Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

MTM3100 - Pré-cálculo

12ª lista de exercícios (06/11/2017 a 10/11/2017)

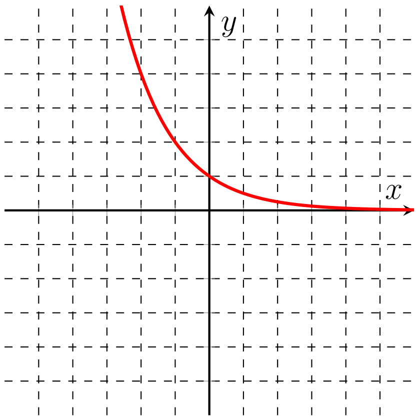
1. Considere $f(x) = 5^x$. Calcule $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(0)$, $f(-1)$, $f(-3)$, $f(1/2)$ e $f(-3/5)$.

2. Considere $f(x) = 3^x$. Utilize uma calculadora para determinar, aproximadamente, $f(\pi)$, $f(\sqrt{2})$, $f(34/439)$ e $f(-33/8)$. Arredonde com duas casas decimais.

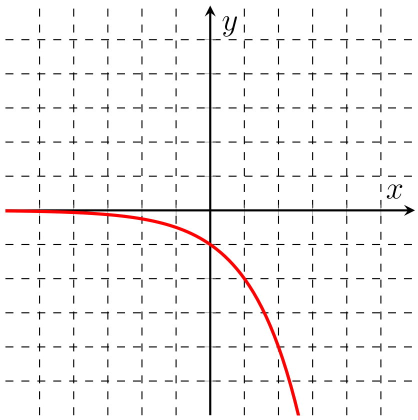
3. Associe as funções aos gráficos.

(a) $f(x) = 2^x$. **(b)** $g(x) = 2^{-x}$. **(c)** $h(x) = -2^x$. **(d)** $k(x) = -2^{-x}$.

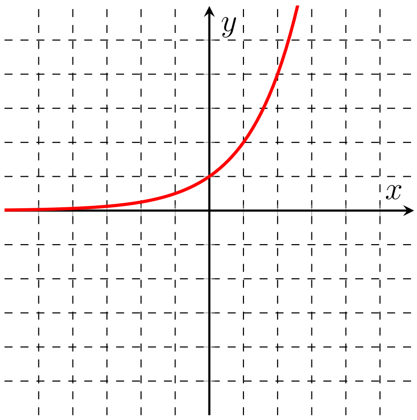
(I)



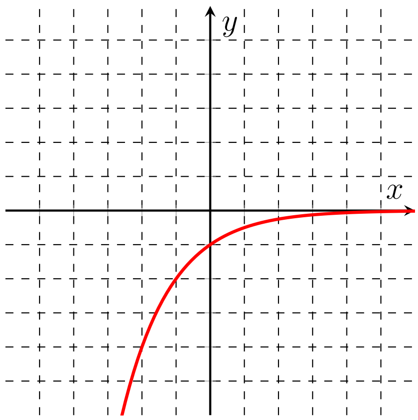
(II)



(III)



(IV)



4. Faça o gráfico das funções abaixo montando uma tabela de valores. Se necessário, use uma calculadora.

(a) $f(x) = 3^x$.

(b) $g(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

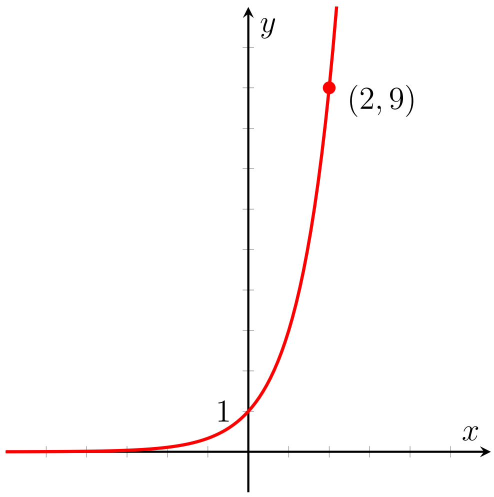
5. Em cada item, faça o gráfico das funções em um mesmo plano.

(a) $f(x) = 2^x$ e $g(x) = 2^{-x}$.

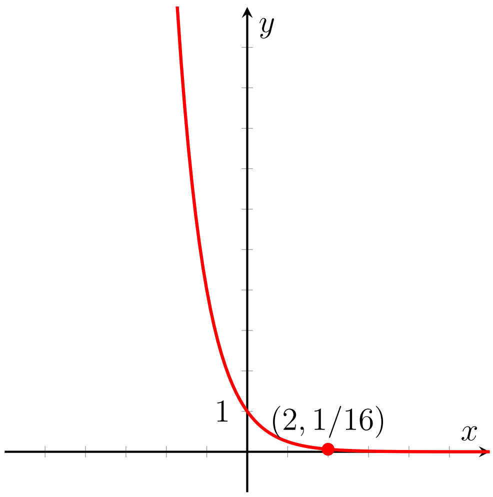
(b) $f(x) = 4^x$ e $g(x) = 7^x$.

