



Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas  
Departamento de Matemática



Exame de Proficiência em Pré-cálculo 2018-1

Nome:

Curso:

Informações e instruções

1. Caro estudante, seja bem-vindo à Universidade Federal de Santa Catarina! Em oposição ao vestibular, este exame não tem caráter seletivo. O objetivo aqui é medir seu conhecimento em matemática e adequar suas disciplinas de forma coerente. Portanto, não se sinta pressionado durante o exame, você só tem a ganhar com ele (independente do resultado).
2. O exame inicia às 9 horas e termina às 12 horas. O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos. Se você precisar ir ao banheiro, comunique ao aplicador.
3. O exame é composto por 20 questões de múltipla escolha. Apenas uma das alternativas é a correta. Marque a alternativa escolhida no cartão-resposta abaixo, preenchendo a caneta todo o espaço dentro do círculo. Se você marcar mais de uma alternativa em uma mesma questão, esta será anulada.
4. Sobre a mesa, deixe apenas lápis ou lapiseira, caneta (azul ou preta), borracha e documento. Guarde sua mochila abaixo da mesa ou cadeira (não no corredor). Não é permitido o uso de calculadoras ou de qualquer dispositivo eletrônico. Seu celular deve ser desligado e guardado. Em hipótese alguma, mexa no celular ou converse com algum colega durante o exame.
5. Você pode usar as folhas em branco recebidas para resolver suas questões. Não é necessário entregá-las. Se você necessitar de mais folhas, peça ao aplicador.
6. Acertando doze ou mais questões, você será matriculado na disciplina de Cálculo 1 (MTM3101). Acertando menos que doze, você será matriculado na disciplina de Pré-cálculo (MTM3100). Você poderá conferir o resultado na secretaria do seu curso a partir de segunda-feira (26/02). Não esqueça de se informar sobre os locais e horários das aulas.

Bom exame!

Cartão-resposta

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)	(A)
(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)	(B)
(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)	(C)
(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)	(D)
(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)	(E)

Para uso do corretor

Número de acertos

Nota final

**Questão 1.** Qual é o domínio da função

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{2 - x}} ?$$

*Observação.* Encontrar o domínio da função acima significa determinar o maior subconjunto  $X$  de  $\mathbb{R}$  de modo que  $f : X \rightarrow \mathbb{R}$  possa ser definida pela expressão  $f(x)$  dada. O mesmo se aplica às questões 12 e 18.

- (A)  $[-1, 2)$ .
- (B)  $[1, 2)$ .
- (C)  $[-1, 1] \cup (2, \infty)$ .
- (D)  $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ .
- (E)  $(-\infty, -1] \cup [1, 2)$ .

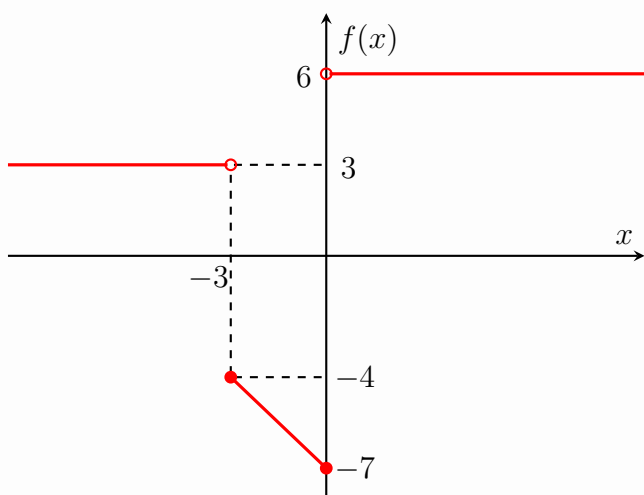
**Questão 2.** Seja  $f : \mathbb{R} - \{1\} \rightarrow \mathbb{R} - \{1\}$  a função dada por  $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$  sobre a qual são feitas as seguintes afirmações:

- (I)  $f$  é bijetora;
- (II)  $f$  é injetora e não é sobrejetora;
- (III)  $f(x) + f(\frac{1}{x}) = 0$ , para todo  $x \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$ ;
- (IV)  $f(x)f(-x) = 1$ , para todo  $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ .

São verdadeiras apenas:

- (A) (I), (III) e (IV);
- (B) (I) e (IV);
- (C) (I) e (III);
- (D) (II) e (III);
- (E) (II), (III) e (IV).

**Questão 3.** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida pelo gráfico



O valor de  $f(f(f(f(-3))))$  é igual a

- (A)  $-4$ ;
- (B)  $-3$ ;
- (C)  $0$ ;
- (D)  $3$ ;
- (E)  $6$ .

