Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

Exame de Proficiência em Pré-cálculo 2017-1

Nome:

Curso:

Informações e instruções

1. Caro estudante, seja bem-vindo à Universidade Federal de Santa Catarina! Em oposição ao vestibular, este exame não tem caráter seletivo. O objetivo aqui é medir seu conhecimento em matemática e adequar suas disciplinas de forma coerente. Portanto, não se sinta pressionado durante o exame, você só tem a ganhar com ele (independente do resultado). Desaconselhamos “chutar” respostas, pois uma boa nota sem o devido conhecimento pode prejudicar seu desempenho nas disciplinas.
2. O exame inicia às 9 horas e termina às 12 horas. O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos. Se você precisar ir ao banheiro, comunique ao aplicador.
3. O exame é composto por 20 questões de múltipla escolha. Apenas uma das alternativas é a correta. Marque a alternativa escolhida no cartão-resposta abaixo, preenchendo a caneta todo o espaço dentro do círculo. Se você marcar mais de uma alternativa em uma mesma questão, esta será anulada.
4. Sobre a mesa, deixe apenas lápis ou lapiseira, caneta (azul ou preta), borracha e documento. Guarde sua mochila abaixo da mesa ou cadeira (não no corredor). Não é permitido o uso de calculadoras ou de qualquer dispositivo eletrônico. Seu celular deve ser desligado e guardado. Em hipótese alguma, mexa no celular ou converse com algum colega durante o exame.
5. Você pode usar as páginas em branco ao final da prova para resolver suas questões. Se você necessitar de mais espaço, peça mais folhas ao aplicador.
6. Acertando doze ou mais questões, você será matriculado na disciplina de Cálculo 1 (MTM3101). Acertando menos que doze, você será matriculado na disciplina de Pré-cálculo (MTM3100). Você poderá conferir o resultado na secretaria do seu curso a partir de segunda-feira (06/03). Não esqueça de se informar sobre os locais e horários das aulas.

Bom exame!

Cartão-resposta

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E	E

Para uso do corretor

Número de acertos	Nota final

Questão 1. O valor da expressão

$$\frac{2^{2003}\cdot 9^{1001}}{4^{1001}\cdot 3^{2003}}+\frac{2^{2000}\cdot 9^{1000}}{4^{1000}\cdot 3^{2001}}$$

é igual a

(A) $\frac{1}{3}$;

(B) $\frac{2}{3}$;

(C) 1;

(D) $\frac{4}{3}$;

(E) 2.

Questão 2. O conjunto das soluções reais da inequação

$$|x|+|x-1|<5$$

é

(A) $(-\infty,\infty)$;

(B) $(-2,2)$;

(C) $(-2,3)$;

(D) $(-2,-1)$;

(E) $[-1,0)$.

Questão 3. O conjunto das soluções reais da inequação

$$\frac{\sqrt{2x-1}}{x-2}<1$$

é

(A) $(-\infty,2]\cup(5,\infty)$;

(B) $[\frac{1}{2},5)$;

(C) $[\frac{1}{2},2)\cup(5,\infty)$;

(D) $(2,5)$;

(E) $(5,\infty)$.

Questão 4. Seja a um número real e considere a função $f:(-\infty,a)\longrightarrow\mathbb{R}$ dada por

$$f(x)=2x^2-3x+4.$$

O maior valor de a para o qual f é uma função injetora é

(A) $\frac{3}{4}$;

(B) 0;

(C) -1;

(D) -2;

(E) 10.

Questão 5. Se $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$, então $f(f(x))$ é dada por

(A) $\dfrac{1}{1+x^4}$;

(B) $\dfrac{1}{1+2x^2+x^4}$;

(C) $\dfrac{1+2x^2+x^4}{2+2x^2+x^4}$;

(D) $\dfrac{x+1}{x^4+1}$;

(E) x.

