

CORRECTED



EXAME DE PROFICIÊNCIA DE PRÉ-CÁLCULO (2018.2)



### Informações e instruções

1. Caro estudante, seja bem-vindo à Universidade Federal de Santa Catarina! Em oposição ao vestibular, este exame não tem caráter seletivo. O objetivo aqui é medir seu conhecimento em matemática e adequar suas disciplinas de forma coerente. Portanto, não se sinta pressionado durante o exame, você só tem a ganhar com ele (independente do resultado).
2. O exame inicia às 9 horas e termina às 12 horas. O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos. Se você precisar ir ao banheiro, comunique ao aplicador.
3. O exame é composto por 20 questões de múltipla escolha. Apenas uma das alternativas é a correta. Marque a alternativa escolhida no Quadro de Respostas que está na Folha de Respostas (a última folha do Exame) preenchendo a caneta todo o espaço dentro do quadrado. Se você marcar mais de uma alternativa em uma mesma questão, esta será anulada.
4. Sobre a mesa, deixe apenas lápis ou lapiseira, caneta (azul ou preta), borracha e documento. Guarde sua mochila abaixo da mesa ou cadeira (não no corredor). Não é permitido o uso de calculadoras ou de qualquer dispositivo eletrônico. Seu celular deve ser desligado e guardado. Em hipótese alguma, mexa no celular ou converse com algum colega durante o exame.
5. Você pode usar frente e verso das folhas para resolver suas questões (EXCETO A FOLHA DE RESPOSTAS). Em hipótese alguma faça rascunhos na Folha de Respostas. Rasuras na Folha de Respostas fora dos espaços determinados acarretará o anulamento da prova.
6. Ao terminar a prova, levante a mão para que o aplicador recolha a Folha de Respostas. Somente esta será entregue. As outras você leva para casa.
7. Acertando doze ou mais questões, você será matriculado na disciplina de Cálculo 1 (MTM3101). Acertando menos que doze, você será matriculado na disciplina de Pré-cálculo (MTM3100).
8. Você poderá conferir o resultado na secretaria do seu curso a partir de segunda-feira (30/07/2018). Não esqueça de se informar sobre os locais e horários das aulas.

**Bom exame!**

## Fórmulas úteis

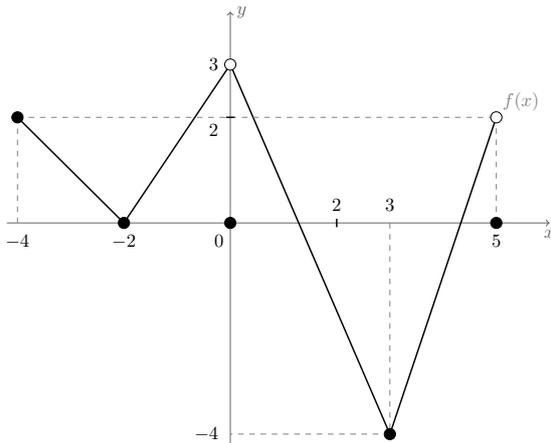
Abaixo listamos algumas fórmulas que podem ser úteis para você no decorrer do exame.

- O domínio de uma função  $f$  é o maior subconjunto de  $\mathbb{R}$  onde  $f$  está bem definida.
- $\log x$  representa o logaritmo de  $x$  na base 10.
- $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ .
- $\text{sen}^2(x) + \text{cos}^2(x) = 1$ .
- $\text{sen}(a + b) = \text{sen}(a) \cos(b) + \cos(a) \text{sen}(b)$ .
- $\text{cos}(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \text{sen}(a) \text{sen}(b)$ .
- $2\text{sen}(a) \cos(b) = \text{sen}(a + b) + \text{sen}(a - b)$
- $\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$  e  $\text{cosec}(x) = \frac{1}{\text{sen}(x)}$ .
- $\text{tg}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)}$  e  $\text{cotg}(x) = \frac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}$ .
- $\arcsen : [-1, 1] \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$  é a inversa do seno.
- $\arccos : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$  é a inversa do cosseno.

