



Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática



Exame de Proficiência em Pré-cálculo 2017-2

Nome:

Curso:

Informações e instruções

1. Caro estudante, seja bem-vindo à Universidade Federal de Santa Catarina! Em oposição ao vestibular, este exame não tem caráter seletivo. O objetivo aqui é medir seu conhecimento em matemática e adequar suas disciplinas de forma coerente. Portanto, não se sinta pressionado durante o exame, você só tem a ganhar com ele (independente do resultado). Desaconselhamos “chutar” respostas, pois uma boa nota sem o devido conhecimento pode prejudicar seu desempenho nas disciplinas.
2. O exame inicia às 9 horas e termina às 12 horas. O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos. Se você precisar ir ao banheiro, comunique ao aplicador.
3. O exame é composto por 20 questões de múltipla escolha. Apenas uma das alternativas é a correta. Marque a alternativa escolhida no cartão-resposta abaixo, preenchendo a caneta todo o espaço dentro do círculo. Se você marcar mais de uma alternativa em uma mesma questão, esta será anulada.
4. Sobre a mesa, deixe apenas lápis ou lapiseira, caneta (azul ou preta), borracha e documento. Guarde sua mochila abaixo da mesa ou cadeira (não no corredor). Não é permitido o uso de calculadoras ou de qualquer dispositivo eletrônico. Seu celular deve ser desligado e guardado. Em hipótese alguma, mexa no celular ou converse com algum colega durante o exame.
5. Você pode usar as páginas em branco ao final da prova para resolver suas questões. Se você necessitar de mais espaço, peça mais folhas ao aplicador.
6. Acertando doze ou mais questões, você será matriculado na disciplina de Cálculo 1 (MTM3101). Acertando menos que doze, você será matriculado na disciplina de Pré-cálculo (MTM3100). Você poderá conferir o resultado na secretaria do seu curso a partir de segunda-feira (31/07). Não esqueça de se informar sobre os locais e horários das aulas.

Bom exame!

Cartão-resposta

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)
(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)
(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)
(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)
(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)

Para uso do corretor

Número de acertos

Nota final

Questão 1. Sejam f e g funções convenientemente definidas tais que f e g são inversas entre si e $f(1) = 2$. Considere a sequência $a_1 = f(1)$, $a_2 = f(g(1))$, $a_3 = f(g(f(1)))$, $a_4 = f(g(f(g(1))))$ e assim sucessivamente. O valor de a_{2017} é

- (A) 0;
- (B) 1;
- (C) 2;
- (D) 3;
- (E) 4.

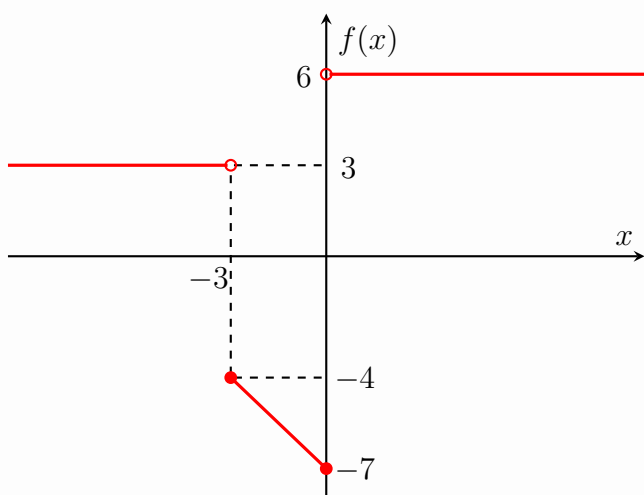
Questão 2. A soma das raízes reais da equação

$$x^{-1} - 4x^{-1/2} + 3 = 0$$

é igual a

- (A) -4;
- (B) $\frac{10}{9}$;
- (C) $\frac{4}{3}$;
- (D) 3;
- (E) 4.

Questão 3. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a função definida pelo gráfico



O valor de $f(f(-4)) + f(-3)$ é

- (A) -2;
- (B) -1;
- (C) 0;
- (D) 1;
- (E) 2.

Questão 4. Considere o conjunto

$$S = \{r \in \mathbb{Q} \mid r \geq 0 \text{ e } r^2 \leq 2\}$$

sobre o qual são feitas as seguintes afirmações:

- (I) $\frac{5}{4} \in S$ e $\frac{7}{5} \in S$;
- (II) $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \sqrt{2}\} \cap S = \emptyset$;
- (III) $\sqrt{2} \in S$.

É(São) verdadeira(s) apenas:

- (A) (I);
- (B) (II);
- (C) (I) e (II);
- (D) (I) e (III);
- (E) (II) e (III).

