UFSC - CÁLCULO C - 2014.1 - 1A. PROVA (MODELO)

RAPHAEL DA HORA

(1) Calcule $\int_C (y^2 + z^2) ds$, onde $C = \{x = t, y = \cos 2t, z = \text{sen } 2t, 0 \leq t \leq 2\pi\}$. Resposta: $2\pi\sqrt{5}$.

(2) Calcule $\int_C F \cdot dr$, onde $F(x, y) = yx^3\mathbf{i} + y^2\mathbf{j}$ e C é a parte da parábola $y = x^2$ de $(0, 0)$ a $(1, 1)$. Resposta: $1/2$.

(3) Calcule $\int_C (x^2 + 4y)dx + (x - 3y^2)dy$, onde C é o triângulo de $(0, 0)$ a $(2, 0)$ a $(0, 2)$ e a $(0, 0)$. Resposta: -6.

(4) Encontre uma função $f(x, y, z)$ tal que

$$\nabla f(x, y, z) = F(x, y, z) = (2y + 2xz^2)\mathbf{i} + (2x + 2yz^2)\mathbf{j} + 2(x^2z + y^2z)\mathbf{k}$$

e use isso para calcular $\int_C F \cdot dr$, onde $r(t) = (t + 1)\mathbf{i} + (2t - 1)\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq 1$. Resposta: 11.

(5) Encontre a equação do plano tangente à superfície $x^3y + z^2 = 3$ no ponto $(-1, 1, 2)$. Resposta: $3x - y + 4z = 4$.

(6) Seja S a parte da superfície $z = xy$ que está dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 1$, orientada positivamente. Calcule $\int\int_S F \cdot dS$, onde $F(x, y, z) = y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$. Resposta: $-\pi/2$.

(7) Seja S a parte da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, que está abaixo do plano $z = 1$, orientada positivamente. Calcule

$$\int\int \text{rot } F \cdot dS,$$

onde $F(x, y, z) = xz\mathbf{i} + y\mathbf{j} + y\mathbf{k}$. Resposta: 0.

(8) Seja S a superfície formada pela parte do parabolóide $z = 1 - x^2 - y^2$ que está acima do plano xy, orientada positivamente. Calcule $\int\int_S F \cdot dS$, onde $F(x, y, z) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + 2(1 - z)\mathbf{k}$. Resposta: 2π.

(9) Seja S o tetraedro com vértices nos pontos $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$, orientado positivamente. Calcule $\int\int_S F \cdot dS$, onde $F(x, y, z) = yz\mathbf{j} - y^2\mathbf{k}$.