6. Encontre a função exponencial $f(x) = a^x$ cujo gráfico está representado.

(a)



(b)



7. Faça o gráfico das funções abaixo, partindo de gráficos conhecidos.

(a) $f(x) = -3^x$.

(b) $f(x) = 10^{-x}$.

(c) $f(x) = 2^x - 3$.

(d) $f(x) = 2^{x-3}$.

(e) $f(x) = 4 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$.

(f) $f(x) = 6 - 3^x$.

8. Uma cultura de bactérias contém, inicialmente, 1500 bactérias e dobra de população a cada hora.

(a) Encontre uma função que modela o número de bactérias após t horas.

(b) Encontre o número de bactérias após 24 horas.

9. Seu professor de matemática pediu para fazer o gráfico da função $f(x) = 2^x$ para x de 0 a 40 usando uma escala de 10 unidades para cada centímetro da folha. Quais são as dimensões da folha necessária para o gráfico?

10. Considere $f(x) = e^x$. Utilize uma calculadora para determinar $f(3)$, $f(0{,}23)$, $f(-2)$ e $f(1)$. Arredonde com 3 casas decimais.

11. Utilize o gráfico da função $f(x) = e^x$ para fazer os gráficos das funções abaixo.

(a) $f(x) = -e^x$.

(b) $f(x) = 1 - e^x$.

(c) $f(x) = e^{-x} - 1$.

(d) $f(x) = -e^{-x}$.

12. Quando um certo medicamento é administrado a um paciente, o número de miligramas do medicamento na corrente sanguínea do paciente após t horas da aplicação é dado por

$$D(t) = 50e^{-0{,}2t}.$$

Quantos miligramas do medicamento restarão na corrente sanguínea 3 horas após a aplicação?

13. A função *cosseno hiperbólico* é definida como

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

(a) Calcule $\cosh 0$, $\cosh 1$ e $\cosh(-2)$.

(b) Qual é o domínio desta função?

(c) Verifique que esta função é par.

(d) Faça o gráfico. *Sugestão.* Faça o gráfico de $\dfrac{e^x}{2}$ e $\dfrac{e^{-x}}{2}$ e utilize a adição de gráficos.

14. A função *seno hiperbólico* é definida como

$$\operatorname{senh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}.$$

(a) Calcule $\operatorname{senh} 0$, $\operatorname{senh} 1$ e $\operatorname{senh}(-2)$.

(b) Qual é o domínio desta função?

(c) Verifique que esta função é ímpar.

(d) Faça o gráfico. *Sugestão.* Faça o gráfico de $\dfrac{e^x}{2}$ e $\dfrac{e^{-x}}{2}$ e utilize a subtração de gráficos.

15. Reescreva as identidades abaixo utilizando logaritmos.

(a) $5^3 = 125$. **(b)** $10^{-4} = 0{,}0001$. **(c)** $10^3 = 1000$. **(d)** $81^{1/2} = 9$.

(e) $8^{-1} = \dfrac{1}{8}$. **(f)** $2^{-3} = \dfrac{1}{8}$. **(g)** $4^{-3/2} = 0{,}125$. **(h)** $e^x = 2$.

(i) $e^3 = y$. **(j)** $e^{x+1} = 0{,}5$. **(k)** $e^{0{,}5x} = t$.

16. Reescreva as identidades abaixo utilizando a forma exponencial.

(a) $\log_5 25 = 2$. **(b)** $\log_5 1 = 0$. **(c)** $\log 0{,}1 = -1$. **(d)** $\log_8 512 = 3$.

(e) $\log_8 2 = \dfrac{1}{3}$. **(f)** $\log_2 \dfrac{1}{8} = -3$. **(g)** $\log_3 81 = 4$. **(h)** $\log_8 4 = \dfrac{2}{3}$.

(i) $\ln 5 = x$. **(j)** $\ln y = 5$. **(k)** $\ln(x+1) = 2$. **(l)** $\ln(x-1) = 4$.

17. Calcule o valor das expressões abaixo.

(a) $\log_3 3$. **(b)** $\log_3 1$. **(c)** $\log_3 3^2$. **(d)** $\log_6 36$.

(e) $\log_7 7^{10}$. **(f)** $\log_3 \dfrac{1}{27}$. **(g)** $\log \sqrt{10}$. **(h)** $\log_5 0{,}2$.

(i) $\log_{49} 7$. **(j)** $\log_9 \sqrt{3}$. **(k)** $2^{\log_2 37}$. **(l)** $3^{\log_3 8}$.

(m) $e^{\ln \sqrt{5}}$. **(n)** $10^{\log 5}$. **(o)** $\ln e^4$. **(p)** $\ln \dfrac{1}{e}$.

18. Utilize a definição do logaritmo para determinar x.

(a) $\log_2 x = 5$. **(b)** $\log_2 16 = x$. **(c)** $\log_5 x = -1$. **(d)** $\log 0{,}1 = x$.

(e) $\log_3 x = \dfrac{3}{5}$. **(f)** $\log x = -\dfrac{2}{3}$. **(g)** $\ln x = 3$. **(h)** $\log_x 16 = 4$.

