



MTM3100 - Pré-cálculo

1ª lista de exercícios (31/07/2017 a 04/08/2017)

1. Representar por enumeração, os seguintes conjuntos:

- |   |   |
|---|---|
| (a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\};$  | (b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 4\};$              |
| (c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 11 \text{ e } x \text{ é par}\};$            | (d) $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é divisor de } 12\};$ |
| (e) $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 30 \text{ e } x \text{ é múltiplo de } 7\};$ | (f) $F = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \cdot x = 5\};$              |
| (g) $G = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \cdot x = 0\};$                                | (h) $H = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é ímpar}\};$          |
| (i) $I = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 9\};$                                      | (j) $J = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 1\};$                    |
| (k) $K = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 4 \text{ e } x < -3\};$                      | (l) $L = \{x \in \mathbb{Z} \mid x > 4 \text{ ou } x < -3\}.$   |

2. Representar, através de uma propriedade conveniente, os seguintes conjuntos:

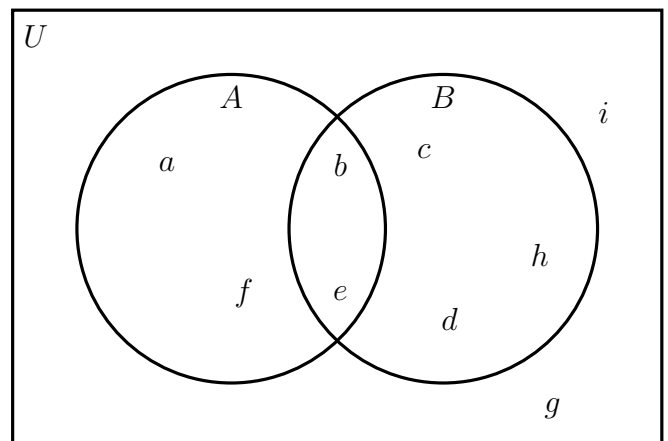
- |   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| (a) $A = \{0, 5, 10, 15, 20, \dots\};$              | (b) $B = \{1, 2, 3, 6\};$             |
| (c) $C = \{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, 7, \dots\};$ | (d) $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\};$ |
| (e) $E = \{3, 2, 1, 0, -1, \dots\}.$                |                                       |

3. Dizer se é verdadeira ou falsa cada uma das sentenças abaixo:

- |                                  |                          |                             |                                       |  |
|----------------------------------|--------------------------|-----------------------------|---------------------------------------|--|
| (a) $2 \in \{1, 2, 3, 4\};$      | (b) $0 \in \{1, 2\};$    | (c) $5 \notin \{1, 2\};$    | (d) $1 \notin \{1, 2, 3\};$           | (e) $\emptyset = \{0\};$               |
| (f) $\emptyset = \{\emptyset\};$ | (g) $4 = \{4\};$         | (h) $5 \in \mathbb{N};$     | (i) $1 \notin \mathbb{N};$            | (j) $-4 \in \mathbb{N};$               |
| (k) $0 \notin \mathbb{Z};$       | (l) $-1 \in \mathbb{Z};$ | (m) $-2 \notin \mathbb{Z};$ | (n) $\exists x \mid x \in \emptyset;$ | (o) $\nexists x \mid x \in \emptyset;$ |
| (p) $3 \in \{3\};$               | (q) $\{3\} \in 3;$       | (r) $0 \in \emptyset;$      | (s) $2 \in \emptyset;$                | (t) $0 \notin \emptyset.$              |

4. Observando o diagrama de Venn-Euler ao lado, escrever por enumeração os conjuntos:

- |   |
|---|
| (a) $C = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\};$    |
| (b) $D = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\};$   |
| (c) $E = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\};$ |
| (d) $F = \{x \mid x \in U \text{ e } x \notin A\};$ |
| (e) $G = \{x \mid x \in U \text{ e } x \notin B\};$ |
| (f) $H = \{x \mid x \in B \text{ e } x \notin A\};$ |
| (g) $I = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in U\};$   |
| (h) $J = \{x \mid x \in U \text{ e } x \notin D\}.$ |





13. Dizer se é verdadeiro ou falso:

- (a)  $\{1, 2, 3\} = \{3, 1, 2\}$ ; (b)  $\{1, 4, 5, 4\} = \{1, 4, 5\}$ ;  
 (c)  $\{0, 1, 2\} = \{0, 1\}$ ; (d)  $\{a, b, a\} = \{a, b, c\}$ ;  
 (e)  $\{x \in \mathbb{N} \mid 2x = 5\} = \emptyset$ ; (f)  $\{x \in \mathbb{N} \mid 0 \cdot x = 0\} = \emptyset$ ;  
 (g)  $\{x \mid x \text{ é letra da palavra banana}\} = \{a, b, n\}$ .

