UFSC - CÁLCULO 3 - 2013.3 - 2A. PROVA (MODELO)

RAPHAEL DA HORA

(1) Seja C a curva dada por $r(t) = (4\sqrt{t}, t, 5 - t^2)$, $t > 0$. Determine o ponto em que a reta tangente à C no ponto $(4, 1, 4)$ intersecta o plano xy, i.e., $z = 0$. Resposta: $(8, 3, 0)$.

(2) Encontre uma função f tal que $\nabla f = F$, onde $F(x, y, z) = (y+z)\mathbf{i}+(z+x)\mathbf{j}+(x+y)\mathbf{k}$. Resposta: $f(x, y, z) = xy + xz + zy + C$, onde C é uma constante.

(3) Seja C a curva dada por $r(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$, $0 \le t \le 1$. Calcule

$$\int_C (y - x)dx + (z - x)dy + (x - y)dz.$$

Resposta: $-7/60$.

(4) Calcule $\int_C x^2 dy$, onde C é a fronteira do retângulo com vértices $\{(0, 0), (2, 0), (2, 3), (0, 3)\}$, orientado no sentido anti-horário. Resposta: 12.

(5) Seja S a parte do plano $z = 6 - 3y - 2x$ que está no primeiro octante. Calcule a área da superfície S. Resposta: $3\sqrt{14}$.

(6) Seja S a parte do parabolóide $z = \dfrac{1}{4} + x^2 + y^2$, onde $z \le \dfrac{5}{4}$. Calcule $\displaystyle\int\int_S z dS$. Resposta: $\dfrac{5\pi}{8}(5^{5/2} - 1)$.

(7) Seja S a superfície $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z \ge 0$, orientada positivamente. Calcule $\displaystyle\int\int_S \text{rot } F \cdot dS$, onde $F(x, y, z) = (-y + z\text{sen}x, x + \text{sen}z, -z + x\text{sen}y)$. Resposta: 8π.

(8) Calcule $\displaystyle\int\int_S F \cdot dS$, onde

$$F(x, y, z) = 2xy^2\mathbf{i} + 2yx^2\mathbf{j} - (x^2 + y^2)z\mathbf{k},$$

S é a superfície fronteira do sólido limitado pelo cilindro $x^2+y^2 = 1$ e pelos planos $z = -1$ e $z = 1$, orientada positivamente. Resposta: π.