos

$$PB = (0,269.0,59.15) \div 3,66$$
$$PB = 2,3806 \div 3,66$$
$$PB = R\$0,6505$$

Consideremos um banho de 20 minutos onde se tenha apenas um chuveiro de potência 5500W (2,93 Ohms) ligado.

Exemplo:

Banho de 20 minutos

$$PB = (0,269.0,59.20) \div 2,93$$
$$PB = 3,17 \div 2,93$$
$$PB = R\$1,08$$

Conclusão:

No contexto apresentado, a economia para um banho de 15 minutos é, praticamente, desprezível para um ambiente doméstico, já que é de $R\$\ 0,0088$. Entretanto, considerando a população de Minas Gerais, que é de aproximadamente 19,2 milhões de habitantes (segundo o IBGE, em 2010), podemos dizer que a economia será de aproximadamente $R\$\ 170.000,00$.

Criação do circuito elétrico simples:

Conceitos importantes:

1 – **Lei de Ohm**:

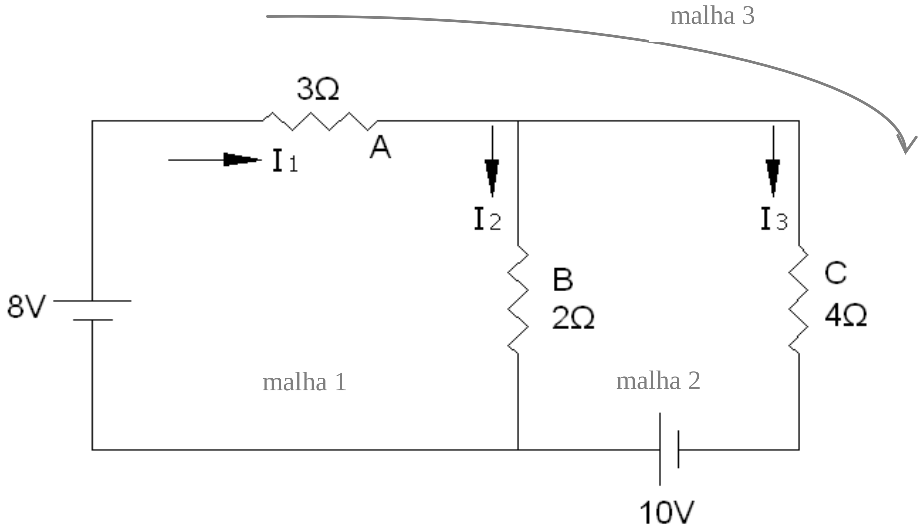
A diferença de potencial através de um resistor é o produto da corrente que passa por ele e a resistência; ou seja, E = I .R.

2 – **Lei de corrente de Kirchhoff**:

A soma algébrica das correntes fluindo para dentro de qualquer ponto de um circuito elétrico é igual a soma algébrica das correntes fluindo para fora do ponto.

3 – **Lei de voltagem de Kirchhoff**;

Em torno de qualquer circuito fechado (também chamado de malha), a soma algébrica das diferenças de potencial é zero.



Lei da Corrente de Kirchhoff

$A = B + C$, que pode ser reescrita como $A - B - C = 0$ (equação 1)

Lei de Ohm e Lei da Voltagem de Kirchhoff

Para a malha 1, temos que:

$8 - 3A - 2B = 0$, ou seja, $3A + 2B + 0C = 8$ (equação 2)

Para a malha 2, temos que:

$10 + 2B - 4C = 0$, ou seja, $0A - 2B + 4C = 10$ (equação 3)

Para a malha 3 (malha externa), temos que:

$8 - 3A - 4C + 10 = 0$, ou seja, $3A + 0B + 4C = 18$ (equação 4)

Sistema de Equações Lineares:

$$\begin{cases} A & -B & -C & = 0 \\ 3A & +2B & +0C & = 8 \\ 0A & -2B & +4C & = 10 \end{cases}$$

Escalonamento na forma Matricial

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ -3 & -2 & 0 & -8 \\ 0 & -2 & 4 & 10 \end{vmatrix} l_2 \to 3l_1 + l_2 \quad \Rightarrow \quad \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & -8 \\ 0 & -2 & 4 & 10 \end{vmatrix}_{l_3 \to \frac{-2}{5} l_2 + l_3} \quad \Rightarrow$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -5 & -3 & -8 \\ 0 & 0 & 26/5 & 66/5 \end{vmatrix}$$

Sistema Escalonado

$$\begin{cases} A & -B & -C & = 0 \\ 0A & -5B & -3C & = -8 \\ 0A & +0B & +26/5\,C & = 66/5 \end{cases}$$

Resolução

$$\frac{26}{5}C = \frac{66}{5} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{66}{5} . \frac{5}{26} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{33}{13}$$

$$-5B - 3C = -8 \Rightarrow -5B - 3.\frac{33}{13} = -8 \Rightarrow -5B = -8 + \frac{99}{13} \Rightarrow$$

$$-5B = \frac{-104 + 99}{13} \Rightarrow -5B = \frac{-5}{13} \Rightarrow B = \frac{1}{13}$$

$$A - B - C = 0 \Rightarrow A - \frac{1}{13} - \frac{33}{13} = 0 \Rightarrow A = \frac{34}{13}$$

$S = \left\{ \left(\frac{34}{13}, \frac{1}{13}, \frac{33}{13} \right) \right\}$ (as unidades das correntes são dadas em Ampères)

Conclusão:

O grupo concluiu que o modelo desenvolvido pode ser aplicado a outros sistemas elétricos simples modificando os valores constantes das resistências e das correntes elétricas.