Probabilidade
Prof. Márcio

Aula 6 - Probabilidade (18/03/2006)

- Independência. Teorema da Probabilidade Total.

Independência: Sejam A e B eventos em um espaço amostral (S, P). Dizemos que esses eventos são independentes se

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

Exemplo: Jogar uma moeda 5 vezes. Sejam os eventos A: cara na primeira jogada, e B: cara na última jogada.

$$P(A) = P(B) = \frac{2^4}{2^5} = \frac{1}{2}. \quad P(A \cap B) = \frac{2^3}{2^5} = \frac{1}{4}. \quad P(A|B) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}.$$

A primeira jogada é independente da última. Assim, se $P(A|B) = P(A)$, então

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

Partição: Sejam n eventos $B_1, B_2, \cdots, B_n$. Dizemos que eles formam uma partição de S quando:

i) $P(B_i) > 0, \quad i = 1, 2, \cdots, n;$

ii) $B_i \cap B_j = \phi, \quad i \neq j;$

iii) $\bigcup_{i=1}^{n} B_i = S.$

Teorema de Bayes: Sejam $B_1, B_2, \cdots, B_n$ eventos formando uma partição de S e $A \subset S$. Então

$$P(B_j|A) = \frac{P(B_j)P(A|B_j)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A|B_i)}, \quad j = 1, 2, \cdots, n.$$

Exercício: Uma urna A contém 3 fichas vermelhas e 2 azuis enquanto uma urna B contém 2 fichas vermelhas e 8 azuis. Joga-se uma moeda. Se der cara, extrai-se uma ficha de A, caso contrário, extrai-se de B. Uma ficha vermelha foi extraída. Qual a probabilidade de ter saído cara no lançamento da moeda?