Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

MTM3100 - Pré-cálculo

1ª lista complementar de exercícios (31/07/2017 a 04/08/2017)

1. Representar, através de uma propriedade conveniente, os seguintes conjuntos:

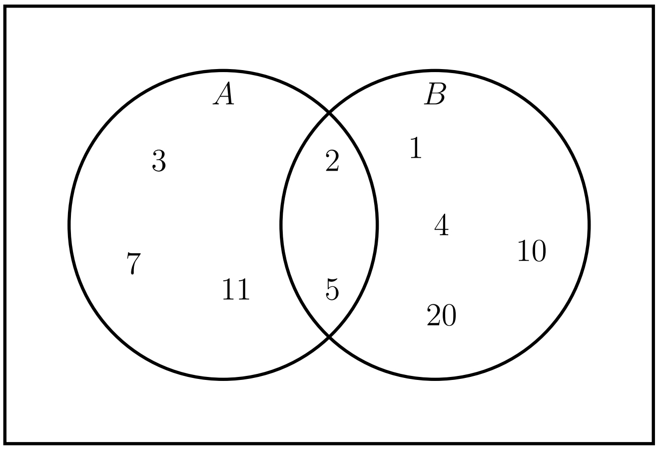
(a) $A = \{1, -1, 2, -2, 4, -4\}$:
(b) $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
(c) $C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$;
(d) $D = \{6, 7, 8, 9, 10, \ldots\}$;
(e) $E = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$.

2. Considere o conjunto $A = \{1, 2, \{2\}, 3\}$ e diga, para cada uma das sentenças abaixo, se é verdadeira ou falsa:

(a) $1 \in A$;
(b) $2 \in A$;
(c) $\{2\} \in A$;
(d) $3 \in A$;
(e) $\{3\} \in A$;
(f) $\{1\} \notin A$;
(g) $\emptyset \notin A$.

3. Observando o diagrama de Venn-Euler ao lado, escrever por enumeração os conjuntos:

(a) A;
(b) B;
(c) dos elementos que pertencem a A e B;
(d) dos elementos que pertencem a A ou B;
(e) dos elementos que pertencem a A e não a B;
(f) dos elementos que pertencem a B e não a A.



4. Representar por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é divisor de } -14\}$;
(b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é múltiplo de } 3\}$;
(c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 30 \text{ e } x \text{ é primo}\}$;
(d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -10 < x < 10 \text{ e } x \text{ é primo}\}$;
(e) $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é par e primo}\}$;
(f) $F = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 3 \text{ e } x \text{ é par e primo}\}$;
(g) $G = \{x \mid x \text{ é letra da palavra arara}\}$.

5. Representar por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x < 2\}$;
(b) $B = \{x \mid x = 2m \text{ e } m \in \mathbb{N}\}$;
(c) $C = \{x \mid x = 2m + 1 \text{ e } m \in \mathbb{N}\}$;
(d) $D = \{x \mid x = 3m \text{ e } m \in \mathbb{N}\}$;
(e) $E = \{x \mid x = 5m - 1 \text{ e } m \in \mathbb{N}\}$;
(f) $F = \{x \in \mathbb{N} \mid 7 < 2x < 11\}$;
(g) $G = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < 2x - 3 < 13\}$;
(h) $H = \{x \in \mathbb{N} \mid 21 < 5x - 3 < 25\}$;
(i) $I = \{x \in \mathbb{N} \mid 19 < 5x - 7 < 22\}$.

Observação: O conjunto B acima também pode ser escrito como $B = \{2m \mid m \in \mathbb{N}\}$. Tente reescrever C, D e E da mesma forma.

6. Considere $A = \{1, \emptyset, \{1,5\}, \{1\}, 5\}$ e determine se é verdadeiro ou falso:

(a) $1 \in A$; **(b)** $\{1\} \in A$; **(c)** $5 \in A$; **(d)** $\{5\} \in A$;
(e) $\{\{1\}\} \in A$; **(f)** $\{5,1\} \in A$; **(g)** $\emptyset \notin A$; **(h)** $\{\emptyset\} \notin A$.

