



## Exame de Proficiência de Pré-Cálculo 2019-1



### Informações e instruções

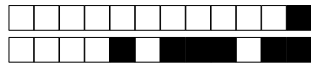
1. Caro estudante, seja bem-vindo à Universidade Federal de Santa Catarina! Em oposição ao vestibular, este exame não tem caráter seletivo. O objetivo aqui é medir seu conhecimento em matemática e adequar suas disciplinas de forma coerente. Portanto, não se sinta pressionado durante o exame, você só tem a ganhar com ele (independentemente do resultado).
2. O exame inicia às 9 horas e termina às 12 horas. O tempo mínimo de permanência em sala é de 30 minutos. Se você precisar ir ao banheiro, comunique ao aplicador.
3. Sobre a mesa, deixe apenas lápis ou lapiseira, caneta (azul ou preta), borracha e documento. Guarde sua mochila abaixo da mesa ou cadeira (não no corredor). Não é permitido o uso de calculadoras ou de qualquer dispositivo eletrônico. Seu celular deve ser desligado e guardado. Em hipótese alguma, mexa no celular ou converse com algum colega durante o exame.
4. Seu exame é possui cinco folhas, sendo quatro folhas de questões e uma folha de respostas. Você pode usar o verso das folhas de questões como rascunho (**nunca use o verso da folha de respostas**). O exame é composto por 20 questões de múltipla escolha. Apenas uma das alternativas é a correta em cada questão. Marque a alternativa escolhida no **quadro de respostas** que está na folha de respostas (a última folha do exame) preenchendo a caneta todo o espaço dentro do quadrado. Se você marcar mais de uma alternativa em uma mesma questão, esta será anulada. Rasuras na folha de respostas fora dos espaços determinados acarretarão o anulamento do exame.
5. Ao terminar o exame, levante a mão e aguarde o aplicador recolher a folha de respostas. Somente esta será entregue, as outras você leva para casa. Para não desconcentrar os colegas, quando precisar se comunicar com o aplicador, não o chame. Erga a mão e espere que ele vá até sua mesa.
6. Acertando doze ou mais questões, você será matriculado na disciplina de Cálculo 1 (MTM3101). Acertando menos que doze, você será matriculado na disciplina de Pré-cálculo (MTM3100). Você poderá conferir o resultado na secretaria do seu curso a partir de segunda-feira (11/03/2019). Não esqueça de se informar sobre os locais e horários das aulas.

**Bom exame!**

### Fórmulas e informações úteis

Abaixo, listamos algumas fórmulas e informações que podem ser úteis para você no decorrer do exame.

- O domínio de uma função  $f$  é o conjunto de todos os números reais  $x$  para os quais a expressão  $f(x)$  tem todas as suas operações bem definidas e resultando em número real.
- $\log x$  representa o logaritmo de  $x$  na base 10.
- $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ .
- $\text{tg } x = \frac{\text{sen } x}{\text{cos } x}$  e  $\text{cotg } x = \frac{\text{cos } x}{\text{sen } x}$ .
- $\text{sec } x = \frac{1}{\text{cos } x}$  e  $\text{cossec } x = \frac{1}{\text{sen } x}$ .
- $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$ .
- $\text{sen}(a + b) = \text{sen } a \text{ cos } b + \text{cos } a \text{ sen } b$  e  $\text{cos}(a + b) = \text{cos } a \text{ cos } b - \text{sen } a \text{ sen } b$ .
- $2 \text{ sen } a \text{ sen } b = \text{cos}(a - b) - \text{cos}(a + b)$  e  $2 \text{ cos } a \text{ cos } b = \text{cos}(a + b) + \text{cos}(a - b)$ .
- $2 \text{ sen } a \text{ cos } b = \text{sen}(a + b) + \text{sen}(a - b)$ .
- $\text{arcsen} : [-1, 1] \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$  é a função inversa do seno.
- $\text{arccos} : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$  é a função inversa do cosseno.



**Questão 1.** Se  $x$  é um número real diferente de 1 e  $-1$ , então a expressão  $\frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}-2} - \frac{x+1}{\sqrt{x^2+3}+2}$  é igual a

- a  $\frac{4}{x+1}$ ;     b  $\frac{4}{x-1}$ ;     c  $\frac{4x}{x^2+7}$ ;     d  $\frac{2\sqrt{x^2+3}}{x+1}$ ;     e  $\frac{2\sqrt{x^2+3}}{x-1}$ .