14. Considere  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  e diga se é verdadeiro ou falso:

- (a)  $1 \in A$ ; (b)  $4 \in A$ ; (c)  $2 \notin A$ ; (d)  $5 \notin A$ ;  
 (e)  $1 \subset A$ ; (f)  $\{1\} \subset A$ ; (g)  $\{1, 3\} \subset A$ ; (h)  $\emptyset \subset A$ ;  
 (i)  $A \not\subset A$ ; (j)  $\{1, 2, 3, 4\} \subset A$ ; (k)  $\{2, 5, 6\} \not\subset A$ ; (l)  $\{0, 5\} \subset A$ ;  
 (m)  $\{4, 5\} \not\subset A$ ; (n)  $\{0\} \in A$ ; (o)  $\{0\} \subset A$ ; (p)  $\{1\} \notin A$ ;  
 (q)  $\{1\} \not\subset A$ ; (r)  $\{0, 1, 2, 3\} \subset A$ ; (s)  $\{1, 2\} \subset A$ ; (t)  $\{1, 2\} \in A$ .

15. Considere o conjunto  $A = \{1, \emptyset, \{1, 5\}, \{1\}, 5\}$  e diga se é verdadeiro ou falso:

- (a)  $1 \in A$ ; (b)  $1 \subset A$ ; (c)  $\{1\} \in A$ ; (d)  $\{1\} \subset A$ ;  
 (e)  $\{5\} \in A$ ; (f)  $\{5\} \subset A$ ; (g)  $\emptyset \in A$ ; (h)  $\emptyset \subset A$ ;  
 (i)  $\{1, 5\} \in A$ ; (j)  $\{1, 5\} \subset A$ ; (k)  $\{1, \{1\}\} \subset A$ ; (l)  $\{1, \{1, 5\}, \{5\}\} \subset A$ .

16. Para cada um dos conjuntos abaixo, determinar por enumeração o conjunto das partes e o seu número de elementos:

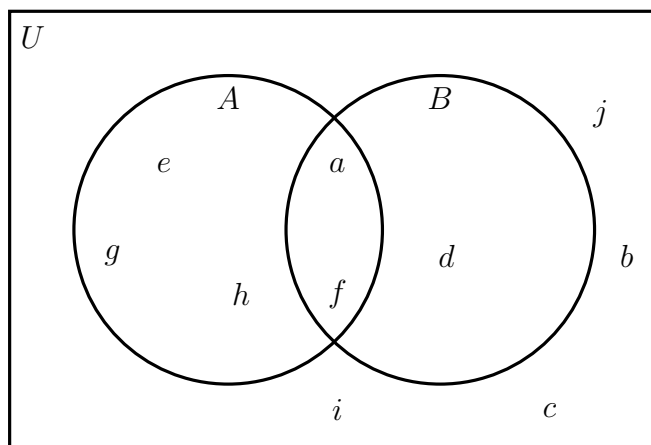
- (a)  $A = \{2, 3\}$ ; (b)  $B = \{5\}$ ; (c)  $C = \{2, 4, 6\}$ ; (d)  $D = \emptyset$ ; (e)  $E = \{0, 1, 2, 3\}$ .

17. Considere  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$  e determine por enumeração os conjuntos:

- (a)  $A \cap B$ ; (b)  $A \cup B$ ; (c)  $A - B$ ; (d)  $B - A$ .