Questão 5. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 3, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 + 4x + 3, & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

É correto afirmar que:

- (A) f é bijetora e $(f \circ f)(-2/3) = f^{-1}(21)$;
- (B) f é bijetora e $(f \circ f)(-2/3) = f^{-1}(99)$;
- (C) f é sobrejetora mas não é injetora;
- (D) f é injetora mas não é sobrejetora;
- (E) f é bijetora e $(f \circ f)(-2/3) = f^{-1}(3)$.

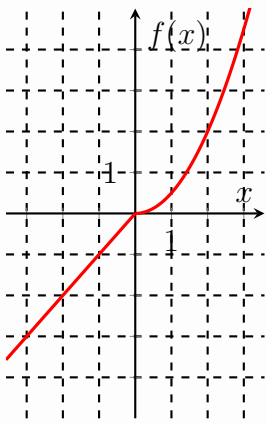
Questão 6. Seja $f : [3/2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 - 5x + 4$. O conjunto imagem de f é

- (A) $(-\infty, -9/4]$;
- (B) $(-\infty, -5/4]$;
- (C) $[-9/4, -5/4]$;
- (D) $[-9/4, \infty)$;
- (E) $[-5/4, \infty)$.

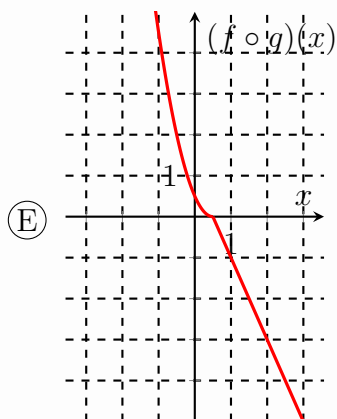
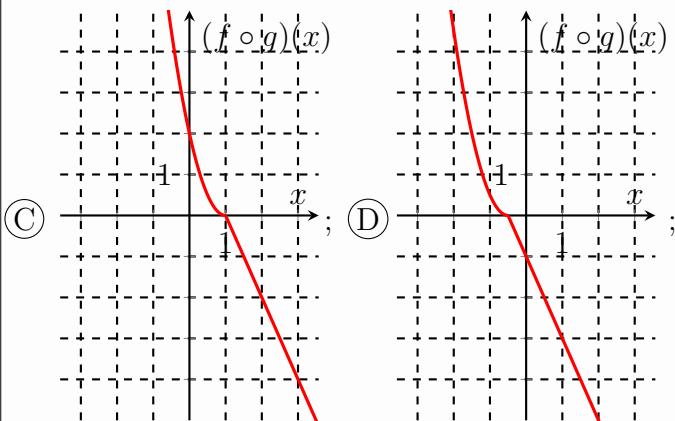
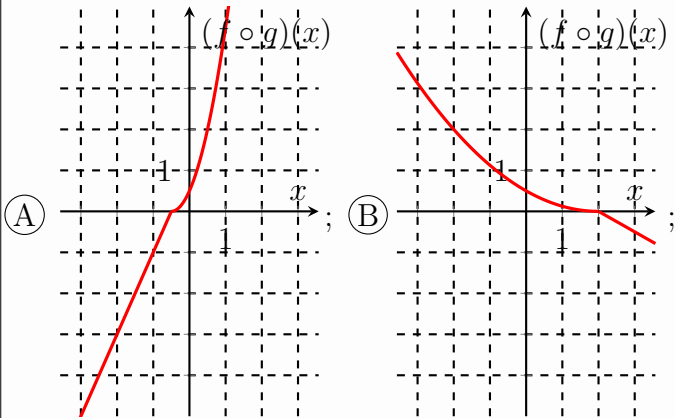
Questão 7. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = |x - 2| + |x + 3|$. O conjunto imagem de f é

- (A) $(-\infty, 5]$;
- (B) $[-5, 5]$;
- (C) $[-5, \infty)$;
- (D) $[5, \infty)$;
- (E) \mathbb{R}_+ .

Questão 8. Seja f a função cujo gráfico é dado por



O item que melhor representa o gráfico de $f \circ g$, em que $g(x) = -2x + 1$, é



Questão 9. Qual é o domínio da função

$$f(x) = \sqrt{3 - \frac{x^2 + x + 3}{x + 1}} ?$$

Observação. Encontrar o domínio da função acima significa determinar o maior subconjunto X de \mathbb{R} de modo que $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ possa ser definida pela expressão $f(x)$ dada. O mesmo se aplica à questão 13.

- (A) $[0, 2]$;
- (B) $(-\infty, -1] \cup (0, 2]$;
- (C) $(-1, 0] \cup [2, \infty)$;
- (D) $(-2, -1) \cup [0, 2]$;
- (E) $(-\infty, -1) \cup [0, 2]$.