**Questão 2.** O conjunto solução da inequação  $\frac{x}{x^2-5x+6} \geq -\frac{1}{x-3}$  é igual a

- a  $(-\infty, 1] \cup [3, \infty)$ ;     b  $(-\infty, 1] \cup (3, \infty)$ ;     c  $[1, 2) \cup (2, 3) \cup (3, \infty)$ ;     d  $[1, 2) \cup (3, \infty)$ ;  
 e  $(-\infty, 1] \cup (2, 3) \cup (3, \infty)$ .

**Questão 3.** A única solução da equação  $\sqrt{-x^2+2x+1} = x$  é um número que pertence ao intervalo

- a  $(-\infty, -2]$ ;     b  $(-2, -1]$ ;     c  $(-1, 1]$ ;     d  $(1, 2]$ ;     e  $(2, \infty)$ .

**Questão 4.** Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} -x+1, & \text{se } x \leq -1 \\ x^2+1, & \text{se } -1 < x < \frac{1}{2} \\ -x^2+\frac{1}{4}, & \text{se } x \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Podemos afirmar que:

- a  $f$  é sobrejetora mas não é injetora;     b  $f$  é injetora mas não é sobrejetora;     c  $f$  é bijetora;  
 d  $f(f(\frac{1}{2})) = 0$ ;     e nenhuma das afirmações anteriores é verdadeira.

**Questão 5.** Sejam  $f$  e  $g$  funções dadas por

$$f(x) = \begin{cases} x^2-3x+2, & \text{se } x < 0 \\ 4x-3, & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1-x^2, & \text{se } x \leq 2 \\ x+1, & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

Para  $x \in (1, 2)$ , a composta  $(f \circ g)(x)$  é dada por

- a  $x^4+x^2$ ;     b  $4x+1$ ;     c  $x^2-x$ ;     d  $1-4x^2$ ;     e  $-16x^2+24x-8$ .

**Questão 6.** Seja  $b$  um número real e considere a função  $f(x) = \frac{x+5}{x+b}$ . Escolhendo o contradomínio de  $f$  de forma que ela possua inversa, então  $f^{-1}(x) = f(x)$  para  $b$  igual a

- a  $-5$ ;     b  $-1$ ;     c  $0$ ;     d  $1$ ;     e  $5$ .

**Questão 7.** O domínio da função  $f(x) = \sqrt{5-|x-1|+|x+2|}$  é igual a

- a  $[-3, \infty)$ ;     b  $[8, \infty)$ ;     c  $(-\infty, -2] \cup [1, \infty)$ ;     d  $[-2, 1]$ ;     e  $\mathbb{R}$ .

**Questão 8.** Sejam funções  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  com  $f$  par e  $g$  ímpar. Considere as afirmações:

- I.  $f \cdot g$  é ímpar;    II.  $f \circ g$  é par;    III.  $g \circ f$  é ímpar.

São verdadeiras:

- a somente I;     b somente II;     c somente III;     d somente I e II;  
 e somente II e III.

**Questão 9.** Se  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função ímpar e periódica com período igual a 3, então  $f(6)$  é igual a

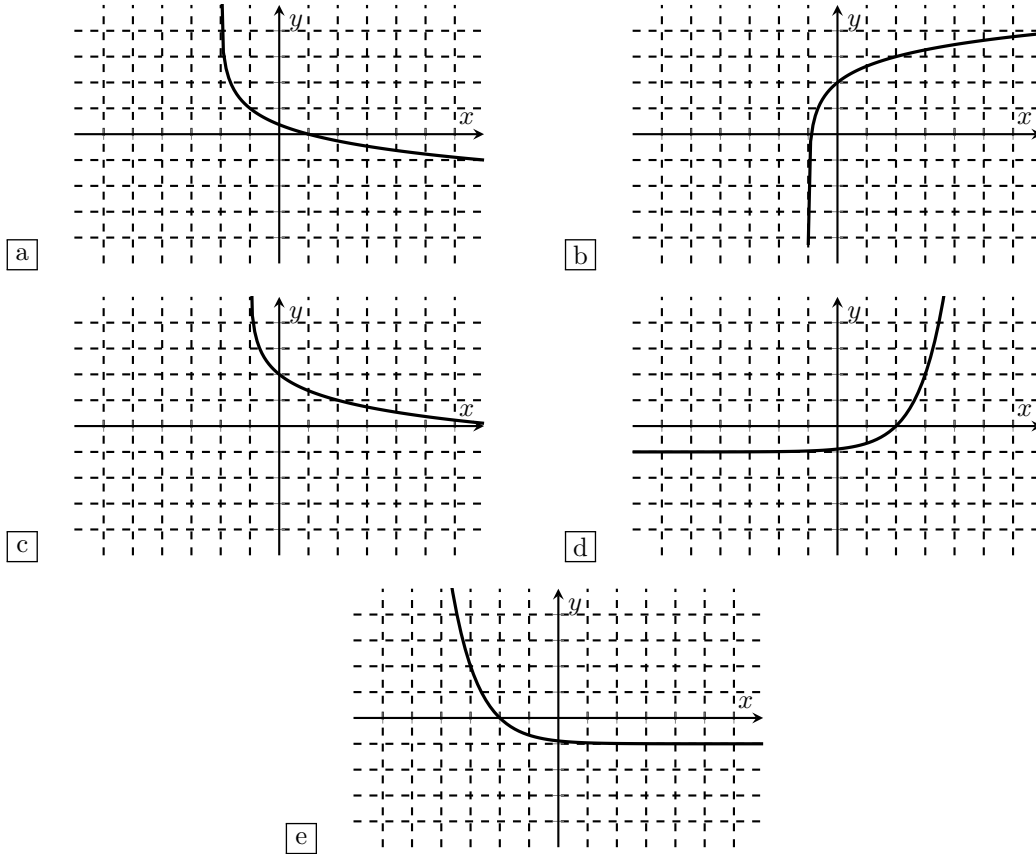
- a  $-6$ ;     b  $-3$ ;     c  $0$ ;     d  $3$ ;     e  $6$ .