**Questão 4.** Considere as seguintes afirmações:

- (I) uma função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  **não** é ímpar se existe  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $f(-x) \neq -f(x)$ ;
- (II) uma função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é par se existe  $x \in \mathbb{R}$  tal que  $f(-x) = f(x)$ ;
- (III) se  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  satisfaz  $f(0) = 0$ , então  $f$  é ímpar;
- (IV) se  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é ímpar, então  $f \circ f$  é ímpar.

É(São) verdadeira(s) apenas:

- (A) (I);
- (B) (I) e (II);
- (C) (I), (II) e (III);
- (D) (I) e (IV);
- (E) (II) e (III).

**Questão 5.** Se  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ , então a lei de formação de  $f \circ f$  é

- (A)  $(f \circ f)(x) = \frac{2-x}{1+x}$ ;
- (B)  $(f \circ f)(x) = \frac{1+x}{2+x}$ ;
- (C)  $(f \circ f)(x) = \frac{1-x}{2-x}$ ;
- (D)  $(f \circ f)(x) = \frac{1}{1-x^2}$ ;
- (E)  $(f \circ f)(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$ .

**Questão 6.** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1+x^2, & \text{se } x \text{ é racional} \\ 1-x^2, & \text{se } x \text{ é irracional.} \end{cases}$$

Então  $f(1+\sqrt{2}) + f(2^{-1}) + f(0)$  é igual a

- (A)  $0,25 - 2\sqrt{2}$ ;
- (B)  $-0,25 + 2\sqrt{2}$ ;
- (C)  $-0,25 - 2\sqrt{2}$ ;
- (D)  $5,75 + 2\sqrt{2}$ ;
- (E)  $6,25 + 2\sqrt{2}$ .

**Questão 7.** Seja  $f : (-\infty, 1] \rightarrow [2, \infty)$  definida por  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ . A inversa de  $f$  é a função  $f^{-1} : [2, \infty) \rightarrow (-\infty, 1]$  dada por

- (A)  $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x-2}$ ;
- (B)  $f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x-1}$ ;
- (C)  $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x-2}$ ;
- (D)  $f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x-2}$ ;
- (E)  $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x+2}$ .

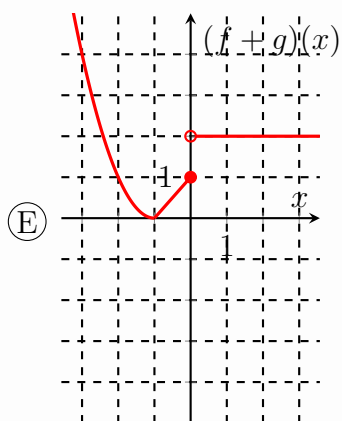
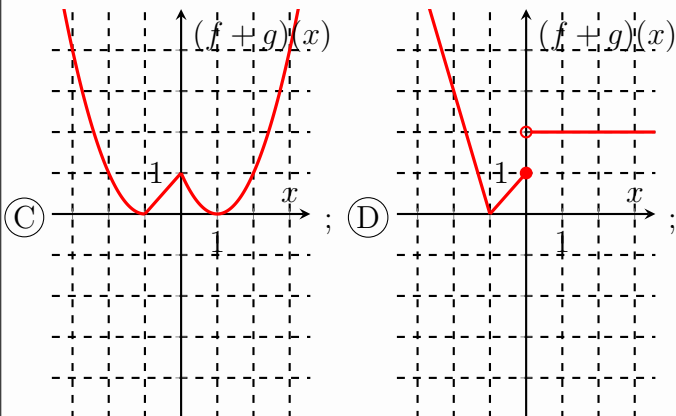
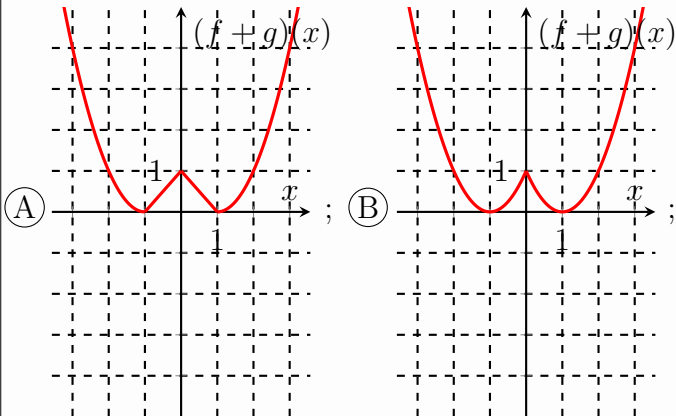
**Questão 8.** Sejam  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funções definidas por

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq -1 \\ -x^2, & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

e

$$g(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 + 2, & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

O item que melhor representa o gráfico de  $f + g$  é



**Questão 9.** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função que satisfaz  $f(x + 4) = 2x^2 + 5x + 1$ . Se  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , então  $a + b + c$  é igual a

- (A) -1;
- (B) 0;
- (C) 1;
- (D) 3;
- (E) 4.