7. Considere $A = \{\emptyset, 1, 2, \{2\}, \{1,2\}\}$ e diga se é verdadeiro ou falso:

(a) $\emptyset \in A$; **(b)** $\emptyset \subset A$; **(c)** $1 \in A$; **(d)** $2 \notin A$;
(e) $\{2\} \subset A$; **(f)** $\{2\} \in A$; **(g)** $\{1,2\} \not\subset A$; **(h)** $\{1,2\} \notin A$;
(i) $\{1\} \in A$; **(j)** $\{1\} \subset A$; **(k)** $\{\emptyset, 1, \{2\}\} \subset A$; **(l)** $\{\{2\}, \emptyset, \{1,2\}\} \not\subset A$;
(m) $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}\} \subset A$.

8. Diga se é verdadeiro ou falso:

(a) $\{1,4,5,6\} \supset \{1,4\}$; **(b)** $\{1,3\} \not\supset \emptyset$; **(c)** $\{2\} \subset \emptyset$; **(d)** $1 \subset \{1, \{1\}\}$;
(e) $1 \in \{1, \{1\}\}$; **(f)** $\{1\} \subset \{1, \{1\}\}$; **(g)** $\{1\} \in \{1, \{1\}\}$; **(h)** $\emptyset \in \{\emptyset, \{1\}\}$.

9. Diga se é verdadeiro ou falso:

(a) $\emptyset \subset \{\emptyset, \{1\}\}$; **(b)** $\emptyset \subset \{1, \{2\}\}$; **(c)** $\emptyset \in \{1, \{2\}\}$;
(d) $\{1\} \notin \{1, \{2\}\}$; **(e)** $\{2\} \notin \{1, \{2\}\}$; **(f)** $\{4, 5, \{4\}\} \supset \{4, 5\}$;
(g) $\{4, 5, \{4\}\} \supset \{4, \{4\}\}$; **(h)** $\{4, \{5\}, \{4\}\} \supset \{5\}$; **(i)** $\{4, \{5\}, \{4\}\} \supset \{4, \emptyset\}$.

10. Determinar todos os subconjuntos do conjunto $A = \{1,2,3,4,5\}$ que tenham exatamente 3 elementos.

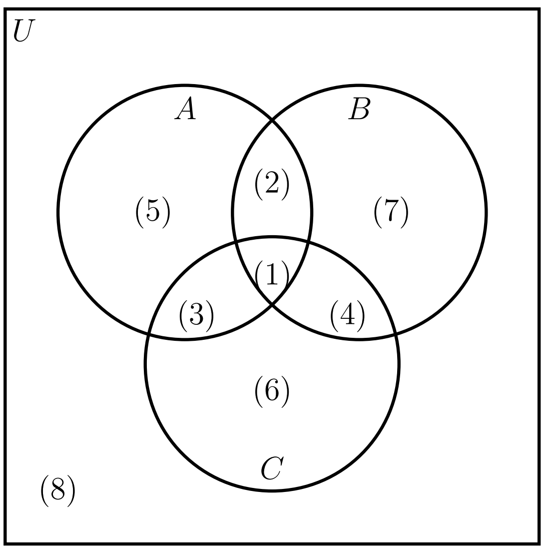
11. Considere $A = \{a, b, c\}$ e $B = \{m, n, p, q\}$ e determine por enumeração os conjuntos:

(a) $A \cap B$; **(b)** $A \cup B$; **(c)** $A - B$;
(d) $B - A$; **(e)** $A \cap \emptyset$; **(f)** $B \cup \emptyset$.

12. Considere $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 8\}$ e $B = \{3, 4, 6\}$ e determine por enumeração os conjuntos:

(a) $A \cap B$; **(b)** $A \cup B$; **(c)** $A - B$; **(d)** $B - A$.

13. No diagrama de Venn-Euler abaixo, cada região foi denominada com um número entre parênteses. Indicar as regiões que determinam:



(a) A; **(b)** B; **(c)** $A \cap B$;
(d) $A \cap C$; **(e)** $B \cap C$; **(f)** $A \cap B \cap C$;
(g) $A \cup B$; **(h)** $A \cup C$; **(i)** $B \cup C$;
(j) $A \cup B \cup C$; **(k)** U; **(l)** $\overline{A}$;
(m) $\overline{B}$; **(n)** $\overline{A \cap B}$; **(o)** $\overline{B \cap C}$;
(p) $\overline{A \cup C}$; **(q)** $\overline{A \cup B}$; **(r)** $\overline{A \cap B \cap C}$;
(s) $\overline{A \cup B \cup C}$.