Questão 10. Se $f(x) = \frac{1}{1 + x^2}$, então $f(\sqrt[4]{7})$ é igual a

- (A) $\frac{1}{1 + \sqrt[8]{7}}$;
- (B) $1 - \sqrt[4]{7}$;
- (C) $\frac{\sqrt{7} - 1}{6}$;
- (D) $\frac{\sqrt{7} - 1}{8}$;
- (E) $1 - \frac{\sqrt{7}}{7}$.

Questão 11. Seja $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$ dada por $f(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$. A regra de formação da inversa de f é dada por

- (A) $f^{-1}(x) = \frac{x - 1}{2x + 3}$;
- (B) $f^{-1}(x) = \frac{x + 3}{x - 2}$;
- (C) $f^{-1}(x) = \frac{x - 3}{x - 2}$;
- (D) $f^{-1}(x) = \frac{2x - 3}{1 - x}$;
- (E) $f^{-1}(x) = \frac{1 - x}{3 - 2x}$.

Questão 12. Qual das funções abaixo é par?

- (A) $f(x) = x^5 - 3x^4 + 7$.
- (B) $f(x) = \frac{2x^2 - 4}{2x + 1}$.
- (C) $f(x) = 3x \operatorname{sen} x - 3 \operatorname{cos} x$.
- (D) $f(x) = 2^x + 3^x$.
- (E) $f(x) = |x + 1|$.

Questão 13. Qual é o domínio da função

$$f(x) = \sqrt{\log_2(x^2 - 1) + 1} ?$$

- (A) $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$.
- (B) $(-1, 1)$.
- (C) $(-\infty, -\sqrt{3/2}] \cup [\sqrt{3/2}, \infty)$.
- (D) $(-\sqrt{3/2}, \sqrt{3/2})$.
- (E) $[-\sqrt{3/2}, \sqrt{3/2}]$.

Questão 14. A solução real da equação

$$\frac{2^{x+1}}{2^{x+2} - 3^x} = \frac{2^{x+2} + 3^x}{2^{x-1}}$$

é

- (A) $x = \log_{3/2} \sqrt{15}$;
- (B) $x = \log_{2/3} 15$;
- (C) $x = \log_{3/2} 15$;
- (D) $x = \log_{2/3} \sqrt{15}$;
- (E) $x = \log_{3/2} \sqrt[4]{15}$.

Questão 15. Qual é o número de soluções reais da equação

$$1 - \log_3(x - 1) = \log_3(5 - x) ?$$

- (A) Nenhuma solução.
- (B) Uma solução.
- (C) Duas soluções.
- (D) Três soluções.
- (E) Quatro soluções.

Questão 16. Seja f uma função cujo gráfico contém o ponto $(3, -3/8)$ e intersecta o eixo das ordenadas na altura -3 . Sabendo que f é uma função exponencial da forma $f(x) = c \cdot a^x$, o produto entre c e a é igual a

- (A) $1/2$;
- (B) $-1/2$;
- (C) $3/2$;
- (D) $-3/2$;
- (E) nenhuma das respostas anteriores.

Questão 17. Quantas soluções a equação

$$3 \cos\left(3x - \frac{3\pi}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

possui no intervalo $[0, 2\pi]$?

- (A) Nenhuma solução.
- (B) Duas soluções.
- (C) Quatro soluções.
- (D) Seis soluções.
- (E) Oito soluções.

Questão 18. O valor da expressão

$$2 \arcsen\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg}(-1) + \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

é igual a

- (A) $-2\pi/3$;
- (B) $\pi/3$;
- (C) π ;
- (D) $-\pi/4$;
- (E) 0 .

Questão 19. A expressão

$$\frac{1 + \operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x} + \frac{\operatorname{cos} x}{1 + \operatorname{sen} x}$$

é idêntica a

- (A) $2 \operatorname{sen} x$;
- (B) $2 \operatorname{cos} x$;
- (C) $2 \operatorname{tg} x$;
- (D) $2 \operatorname{cotg} x$;
- (E) $2 \operatorname{sec} x$.

Questão 20. Qual das funções abaixo possui $[1/2, 9/2]$ como conjunto imagem?

- (A) $f(x) = 2 \operatorname{cos} x - \frac{5}{2}$.
- (B) $f(x) = 2 \operatorname{cos} x + \frac{5}{2}$.
- (C) $f(x) = \operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x + \frac{5}{2}$.
- (D) $f(x) = \operatorname{sen} x - \operatorname{cos} x - \frac{5}{2}$.
- (E) $f(x) = 3 \operatorname{tg} x + \frac{5}{2}$.