AULA-6 (18/03/2006) SOLUÇÃO NUMÉRICA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

RESUMO: *Muitos modelos matemáticos em áreas aplicadas são descritos por sistemas de equações diferenciais ordinárias ou parciais. Como um exemplo, estudaremos dois modelo de crescimento populacional, um descrevendo crescimento exponencial e outro conhecido como modelo logístico.*

Modelos de Crescimento populacional:

Modelo 1: A premissa é que a população cresce a uma taxa proporcional ao tamanho da população. Se $P = P(t)$ denota o tamanho da população no tempo t, então devemos ter:

$$\frac{dP}{dt} = k\,P, \tag{1}$$

onde k é alguma constante positiva.

Modelo 2: (Verhulst, 1940) O seguinte modelo, conhecido como modelo logístico, é uma modificação de (1) na forma:

$$\frac{dP}{dt} = k\,P(1 - \frac{P}{K}), \tag{2}$$

K sendo uma constante positiva.

Assumindo que num instante inicial $t = t_0$, é conhecido que o tamanho da população é $P(t_0) = P_0$, o objetivo é determinar $P(t)$ para $t > t_0$. O problema de encontrar $P(t)$ a partir de (1) (ou (2)) tal que $P(t_0) = P_0$, é chamado de *Problema de Valor Inicial.* Nesta aula, discutiremos como resolver esses problemas e apresentaremos alguns exemplos para ilustrar a qualidade dos modelos. Para tanto, comparação das respostas dos mesmos com dados demográficos reais serão apresentadas.

Exercício

1. Uma população é modelaa pela equação diferencial

$$\frac{dP}{dt} = 1.2\,P(1 - \frac{P}{4.2}).$$

a) Para quais valores de P a populaçaõ esta aumentando?
b) Para quais valores de P a populaçaõ esta diminuindo?
c) Quais são as soluções de equilibrio?

Fpolis, 18/03/2006

Fermín S. V. Bazán