18. Observando o diagrama de Venn-Euler ao lado, determine por enumeração:

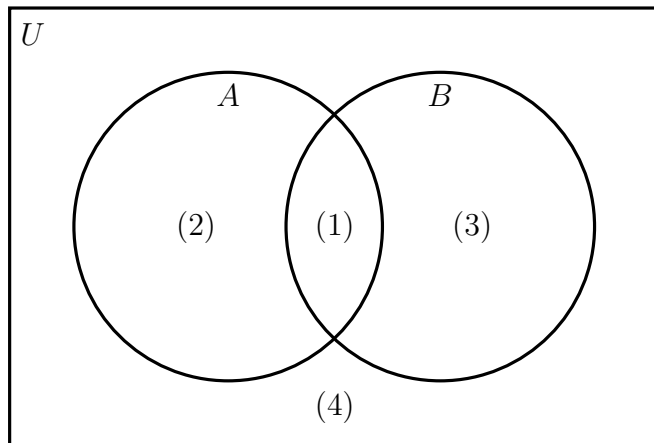
- (a)  $\overline{A}$ ; (b)  $\overline{B}$ ;  
 (c)  $\overline{A \cap B}$ ; (d)  $\overline{A \cup B}$ ;  
 (e)  $\overline{A - B}$ ; (f)  $\overline{B - A}$ ;  
 (g)  $\overline{A \cap \overline{B}}$ .



Observação: lembre-se de que  $\overline{X}$  denota o complementar de  $X$ , isto é  $\overline{X} = \{x \in U \mid x \notin X\}$ .

19. No diagrama de Venn-Euler abaixo, cada região foi denominada com um número entre parênteses. Indicar as regiões que determinam:

- (a)  $A \cap B$ ;      (b)  $A \cup B$ ;      (c)  $A - B$ ;  
 (d)  $\bar{A}$ ;      (e)  $\bar{B}$ ;      (f)  $\overline{A \cap B}$ ;  
 (g)  $\overline{A \cup B}$ ;      (h)  $\overline{A - B}$ ;      (i)  $\overline{B - A}$ .



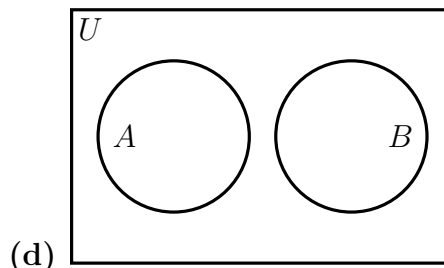
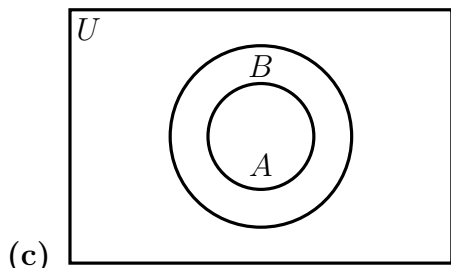
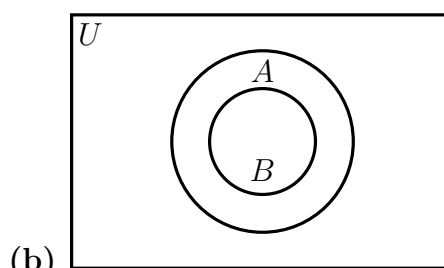
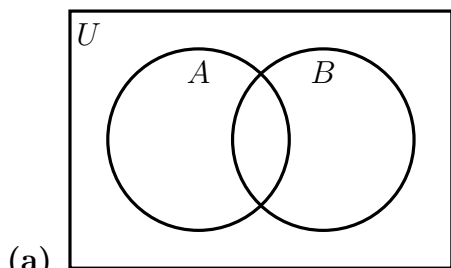
20. Considere o diagrama de Venn-Euler do exercício anterior. Usando apenas os conjuntos  $A$ ,  $B$  e seus complementares e apenas a operação de intersecção, caracterize cada uma das quatro regiões do diagrama. *Exemplo:* A região (1) é dada por  $A \cap B$ .
21. Sejam  $A$  e  $B$  subconjuntos de  $E$  tais que:  $n(A) = 2549$ ,  $n(B) = 1217$ ,  $n(A \cap B) = 412$  e  $n(E) = 3614$ . Determine  $n(E - (A \cup B))$ . *Sugestão:* observe o exercício 8.