**Questão 1.** Qual dos conjuntos abaixo é o domínio de  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}}$  ?

- a  $[-1, 2)$      b  $(-\infty, -1] \cup (2, \infty)$      c  $[-1, 2]$      d  $(-\infty, -1] \cup [2, \infty)$      e  $[-1, 1) \cup (1, 2)$

**Questão 2.** Considere a função  $f : [-4, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ , cujo gráfico é mostrado na figura abaixo.



Qual dos conjuntos abaixo é a imagem de  $f$ ?

- a  $\mathbb{R}$      b  $[-4, 3]$      c  $[-4, 5]$   
 d  $\mathbb{R} - \{3\}$      e  $[-4, 3)$

**Questão 3.** Sobre a função  $f$  da Questão 2, quantas soluções possui a equação  $f(f(x)) = 2$ ?

- a 8     b 3     c 6     d 4     e 7

## CORRECTED

**Questão 4.** Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função **periódica**. Considere as quatro seguintes afirmações:

**I.**  $f$  não é par.

**II.**  $f$  é ímpar.

**III.**  $f$  não é bijetora.

**IV.** Para um dado  $y \in \mathbb{R}$ , a equação  $f(x) = y$  ou não possui solução ou possui infinitas soluções.

São corretas:

- a) somente IV       b) somente I, II e III       c) somente III e IV       d) todas       e) somente I e IV

**Questão 5.** Considere a função  $f: \mathbb{R} - \{-\frac{5}{2}\} \rightarrow \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\}$  dada por  $f(x) = \frac{x-1}{2x+5}$  e as seguintes afirmações:

**I.**  $f$  é injetora

**II.**  $f$  é sobrejetora

**III.**  $f$  é inversível e sua inversa é dada por  $f^{-1}(x) = \frac{5x+1}{1-2x}$

**IV.** O gráfico de  $f$  intercepta o eixo  $x$  em apenas um valor.

Quantas afirmações são verdadeiras?

- a) 0       b) 1       c) 4       d) 2       e) 3

**Questão 6.** Suponha que  $f(x+2) = 3x^2 + 4x - 1$  e  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . O valor de  $a + b + c$  é

- a) 6       b) 0       c) -8       d) -1       e) -2

**Questão 7.** Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função satisfazendo  $3f(x-1) = x^2 + 4x - 4$ . A lei que define  $f$  é dada por:

- a)  $f(x) = \frac{x^2 - 8x + 8}{2}$        b)  $f(x) = \frac{x^2 - 8x + 8}{3}$        c)  $f(x) = \frac{x^2 + 6x + 1}{3}$        d)  $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 4}{3}$   
 e)  $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 4}{2}$