14. Considerando o diagrama de Venn-Euler do exercício anterior, indicar as regiões que determinam:

(a) $X = [(A \cap B) - C] \cup (\overline{A \cup B \cup C})$; **(b)** $Y = [(B \cap C) - A] \cup [(A \cap C) - (A \cap B)]$;

(c) $Z = (A \cap B \cap C) \cup [C - (A \cup B)]$; **(d)** $Y \cup Z$;

(e) $\overline{X} \cap (\overline{Y \cup Z})$.

15. Considere o diagrama de Venn-Euler do exercício 13. Usando apenas os conjuntos A, B, C e seus complementares e apenas a operação de intersecção, caracterize cada uma das oito regiões do diagrama.

16. Se fosse possível desenhar um diagrama de Venn-Euler envolvendo quatro conjuntos A, B, C e D (mais o conjunto universo U), quantas regiões ficariam determinadas? Você consegue generalizar sua resposta para mais conjuntos?

17. Sejam A e B subconjuntos de U tais que: $n(A) = 31$, $n(B) = 16$, $n(U) = 130$ e $n(\overline{A \cup B}) = 83$. Determine $n(A \cap B)$.

Atenção: os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 10\}$, $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 3, 7\}$ e $D = \{-2, -1, 0, 2, 3, 5\}$ são válidos para os exercícios 18 até 25.

18. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A \cap D$; **(b)** $A \cap B$; **(c)** $A \cap C$; **(d)** $B \cap C$;

(e) $C \cap \emptyset$; **(f)** $B \cap D$; **(g)** $A \cap C \cap D$; **(h)** $A \cap B \cap C \cap D$.

19. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A \cup D$; **(b)** $A \cup B$; **(c)** $A \cup C$;

(d) $B \cup C$; **(e)** $B \cup \emptyset$; **(f)** $B \cup C \cup D$.

20. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A - B$; **(b)** $B - A$; **(c)** $A - C$; **(d)** $C - A$; **(e)** $A - D$;

(f) $D - A$; **(g)** $A - \emptyset$; **(h)** $\emptyset - A$; **(i)** $B - C$; **(j)** $C - B$.

21. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $\complement_A^B$; **(b)** $\complement_A^C$; **(c)** $\complement_A^D$; **(d)** $\complement_A^\emptyset$; **(e)** $\complement_C^C$;

(f) $\complement_C^B$; **(g)** $\complement_D^B$; **(h)** $\complement_B^A$; **(i)** $\complement_C^A$.

Observação: lembre-se de que $\complement_X^Y = X - Y$.

22. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $A - (B \cup C)$; **(b)** $\complement_A^{(C \cap A)}$; **(c)** $A - (B \cap C)$.

23. Chama-se *diferença simétrica* dos conjuntos X e Y ao conjunto $X \vartriangle Y = (X - Y) \cup (Y - X)$. Nessas condições, determine por enumeração:

(a) $B \vartriangle D$; **(b)** $(B \cup D) - (B \cap D)$.

As respostas iguais obtidas acima são apenas coincidência ou acontecem para quaisquer conjuntos?

24. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $B \cap (C \cup D)$; **(b)** $(B \cap C) \cup (B \cap D)$.

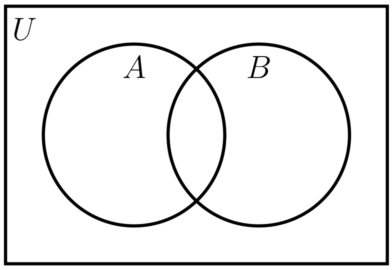
As respostas iguais obtidas acima são apenas coincidência ou acontecem para quaisquer conjuntos?

25. Determine por enumeração os seguintes conjuntos:

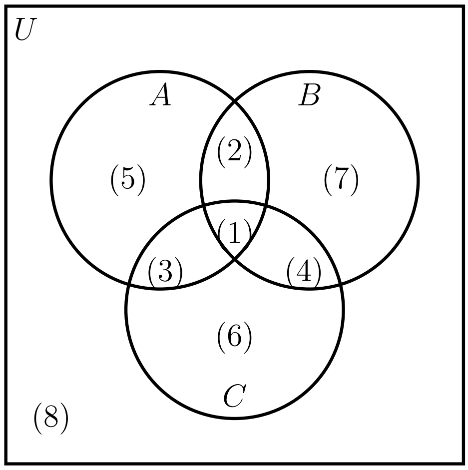
(a) $A \cup (B \cap D)$; **(b)** $(A \cup B) \cap (A \cup D)$.