**Questão 10.** O conjunto imagem da função  $f(x) = \sqrt[4]{6x - x^2}$  é igual a

- a  $[0, \sqrt{3}]$ ;     b  $[0, 3]$ ;     c  $[0, 6]$ ;     d  $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ ;     e  $\mathbb{R}$ .

**Questão 11.** Qual item melhor representa o gráfico da função  $f(x) = 2 - \log_3(x + 1)$  ?



*Observação.* As linhas pontilhadas representam uma escala de uma unidade.

**Questão 12.** A equação  $81^{x/2} + 12 \cdot 3^{x-1} - 21 = 0$

- a não possui solução real;     b possui apenas uma solução real;  
 c possui apenas duas soluções reais;     d possui apenas quatro soluções reais;  
 e possui infinitas soluções reais.

**Questão 13.** A conjunto imagem da função  $f(x) = \log_2(4 - x^2)$  é igual a

- a  $(-\infty, 1]$ ;     b  $(0, 2]$ ;     c  $(-\infty, 0)$ ;     d  $(-\infty, 2]$ ;     e  $(-2, 2)$ .

**Questão 14.** O conjunto solução da inequação  $\log\left(\frac{x+1}{x^2+1}\right) \geq 0$  é igual a

- a  $(-1, 1)$ ;     b  $(0, 1)$ ;     c  $(-1, 1]$ ;     d  $(-1, 0)$ ;     e  $[0, 1]$ .

**Questão 15.** Aproximando  $\log 2 = 0,3$ , a única solução da equação  $2^{12x+4} = 5^{2x+6}$  é

- a  $\frac{7}{3}$ ;     b  $\frac{3}{7}$ ;     c  $\frac{15}{11}$ ;     d  $\frac{11}{15}$ ;     e  $\frac{1}{5}$ .



**Questão 16.** Se  $x \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$  e  $\text{sen } x = \frac{4}{5}$ , então

- a  $\text{sen } x + \cos x = 1$ ;       b  $2 \text{sen } x + 3 \cos x = -\frac{1}{5}$ ;       c  $\sec x = \frac{4}{5}$ ;       d  $\text{tg } x - \cos x = \frac{4}{3}$ ;  
 e  $\cotg x - \text{tg } x = \frac{25}{12}$ .

