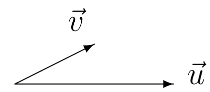
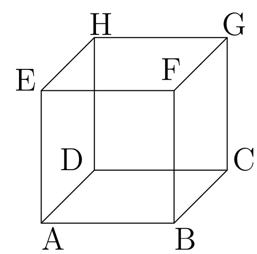
EXERCÍCIOS

Capítulo 1

1. Dados os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ da figura, mostrar num gráfico, um representante do vetor:
a) $\vec{u}-\vec{v}$
b) $\vec{v}-2\vec{u}$
c) $\vec{u}-3\vec{v}$



2. Na figura abaixo, representa-se um cubo. Desenhe a flecha de origem H que representa
a) $(E-F)+(B-D)+(C-D)$;
b) $-(G-B)+(B-A)$.



3. Sabendo que o ângulo entre os vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ é de $60°$, determinar o ângulo formado pelos vetores $-\vec{u}$ e $2\vec{v}$.

Capítulo 2: Vetores no $\Re^2$ e no $\Re^3$

(Operações com vetores)

4. Dados os vetores $\vec{u}=(4,1)$ e $\vec{v}=(2,6)$, calcular $\vec{u}+\vec{v}$ e $2\vec{u}$. Fazer a representação geométrica desses vetores.

5. Demonstre a propriedade $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ (comutativa).

6. Dados os vetores $\vec{u}=(3,-1)$ e $\vec{v}=(-1,2)$, determinar o vetor $\vec{w}$ tal que $4(\vec{u}-\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}-2\vec{w}$.

(Vetor definido por dois pontos)

7. Dados os pontos $A(2,-1)$, $B(-1,3)$ e $C(4,-2)$, determinar $D(x,y)$ de modo que $\vec{CD}=3\vec{AB}$.

(Decomposição no espaço)

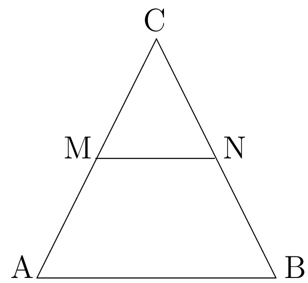
8. Dados os vetores $\vec{u}=(-2,3,-4)$ e $\vec{v}=(-4,3,-8)$, verificar se são paralelos.

9. Determinar a e b de modo que sejam colineares os pontos $A(3,a,b)$, $B(1,5,1)$ e $C(-3,13,7)$.

(Outros)

10. Dar as expressões das coordenadas do ponto médio do segmento da reta de extremidades $A(x_1,y_1)$ e $B(x_2,y_2)$.

11. Na figura abaixo tem-se $CM=\frac{CA}{3}$, $CN=\frac{CB}{3}$. Prove que os segmentos MN e AB são paralelos, e que o comprimento do primeiro é $\frac{1}{3}$ do comprimento do segundo.



Capítulo 3: Produtos de vetores

(Distância entre dois pontos)

12. Dados os vetores $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ e $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j}$. Determine $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

13. Dados os vetores $\vec{u} = (4, \alpha, -1)$ e $\vec{v} = (\alpha, 2, 3)$ e os pontos $A(4, -1, 2)$ e $B(3, 2, -1)$, determinar o valor de α tal que $\vec{AB} \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = 5$.

14. Determine o módulo do vetor $\vec{v}$ do exercício 13.

15. Determine o versor do vetor $\vec{v}$ do exercício 13.

16. Sabendo que a distância entre os pontos $A(-1, 2, 3)$ e $B(1, -1, m)$ é 7, calcular m.

17. Determinar α para que o vetor $\vec{u} = (\frac{\sqrt{11}}{4}, -\frac{1}{2}, \alpha)$ seja unitário.

(Propriedades do produto escalar)

18. Provar que $|\vec{u} - \vec{v}|^2 = |\vec{u}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2$.

(Ângulo de dois vetores)

19. Determinar os ângulos do triângulo de vértices $A(2, 1, 3)$, $B(1, 0, -1)$ e $C(-1, 2, 1)$.

20. Provar que os pontos $A(5, 1, 5)$, $B(4, 3, 2)$ e $C(-3, -2, 1)$ são vértices de um triângulo retângulo.

(Ângulos diretores e cossenos diretores)

21. Os ângulos diretores de um vetor podem ser de 45°, 60° e 90° ?

(Projeção de um vetor em termos do produto escalar)

22. Qual o comprimento do vetor projeção de $\vec{u} = (3, 5, 2)$ sobre o eixo dos y ?

23. Calcule m para que $\text{proj}_{\vec{v}}\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{v}$, sendo $\vec{u} = (m, 2, 0)$ e $\vec{v} = (2, m, 0)$ na base ortonormal.

(Produto vetorial)

24. Se $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ e $\vec{v} = -\vec{i} + \vec{k}$, determine $\vec{u} \times \vec{v}$ e $\vec{v} \times \vec{u}$.

(Interpretação geométrica do módulo do produto vetorial)

25. Calcular a área do triângulo de vértices $A(2, 3, -1)$, $B(3, 1, -2)$ e $C(-1, 0, 2)$.

26. Calcular a área do paralelogramo que tem um vértice no ponto $A(3, 2, 1)$ e uma diagonal de extremidades $B(1, 1, -1)$ e $C(0, 1, 2)$.

27. Mostre que se $3\vec{u} - 2\vec{v} + 17\vec{w} = \vec{0}$ então $3\vec{u} \times \vec{v} = 17\vec{v} \times \vec{w}$.

    (Duplo produto vetorial)

28. Dado os vetores $\vec{u} = (2, -1, 1)$, $\vec{v} = (1, -1, 0)$ e $\vec{w} = (-1, 2, 2)$, calcular $\vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w})$ e $\vec{w} \times (\vec{u} \times \vec{v})$.

    (Propriedades do produto misto)

29. Verificar se são coplanares os pontos $A(2, 1, 3)$, $B(3, 2, 4)$, $C(-1, -1, -1)$ e $D(0, 1, -1)$.

30. Determinar o valor de k para que os seguintes vetores sejam coplanares: $\vec{a} = (2, k, 1)$, $\vec{b} = (1, 2, k)$ e $\vec{c} = (3, 0, -3)$.

    (Volume do tetraedro)

31. Os vetores $\vec{a} = (3, -1, -3)$, $\vec{b} = (-1, 1, -4)$ e $\vec{c} = (m+1, m, -1)$ determinam um paralelepípedo de volume 42. Calcular m.

    (Outros)

32. Determinar $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w} + \vec{v} \cdot \vec{w}$, sabendo que $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = \vec{0}$, $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$ e $|\vec{w}| = \sqrt{5}$.

33. O vetor $\vec{v}$ é ortogonal aos vetores $\vec{a} = (1, 2, 0)$ e $\vec{b} = (1, 4, 3)$ e forma ângulo agudo com o eixo dos x. Determinar $\vec{v}$, sabendo que $|\vec{v}| = 14$.

34. Sendo $\vec{u}$ e $\vec{v}$ vetores do espaço, com $\vec{v} \neq \vec{0}$:
    a) determinar o número real r tal que $\vec{u} - r\vec{v}$ seja ortogonal a $\vec{v}$ e
    b) mostrar que $(\vec{u} + \vec{v}) \times (\vec{u} - \vec{v}) = 2\vec{v} \times \vec{u}$.