As respostas iguais obtidas acima são apenas coincidência ou acontecem para quaisquer conjuntos?

26. No diagrama de Venn-Euler ao lado, pinte as regiões que determinam o conjunto $A \triangle B$ (ver definição no exercício 23).



27. Utilizando-se do diagrama ao lado, verifique que a igualdade $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$ nem sempre é verdadeira. Em seguida, complete tal igualdade de modo que ela se torne sempre verdadeira, quaisquer que sejam os conjuntos A, B e C.



28. Em uma classe com 50 alunos sabe-se que: 26 falam francês, 31 falam inglês, 8 não falam francês e nem inglês.

(a) Quantos falam francês ou inglês? **(b)** Quantos falam as duas línguas?

29. Sejam A e B subconjuntos de U tais que $n(A) = 9$, $n(B) = 11$, $n(A \cap B) = 5$ e $n(U) = 22$. Determine:

(a) $n(A \cup B)$; **(b)** $n(A - B)$; **(c)** $n(B - A)$; **(d)** $n(\overline{A \cup B})$.

30. Determine todas as possibilidades para o conjunto A sabendo que $\{4, 5\} \subset A \subset \{0, 4, 5, 6\}$.

31. Determine o número de subconjuntos de $\{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x < 40\}$.

32. Sabe-se que A é um conjunto com 30 elementos. É possível que A seja o conjunto das partes de algum outro conjunto?

33. Considere os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3, 7, 9, 12, 13\}$, $B = \{0, 1, 2, 5, 8, 9, 10\}$, $C = \{0, 2, 4, 7, 8\}$ e o conjunto universo $U = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 14\}$ e determine por enumeração os seguintes conjuntos:

(a) $X = [(A \cap B) - C] \cup (\overline{A \cup B \cup C})$;

(b) $Y = \{[(B \cap C) - A] \cup [(A \cap C) - (A \cap B)]\} \cup (A \cap B \cap C) \cup [C - (A \cup B)]$;

(c) $\overline{X} \cap \overline{Y}$.

34. Considere os conjuntos $A = \{1, 5, 9\}$, $B = \{1, 6, 7, 8, 9\}$ e o conjunto universo $U = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 14\}$ e determine por enumeração os seguintes conjuntos:

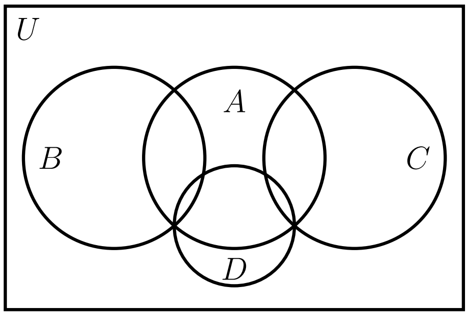
(a) $\overline{A \cap B}$; **(b)** $\overline{A} \cup \overline{B}$; **(c)** $\overline{A \cup B}$; **(d)** $\overline{A} \cap \overline{B}$.

As respostas iguais obtidas em cada par de itens acima são apenas coincidência ou acontecem para quaisquer conjuntos A e B?

35. No diagrama de Venn-Euler abaixo, pinte a região que determina o conjunto

$$(B - D) \cup \{[(C \cap A) \cup (A \cap B)] - D\} \cup (D - A).$$

Observação: a configuração ao lado não é a mais geral possível envolvendo quatro conjuntos (ver exercício 16).



36. Sejam A e B conjuntos tais que $n(A) = 30$, $n(A \cup B) = 60$ e $n(A \cap B) = 20$. Determine:

(a) $n(B)$; **(b)** $n(B - A)$; **(c)** $n(A - B)$.

37. Sejam A, B e C conjuntos tais que $n(A) = 17$, $n(B) = 20$, $n(C) = 15$, $n(A \cap B) = 7$, $n(A \cap C) = 5$, $n(B \cap C) = 6$ e $n(A \cup B \cup C) = 36$. Determine:

(a) $n(A \cap B \cap C)$; **(b)** $n(A - B)$; **(c)** $n(A - (B \cup C))$; **(d)** $n(A - (B \cap C))$.

Lista de exercícios retirada e adaptada de

A. Z. Aranha e M. B. Rodrigues – *Exercícios de Matemática - vol. 1, Revisão de 1º grau.* Segunda edição, Editora Policarpo, São Paulo, 1998.