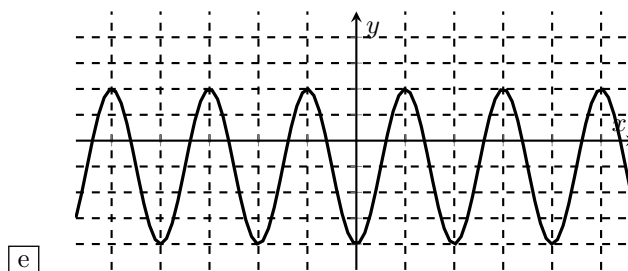
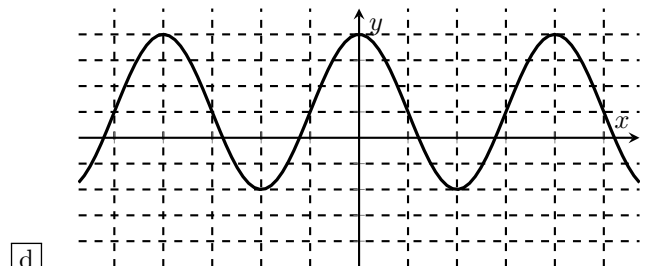
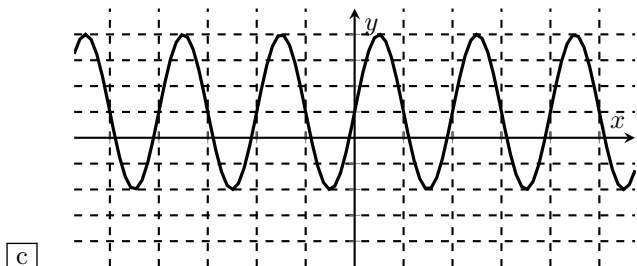
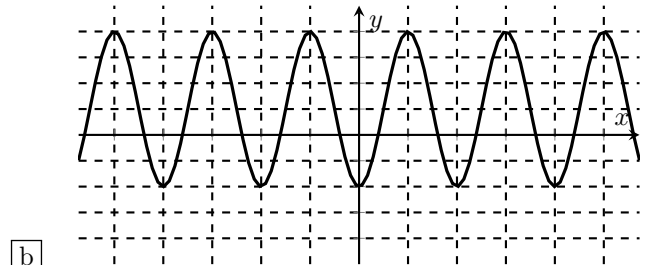
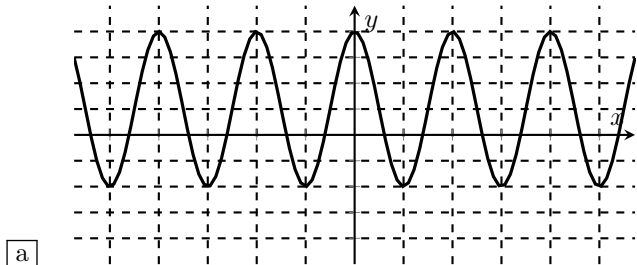
**Questão 17.** O número de soluções da equação  $\cotg x + \frac{\text{sen } x}{1 + \cos x} = 2$  no intervalo  $[0, 2\pi]$  é

- a 0;       b 1;       c 2;       d 4;       e 6.

**Questão 18.** Uma expressão equivalente para  $\cotg^2 x - \cos^2 x$  é

- a  $\cotg^2 x \cos^2 x$ ;       b  $\cotg x + \cos x$ ;       c  $\frac{1}{\text{tg}^2 x - \sec^2 x}$ ;       d  $\text{sen}(2x)$ ;       e  $\text{tg}^2 x \sec^2 x$ .

**Questão 19.** Qual item melhor representa o gráfico da função  $f(x) = 1 - 3 \cos(2x - \pi)$  ?



*Observação.* As linhas pontilhadas representam uma escala de uma unidade na vertical e  $\pi/2$  unidades na horizontal.

**Questão 20.** O conjunto imagem da função  $f(x) = \frac{\pi}{2} - 3 \arccos x$  é igual a

- a  $[0, \pi]$ ;       b  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ;       c  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$ ;       d  $[0, \frac{5\pi}{2}]$ ;       e  $[-\frac{5\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ .

**Final da Prova**

**Não esqueça de passar as suas respostas para o quadro de respostas na próxima folha.**



# Exame de Proficiência de Pré-Cálculo 2019-1



## Folha de respostas

**ATENÇÃO!** O exame será corrigido por leitura ótica. Não rasure esta folha. Preencha os quadrados por completo (não basta fazer um "X") utilizando caneta preta ou azul.

### Sua matrícula

0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9

← Preencha o quadro ao lado com o seu número de matrícula e escreva de maneira legível o seu nome completo abaixo.

Nome completo:

.....

.....

### Quadro de respostas.

As respostas devem ser marcadas neste quadro!

Questão 1:  a  b  c  d  e

Questão 2:  a  b  c  d  e

Questão 3:  a  b  c  d  e

Questão 4:  a  b  c  d  e

Questão 5:  a  b  c  d  e

Questão 6:  a  b  c  d  e

Questão 7:  a  b  c  d  e

Questão 8:  a  b  c  d  e

Questão 9:  a  b  c  d  e

Questão 10:  a  b  c  d  e

Questão 11:  a  b  c  d  e

Questão 12:  a  b  c  d  e

Questão 13:  a  b  c  d  e

Questão 14:  a  b  c  d  e

Questão 15:  a  b  c  d  e

Questão 16:  a  b  c  d  e

Questão 17:  a  b  c  d  e

Questão 18:  a  b  c  d  e

Questão 19:  a  b  c  d  e

Questão 20:  a  b  c  d  e