

AULA-3 (18/02/2006) INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL POR PARTES

RESUMO: Na aula anterior foi observado que o erro de aproximação do polinômio interpolador tende a aumentar oscilatoriamente nos extremos do domínio de interpolação (fenômeno de Runge). Nesta aula veremos que uma maneira de se contornar essa dificuldade é através de interpolação por partes usando splines. A parte prática será ilustrada com o uso do programa **INTERPOL1** do **MATLAB**.

Idéia Básica: Usar polinômios interpoladores de grau moderado usando, por exemplo, interpolação linear de pontos adjacentes, interpolação quadrática usando tres pontos adjacentes, etc. Melhores resultados são obtido com o uso de *splines*

Definition 1 Considere uma partição do intervalo $[a,b]$: $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$. Uma função s definida em $[a,b]$ é chamada **spline** de grau m se

- $s(x)$ é um polinômio de grau menor ou igual a m em cada subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$, $i = 1, 2, \dots, n$
- s tem $(m - 1)$ derivadas contínuas em cada x_i , isto é, s é uma função com $m - 1$ derivadas contínuas em $\langle a, b \rangle$.

Exemplos: As funções s_1 e s_3 definidas por:

$$s_1(x) = \begin{cases} x + 1, & 0 \leq x < 1, \\ 3 - x, & 1 \leq x < 2 \\ 2x - 3, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}, \quad s_3(x) = \begin{cases} (x + 2)^3, & -2 \leq x \leq -1, \\ 1 + 3(x + 1) + 3(x + 1)^2 - 3(x + 1)^3 & -1 \leq x \leq 0 \\ 1 + 3(1 - x) + 3(1 - x)^2 - 3(1 - x)^3 & 0 \leq x \leq 1, \\ (2 - x)^3 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases},$$

são splines de grau 1 (spline linear) em $[0, 3]$ e de grau três (spline cúbico) em $[-2, 2]$, respectivamente.

Interpolação Por partes usando MATLAB:

A função do MATLAB para interpolação por partes é **INTERP1**:

Se os dados a serem interpolados são guardados nos vetores x e y (com $y = f(x)$), e se xx é o vetor de valores (“as entrelinhas”) nos quais deseja-se aproximar f , então:

> `yy = interp1(x,y,xx)`: calcula interpolação polinomial linear por partes em xx .

> `yy = interp1(x,y,xx,'cubic')`: calcula interpolação polinomial em xx usando polinômios cúbicos por partes.

> `yy = interp1(x,y,xx,'spline')`: calcula interpolação polinomial em xx usando splines cúbicos por partes.

Exercício

- Um automóvel, viajando por uma estrada reta, é cronometrado em diversos pontos. Os dados dessas observações são apresentadas na tabela a seguir, onde o tempo está dado em segundos, a distância em pés, e a velocidade em pés por segundo.

Tempo	0	3	5	8	13
Distância	0	22.5	383	623	993
Velocidade	75	77	80	74	72

Use interpolação polinomial e interpolação polinomial por partes para prever a posição do automóvel e sua velocidade quando $t = 10s$.