UFSC - CÁLCULO 1 - 2013.2 - 3A. PROVA (MODELO)

RAPHAEL DA HORA

(1) Encontre os valores de x tais que a reta tangente à curva $y = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^2}{2}$ é paralela à reta $y = 2x$. Use que duas retas são paralelas se suas inclinações são iguais. Resposta: $x = 1$ ou $x = 2$.

(2) Se $f(x) = 2x^{3/2} \ln x$, calcule $f'(4)$. Resposta: $12 \ln 4 + 4$.

(3) Calcule a inclinação da reta tangente à curva definida por $y\text{sen}(2x) = x \cos(2y)$ no ponto $\left(\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{4}\right)$. Resposta 1/2.

(4) Sabendo que $f'(1)$ existe, que $f(x) + x^2[f(x)]^3 = 10$ e $f(1) = 2$, então calcule $f'(1)$. Resposta: $-16/13$.

(5) Se $y = \text{sen}^{-1}(\cos x)$, então $y' =$? Resposta: $y' = -\dfrac{\text{sen}x}{\sqrt{1 - \cos^2 x}}$.

(6) Encontre os valores máximo e mínimo da função $f(x) = 2\cos x + \text{sen}(2x)$ no intervalo $[0, \pi/2]$. Use que $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \text{sen}\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{1}{2}$ e que $\cos\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \text{sen}\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Resposta: o valor máximo é $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ e o valor mínimo é 0.

(7) Sejam f e g duas funções tais que

(i) Ambas f e g são contínuas no intervalo $[1, 5]$;

(ii) Ambas f e g são diferenciáveis no intervalor $[1, 5]$.

Suponha que $f(1) = 3$, $g(1) = 0$, $f(5) = 15$, e que $f'(x) - g'(x) = 2$ para todo $x \in (1, 5)$. Encontre $g(5)$. Resposta: $g(5) = 4$.

(8) Calcule $\lim\limits_{x \to \pi/2} (2x - \pi) \sec x$. Resposta: -2.

(9) Calcule $\lim\limits_{x \to 0^+} (1 - 4x)^{2/x}$. Resposta: e^{-8}.

(10) Seja $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 + 4}$. Determine:

(a) Os intervalos de crescimento e decrescimento. Resposta: f é decrescente em $(-\infty, 0)$ e cresce em $(0, \infty)$.

(b) Os intervalos onde a concavidade está para cima e onde está para baixo. Resposta: concavidade para cima em $(-2, 2)$ e concavidade para baixo em $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$.