UFSC - CÁLCULO 3 - 2013.3 - 3A. PROVA (MODELO)

RAPHAEL DA HORA

(1) Calcule $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} + \cdots$. Resposta: $4/3$.

(2) Quais das seguintes séries são convergentes?

$$\text{I. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{n}-1} \qquad \text{II. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n2^n} \qquad \text{III. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{3n+2}$$

Resposta: II.

(3) Determine quais valores de p a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^p+1}}$ converge? Resposta: $p > 4$.

(4) Quais das seguintes séries convergem?

$$\text{I. } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)^n \qquad \text{II. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2013)^n} \qquad \text{III. } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{5^n}$$

Resposta: I e III.

(5) Determine se $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{5^n n!}$ converge. Resposta: Sim!

(6) Determine se $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n-2}}$ converge. Essa série converge absolutamente?

Resposta: Converge, mas não converge absolutamente.

(7) Determine os valores de x tais que $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n+1}$ converge. Resposta: $(-1, 1]$.

(8) Determine o coeficiente de x^6 na série de Taylor de $f(x) = \operatorname{sen}\left(\frac{x^2}{2}\right)$.

Resposta: $-1/48$.

(9) Calcule a série de potências, centrada em $x = 0$, da função $f(x) = \frac{2}{3-x}$ e determine seu raio de convergência. Resposta: $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2x^n}{3^{n+1}}$, raio de convergência é 3.

(10) Calcule a série de potências, centrada em $x = 0$, da função $f(x)$ que satisfaz

$$f'(x) = \frac{e^x - 1}{x} \text{ e } f(0) = 5.$$

Resposta: $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2(n-1)!} + 4$.