22. Em um universo de 1000 pessoas, foi feita uma pesquisa a respeito do consumo de três produtos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , obtendo-se os resultados da tabela ao lado. Determine quantas pessoas que consomem:

Produto(s)	Consumidores
$A$	430
$B$	560
$C$	470
$A$ e $B$	265
$A$ e $C$	275
$B$ e $C$	300
$A$ , $B$ e $C$	230

- (a) somente o produto  $A$ ;  
 (b)  $A$  ou  $B$ ;  
 (c)  $A$  ou  $B$  ou  $C$ ;  
 (d) nenhum dos três produtos.

23. Nos diagramas seguintes, pintar as regiões que determinam o conjunto  $A \cap B$ , em cada caso.



24. Faça o mesmo nas figuras do exercício acima para  $A \cup B$ ,  $A - B$  e  $B - A$ .

- 25.** Considere  $A = \{0, 1, 4, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 6\}$  e o conjunto universo  $U = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 10\}$ . Faça um diagrama e, em seguida, determine:
- (a)  $n(A \cap B)$ ;                      (b)  $n(A \cup B)$ ;                      (c)  $n(\overline{A})$ ;  
 (d)  $n(\overline{B})$ ;                      (e)  $n(\overline{A \cap B})$ ;                      (f)  $n(\overline{A \cup B})$ .
- 26.** Sobre três conjuntos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , sabe-se que:  $n(A \cap B \cap C) = 4$ ,  $n(A \cap B) = 6$ ,  $n(A \cap C) = 7$ ,  $n(B \cap C) = 14$ ,  $n(A) = 15$ ,  $n(A \cup B) = 34$ ,  $n(B \cup C) = 41$ . Nestas condições, determinar:
- (a)  $n(B)$ ;                      (b)  $n(C)$ ;                      (c)  $n(A \cup B \cup C)$ ;  
 (d)  $n(A - B)$ ;                      (e)  $n(C - A)$ ;                      (f)  $n((A \cap B) - C)$ .
- 27.** Determine o número de subconjuntos de  $\{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq 8\}$ .
- 28.** Dizer se é verdadeiro ou falso. No caso de ser verdadeiro, justifique e, no caso de ser falso, corrija a sentença.
- (a) Se  $A \subset B$ , então  $A \cap B = A$ .                      (b) Se  $A \cap B = A$ , então  $A \subset B$ .  
 (c) Se  $A \subset B$ , então  $A \cup B = B$ .                      (d) Se  $A \cup B = B$ , então  $A \subset B$ .  
 (e) Se  $A \subset B$ , então  $A - B = A$ .                      (f) Se  $A - B = A$ , então  $B = \emptyset$ .  
 (g) Se  $A \subset B$ , então  $B - A = \emptyset$ .                      (h) Se  $A \cap B = \emptyset$ , então  $A - B = A$ .  
 (i)  $A \cap \emptyset = A$ ,  $\forall A$ .                      (j)  $A \cup \emptyset = A$ ,  $\forall A$ .  
 (k) Se  $A \cap B = \emptyset$ , então  $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ .                      (l)  $\emptyset \subset A$ ,  $\forall A$ .
- 29.** Sejam  $A$  e  $B$  subconjuntos de  $U$  tais que  $n(A) = 80$ ,  $n(B) = 60$ ,  $n(A \cup B) = 117$  e  $n(U) = 200$ . Determine:
- (a)  $n(\overline{A \cup B})$ ;                      (b)  $n(A - B)$ ;                      (c)  $n(B - A)$ ;                      (d)  $n(A \cap B)$ .
- 30.** Considere  $A = \{1, 2\}$  e  $B = \{3, 4, 5\}$  e determine por enumeração os seguintes conjuntos:
- (a)  $A \times B$ ;                      (b)  $B \times A$ ;                      (c)  $A \times A$ ;                      (d)  $B^2$ ;                      (e)  $A \times \emptyset$ .
- 31.** Considere os conjuntos  $A = \{1, 3\}$ ,  $B = \{-2, 1, 2\}$  e  $C = \{-1, 0, 1, 4\}$  e determine por enumeração os seguintes conjuntos:
- (a)  $A \times B \times C$ ;                      (b)  $A^3$ .

Lista de exercícios retirada e adaptada de

A. Z. Aranha e M. B. Rodrigues – *Exercícios de Matemática - vol. 1, Revisão de 1º grau*. Segunda edição, Editora Polícarpo, São Paulo, 1998.