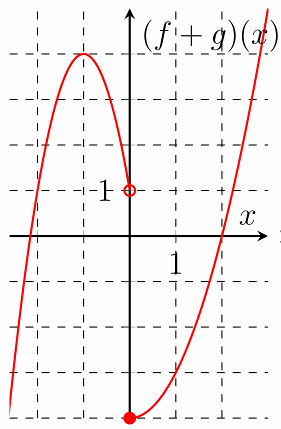
Questão 6. Considere as funções f e g definidas por

$$f(x)=\begin{cases} x, & \text{se } x<-1\\ x^2+1, & \text{se } -1\le x<0\\ -5, & \text{se } x\ge 0\end{cases}$$

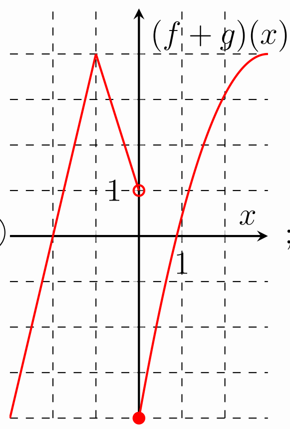
e

$$g(x)=\begin{cases} -2x, & \text{se } x<0\\ x^2+1, & \text{se } x\ge 0.\end{cases}$$

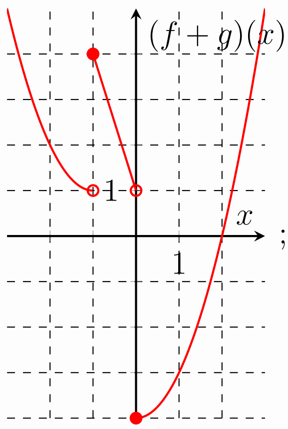
O gráfico que melhor representa a função $f+g$ é

(A) 

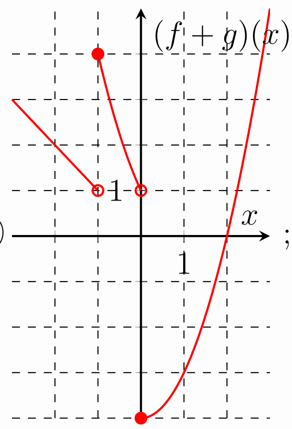
;

(B) 

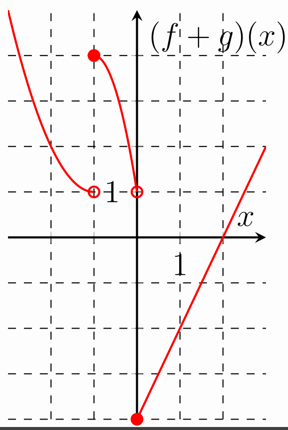
;

(C) 

;

(D) 

;

(E) 

.

Questão 7. Qual é o domínio da função

$$f(x) = \sqrt{\frac{4 - x^2}{x^2 - 3x - 4}}\ ?$$

Observação. Encontrar o domínio da função acima significa determinar o maior subconjunto X de $\mathbb{R}$ de modo que $f : X \longrightarrow \mathbb{R}$ possa ser definida pela expressão $f(x)$ dada. O mesmo se aplica às questões 14 e 15.

(A) $[-2, 4)$.

(B) $[-2, -1) \cup [2, 4)$.

(C) $(-1, 2)$.

(D) $[-2, -1) \cup [2, 4) \cup \{0\}$.

(E) $(0, \infty)$.

Questão 8. Considere as sentenças

(I) a composta de duas funções ímpares é uma função ímpar;

(II) a composta de uma função ímpar e uma função par é uma função par, independente da ordem;

(III) a composta de duas funções pares é uma função par.

Pode-se afirmar que:

(A) somente (I) e (II) são verdadeiras;

(B) somente (I) e (III) são verdadeiras;

(C) somente (II) e (III) são verdadeiras;

(D) somente (III) é verdadeira.

(E) todas as afirmações são verdadeiras.

Questão 9. Seja $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ uma função que satisfaz

$$2f(x) + f(1 - x) = x^2.$$

A lei de formação de f é dada por

(A) $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{2}$;

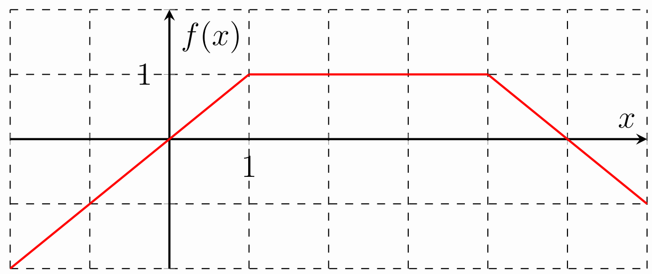
(B) $f(x) = \dfrac{x^2 + 8x - 3}{9}$;

(C) $f(x) = \dfrac{4x^2 + 3x - 2}{6}$;

(D) $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 1}{3}$;

(E) $f(x) = \dfrac{x^2 + 9x - 4}{9}$.

Questão 10. Seja $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ a função definida pelo gráfico



.