**Questão 8.** Seja  $f(x) = |x^2 - 3x - 4|$ . Em qual dos domínios abaixo  $f$  é injetora?

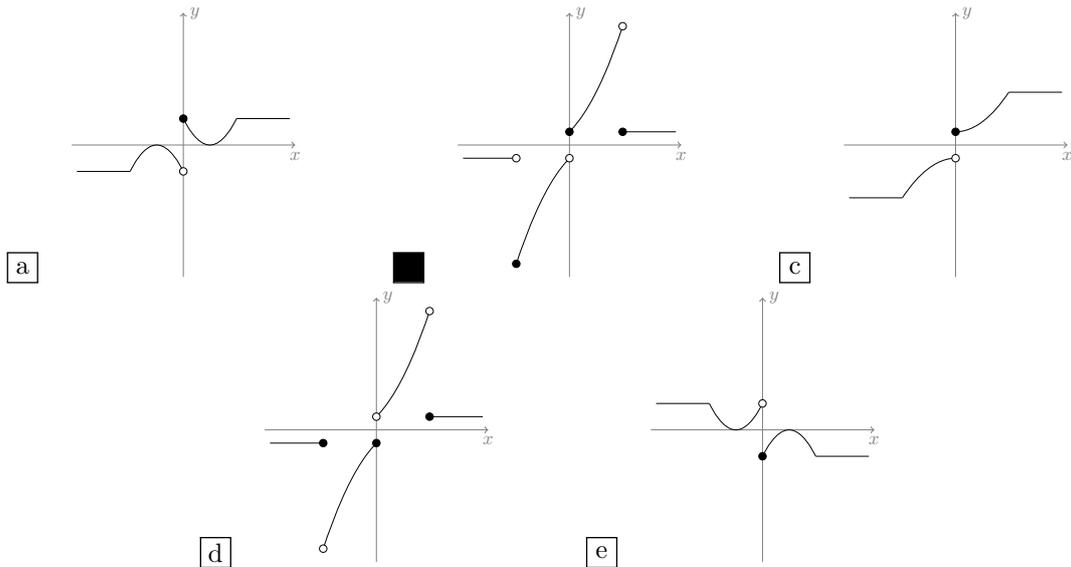
- a)  $[\frac{3}{2}, \infty)$        b)  $(-\infty, \frac{3}{2}]$        c)  $[-1, \frac{3}{2}]$        d)  $[-1, 4]$        e)  $[-1, 4)$

## CORRECTED

**Questão 9.** Considere as funções  $f, g$  definidas por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x < -1 \\ x & \text{se } -1 \leq x < 1 \\ -x^2 & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} -x^2 - \frac{1}{4} & \text{se } x < 0 \\ x^2 + \frac{1}{4} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

A figura que melhor representa o gráfico de  $f + g$  é:



**Questão 10.** Qual é o conjunto imagem da função  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + 1$  ?

- a  $[0, \infty)$      b  $(0, \infty)$      c  $\mathbb{R}$      d  $[2, \infty)$      e  $(2, \infty)$

**Questão 11.** O valor da expressão  $\log_{0,125} \sqrt[5]{2} + \log_{0,1} 0,001 + \log_3 \sqrt[5]{27}$  é:

- a  $\frac{53}{15}$      b  $-\frac{17}{15}$      c  $\frac{11}{3}$      d  $-\frac{7}{3}$      e  $\frac{37}{15}$

**Questão 12.** O domínio de  $f(x) = \log(-2x^2 + 5x + 3)$  é:

- a  $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [3, \infty)$      b  $\mathbb{R}$      c  $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (3, \infty)$      d  $(-\frac{1}{2}, 3)$      e  $(0, \infty)$

**Questão 13.** A lei de formação da inversa de  $f(x) = \frac{1}{1+3^x}$  é:

- a  $f^{-1}(x) = \log_3 \left( \frac{1-x}{x} \right)$      b  $f^{-1}(x) = \log_3 \left( \frac{x-1}{x} \right)$      c  $f^{-1}(x) = 1 + 3^x$      d  $f^{-1}(x) = \log_3 \left( \frac{1}{x} \right)$   
 e  $f^{-1}(x) = \frac{1}{1-3^x}$

**Questão 14.** Sejam  $f(x) = \frac{10^x - 10^{-x}}{10^x + 10^{-x}}$  e  $g(x) = \log(x)$ . A composta  $f \circ g$  tem lei de formação dada por:

- a  $\frac{2 \log x}{x}$      b  $\frac{x^2 + 1}{x - 1}$      c  $\frac{x}{x^2 + 1}$      d  $\frac{x + 1}{x - 1}$      e  $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

## CORRECTED

**Questão 15.** O conjunto solução da inequação  $2^{2-x^2} < \frac{1}{4}$  é:

- a  $\{x \in \mathbb{R}: x < 0 \text{ ou } x > 2\}$     
 b  $\{x \in \mathbb{R}: 0 < x < 2\}$     
 c  $\{x \in \mathbb{R}: |x| > 2\}$     
 d  $\emptyset$   
 e  $\{x \in \mathbb{R}: |x| < 2\}$