**Questão 10.** O resto da divisão de  $p(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 2$  por  $q(x) = x^2 + 1$  é

- (A)  $x$ ;
- (B)  $x - 2$ ;
- (C)  $-2x + 1$ ;
- (D)  $2x$ ;
- (E) 4.

**Questão 11.** Usando que  $\log 2 = 0,30$  e que  $\log 7 = 0,85$ , o valor de  $\log 0,0014$  é igual a

- (A) 5,15;
- (B) -2,85;
- (C) 1,15;
- (D) -4,55;
- (E) 4,55.

**Questão 12.** Qual é o domínio da função

$$f(x) = \log_{x-1}(x^2 + x - 2) ?$$

- (A)  $(1, 2) \cup (2, \infty)$ .
- (B)  $(-1, 0) \cup (1, \infty)$ .
- (C)  $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ .
- (D)  $(-\infty, -2) \cup (1, \infty)$ .
- (E)  $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$ .

**Questão 13.** O conjunto solução em  $\mathbb{R}$  da inequação  $x^{\log_9 x} > 9$  é

- (A)  $(9, \infty)$ ;
- (B)  $(-\infty, 9)$ ;
- (C)  $(0, 1/9) \cup (9, \infty)$ ;
- (D)  $(1, \infty)$ ;
- (E) nenhuma das respostas anteriores.

**Questão 14.** Qual é a única solução real da equação

$$\frac{3^x - 3^{-x}}{2} = 3 ?$$

- (A)  $x = \log_3(3 - \sqrt{10})$ .
- (B)  $x = \log_3(9 - \sqrt{10})$ .
- (C)  $x = \log_3(9 + \sqrt{10})$ .
- (D)  $x = \log_3(3 + \sqrt{10})$ .
- (E)  $x = 3 - \log_3 2$ .

**Questão 15.** Sabendo que  $\operatorname{tg} \theta = -1/2$ , qual dos valores abaixo pode ser igual a  $\operatorname{sen} \theta$ ?

- (A)  $-2/\sqrt{5}$ ;
- (B)  $-1/\sqrt{3}$ ;
- (C)  $1/\sqrt{5}$ ;
- (D)  $2/\sqrt{7}$ ;
- (E) 0.

**Questão 16.** Qual é o número de soluções da equação

$$\cos(2x) = 2 - 3 \operatorname{sen} x$$

no intervalo  $[0, 2\pi)$ ?

- (A) Nenhuma solução.
- (B) Uma solução.
- (C) Duas soluções.
- (D) Três soluções.
- (E) Quatro soluções.

**Questão 17.** A expressão

$$4 \operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen}^2(2x)$$

é igual a

- (A)  $4 \operatorname{sen}^4 x$ ;
- (B)  $4 \operatorname{cos}^4 x$ ;
- (C)  $4 \operatorname{tg}^4 x$ ;
- (D)  $4 \operatorname{sen}^2 x \operatorname{cos}^2 x$ ;
- (E) nenhuma das respostas anteriores.

**Questão 18.** Qual é o domínio da função

$$f(x) = \operatorname{arcsen}(x^2 - x - 1) ?$$

- (A)  $[-1, -1/2] \cup [0, 1]$ .
- (B)  $[-1, 0] \cup [1, 2]$ .
- (C)  $[-1, -1/2] \cup [1/2, 1]$ .
- (D)  $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ .
- (E)  $[-1, 2]$ .

**Questão 19.** Qual é o conjunto imagem da função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = 3 \operatorname{cos}^2(5x - 2) + 1 ?$$

- (A)  $\mathbb{R}$ .
- (B)  $[-2, 4]$ .
- (C)  $[1, 4]$ .
- (D)  $[-4, 4]$ .
- (E)  $[0, 1]$ .

**Questão 20.** Se  $\log_{b^2} x + \log_{x^2} b = 1$ , então  $x$  é igual a

- (A)  $1/b^2$ ;
- (B)  $1/b$ ;
- (C)  $b^2$ ;
- (D)  $b$ ;
- (E)  $\sqrt{b}$ .

### Informações úteis

- $\log x$  representa o logaritmo de  $x$  na base 10.
- $\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}$ .
- $\operatorname{sen}^2 x + \operatorname{cos}^2 x = 1$ .
- $\operatorname{sen}(a + b) = \operatorname{sen} a \operatorname{cos} b + \operatorname{cos} a \operatorname{sen} b$ .
- $\operatorname{cos}(a + b) = \operatorname{cos} a \operatorname{cos} b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$ .
- $\operatorname{arcsen} : [-1, 1] \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$ .
- $\operatorname{arccos} : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ .

### Rascunho