A lei que define f é

(A) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{se } x < 0 \\ 2, & \text{se } 0 \leq x < 4 \\ x^2 - x, & \text{se } x \geq 4; \end{cases}$

(B) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \text{ é par} \\ 1, & \text{se } x \text{ é ímpar}; \end{cases}$

(C) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq 1 \\ 1, & \text{se } 1 < x < 4 \\ 5 - x, & \text{se } x \geq 4; \end{cases}$

(D) $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \leq 1 \\ x, & \text{se } 1 < x < 4 \\ -x, & \text{se } x \geq 4; \end{cases}$

(E) $f(x) = \begin{cases} x + 2, & \text{se } x < 1 \\ 1, & \text{se } 1 \leq x \leq 4 \\ x - 2, & \text{se } x > 4. \end{cases}$

Questão 11. Sobre a equação

$$\frac{\log_5(3x - 2)}{\log_2 x} = \frac{2}{\log_2 5},$$

pode-se afirmar que:

(A) não possui solução real;

(B) possui única solução real;

(C) possui duas soluções reais;

(D) possui três soluções reais;

(E) possui infinitas soluções reais.

Questão 12. Sobre a equação

$$7^{\sqrt{x}} - 2 \cdot 7^{2 - \sqrt{x}} = 47,$$

pode-se afirmar que:

(A) não possui solução real;

(B) possui única solução real;

(C) possui duas soluções reais;

(D) possui três soluções reais;

(E) possui infinitas soluções reais.

Questão 13. Sejam a e b números reais positivos. Sabendo que $\log a + \log b = p$, então

$$\log \frac{1}{a} + \log \frac{1}{b}$$

é igual a

(A) $-p$;

(B) $\frac{1}{p}$;

(C) $1 - p$;

(D) $1 + p$;

(E) 0.

Questão 14. Qual é o domínio da função

$$f(x) = \log_{3+x}(x^2 - 1) \quad ?$$

(A) $(-1, 1)$.

(B) $(-3, -2) \cup (1, \infty)$.

(C) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$.

(D) $(-2, -1) \cup (1, \infty)$.

(E) $(-3, -2) \cup (-2, -1) \cup (1, \infty)$.

Questão 15. Qual é o domínio da função

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - 2^{-x}}} \quad ?$$

(A) $(-\infty, 0)$.

(B) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$.

(C) $(0, \infty)$.

(D) $(1, 2)$.

(E) Nenhuma das respostas anteriores.

Questão 16. Qual dos intervalos abaixo pode ser usado como domínio da função

$$f(x) = \sqrt{\log_2\left(\frac{1}{2} + \operatorname{sen} x\right)} \ ?$$

(A) $[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}]$.

(B) $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$.

(C) $[\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}]$.

(D) $[\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}]$.

(E) $[0, 2\pi]$.

Questão 17. Considere a função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \operatorname{sen}^2 x.$$

Podemos afirmar que:

(A) f é periódica de período fundamental 4π;

(B) f é periódica de período fundamental 2π;

(C) f é periódica de período fundamental π;

(D) f é periódica e o período fundamental pertence a $(\pi, 2\pi)$;

(E) f não é periódica.

Questão 18. Seja $f : (0, \frac{\pi}{2}) \longrightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \sqrt{\sec^2 x + \operatorname{cossec}^2 x}.$$

Se $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ e $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{a}{b}$, então $f(\alpha)$ é igual a

(A) $\dfrac{a+b}{2}$;

(B) $\sqrt{a^2 + b^2}$;

(C) $\dfrac{a^2 - b^2}{ab}$;

(D) $\dfrac{a^2 + b^2}{ab}$;

(E) nenhuma das respostas anteriores.

Questão 19. Sobre a equação

$$\cos^2 2x + \cos^2 5x = 1,$$

pode-se afirmar que:

(A) não possui solução em $[0, \frac{\pi}{4}]$;

(B) possui única solução em $[0, \frac{\pi}{4}]$;

(C) possui duas soluções em $[0, \frac{\pi}{4}]$;

(D) possui três soluções em $[0, \frac{\pi}{4}]$;

(E) possui quatro soluções em $[0, \frac{\pi}{4}]$.

Questão 20. O valor numérico de

$$\frac{\operatorname{sen} 3x}{\operatorname{sen} x} - \frac{\cos 3x}{\cos x}$$

para $x \neq k\dfrac{\pi}{2}$ com $k \in \mathbb{Z}$, é

(A) -2;

(B) -1;

(C) 0;

(D) 1;

(E) 2.