**Questão 16.** Considere as afirmações:

I.  $f(x) = \text{sen}(x) + \text{tg}(x)$  é uma função ímpar.

II.  $g(x) = \text{arcsen}(x)$  é injetora.

III.  $\text{sen}(x - \pi/2) = -\cos(x)$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

São verdadeiras:

- a Todas    
 b Apenas I e II    
 c Nenhuma    
 d Apenas I e III    
 e Apenas II e III

**Questão 17.** Seja  $x = \cos(\frac{\pi}{8}) + \cos(\frac{7\pi}{8}) + \cos(\frac{9\pi}{8}) + \cos(\frac{15\pi}{8})$ . O valor de  $x$  é:

- a  $\cos(\frac{\pi}{8})$     
 b  $\text{sen}(\frac{\pi}{8})$     
 c 1    
 d 0    
 e nenhuma das outras respostas

**Questão 18.** O número de soluções de  $\text{sen}(3x + 4\pi) \cos(7\pi - x) = \text{sen}(7\pi - x) \cos(3x + 4\pi)$  no intervalo  $[0, \frac{\pi}{4}]$  é:

- a 3    
 b 4    
 c 1    
 d 0    
 e 2

**Questão 19.** O valor de  $\text{arcsen}(\text{sen}(\frac{3\pi}{4}))$  é

- a  $-\frac{3\pi}{4}$     
 b  $\frac{3\pi}{4}$     
 c 0    
 d  $\frac{\pi}{4}$     
 e  $-\frac{\pi}{4}$

**Questão 20.** Simplificando a expressão  $\frac{\cos(\alpha) - \text{sen}(\alpha)}{\cos(\alpha) + \text{sen}(\alpha)}$  obtemos

- a  $\frac{\cos(2\alpha)}{1 + \text{sen}(\alpha)}$     
 b  $\frac{\cos(\alpha)}{1 + \text{sen}(2\alpha)}$     
 c  $\frac{\cos(\alpha)}{1 + \text{sen}(\alpha)}$     
 d  $\frac{\cos(2\alpha)}{1 + \text{sen}(2\alpha)}$     
 e  $\frac{1}{\cos(2\alpha)} + \frac{1}{\text{sen}(2\alpha)}$

**Final da Prova**

Não se esqueça de passar as suas respostas para o Quadro de Respostas.



### Folha de Respostas

- Os testes serão corrigidos por leitura óptica. **ATENÇÃO! Preencha os quadrados por completo (não basta fazer um "X") e utilize caneta preta ou azul.**
- Preencha o quadro abaixo à esquerda com o seu número de matrícula, um dígito por coluna, da esquerda para a direita. Na dúvida, chame o aplicador antes de preencher qualquer coisa. Complete também o quadro abaixo com seu nome completo, de maneira legível.
- Não escreva nesta folha nada além das informações solicitadas.

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

← Preencha o quadro ao lado com o seu número de matrícula e escreva de maneira legível o seu nome completo abaixo .

Nome completo:

.....

.....

### Quadro de Respostas

As respostas devem ser marcadas **NESTE** quadro!

Questão 1:  a  b  c  d  e

Questão 2:  a  b  c  d  e

Questão 3:  a  b  c  d  e

Questão 4:  a  b  c  d  e

Questão 5:  a  b  c  d  e

Questão 6:  a  b  c  d  e

Questão 7:  a  b  c  d  e

Questão 8:  a  b  c  d  e

Questão 9:  a  b  c  d  e

Questão 10:  a  b  c  d  e

Questão 11:  a  b  c  d  e

Questão 12:  a  b  c  d  e

Questão 13:  a  b  c  d  e

Questão 14:  a  b  c  d  e

Questão 15:  a  b  c  d  e

Questão 16:  a  b  c  d  e

Questão 17:  a  b  c  d  e

Questão 18:  a  b  c  d  e

Questão 19:  a  b  c  d  e

Questão 20:  a  b  c  d  e