(i) $\log_x 6 = \dfrac{1}{2}$. **(j)** $\log_x 25 = 2$. **(k)** $\log_x 3 = \dfrac{1}{3}$. **(l)** $\log_x 3 = -\dfrac{1}{3}$.

19. Utilize uma calculadora para determinar com quatro casas decimais as expressões abaixo.

(a) $\log 2$. **(b)** $\log \frac{2}{3}$. **(c)** $\log \sqrt{2}$.

(d) $\ln 5$. **(e)** $\ln 25{,}3$. **(f)** $\ln(1+\sqrt{3})$.

20. Diga quais itens são verdadeiros ou falsos. Ignore os valores das variáveis que não estão no domínio da expressão.

(a) $\log \frac{x}{y} = \frac{\log x}{\log y}$. **(b)** $\log_2(x-y) = \log_2 x - \log_2 y$.

(c) $\log_5 \frac{a}{b^2} = \log_5 a - 2\log_5 b$. **(d)** $\log 2^z = z \log 2$.

(e) $(\log P)(\log Q) = \log P + \log Q$. **(f)** $\frac{\log a}{\log b} = \log a - \log b$.

(g) $(\log_2 7)^x = x \log_2 7$. **(h)** $\log_a a^a = a$.

(i) $\log(x-y) = \frac{\log x}{\log y}$. **(j)** $-\ln \frac{1}{A} = \ln A$.

21. Utilize as propriedades dos logaritmos para determinar o valor das expressões abaixo.

(a) $\log_3 \sqrt{27}$. **(b)** $\log_2 160 - \log_2 5$.

(c) $\log 4 + \log 25$. **(d)** $\log \frac{1}{\sqrt{1000}}$.

(e) $\log_4 192 - \log_4 3$. **(f)** $\log_{12} 9 + \log_{12} 16$.

22. Uilize as propriedades dos logaritmos para expandir as expressões abaixo.

(a) $\log_2(2x)$. **(b)** $\log_3(5y)$. **(c)** $\log_2(x(x-1))$.

(d) $\log_5 \frac{x}{2}$. **(e)** $\log_2(AB^2)$. **(f)** $\log_3(x\sqrt{y})$.

(g) $\log_2(xy)^{10}$. **(h)** $\log_a \left(\frac{x^2}{yz^3}\right)$. **(i)** $\ln \sqrt[3]{3r^2 s}$.

(j) $\log_2 \left(\frac{x(x^2+1)}{\sqrt{x^2-1}}\right)$. **(k)** $\log \sqrt{\frac{x^2+4}{(x^2+1)(x^3-7)^2}}$. **(l)** $\ln \left(\frac{e^x}{x(x^2+1)(x^4+2)}\right)^3$.

23. Uilize as propriedades dos logaritmos para combinar as expressões abaixo.

(a) $\log_3 5 + 5\log_3 2$. **(b)** $\log 12 + \frac{1}{2}\log 7 - \log 2$.

(c) $\log_2 A + \log_2 B - 2\log_2 C$. **(d)** $\log_5(x^2-1) - \log_5(x-1)$.

(e) $4\log x - \frac{1}{3}\log(x^2+1) + 2\log(x-1)$. **(f)** $\ln(a+b) + \ln(a-b) - 2\ln c$.

24. Utilize a fórmula de mudança de base e uma calculadora para determinar o valor das expressões abaixo. Aproxime com quatro casas decimais.

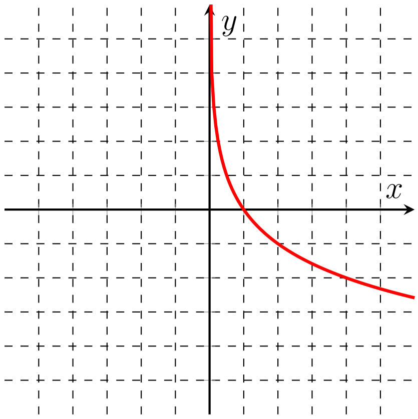
(a) $\log_2 5$. **(b)** $\log_5 2$. **(c)** $\log_6 532$. **(d)** $\log_{1/3} 45{,}6$.

25. Associe as funções aos gráficos.

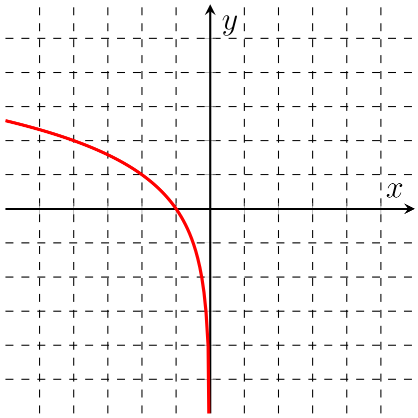
(a) $f(x) = \log_2 x$. **(b)** $g(x) = \log_2(-x)$. **(c)** $h(x) = -\log_2(x)$.

(d) $k(x) = -\log_2(-x)$. **(e)** $l(x) = \log_2 |x|$.

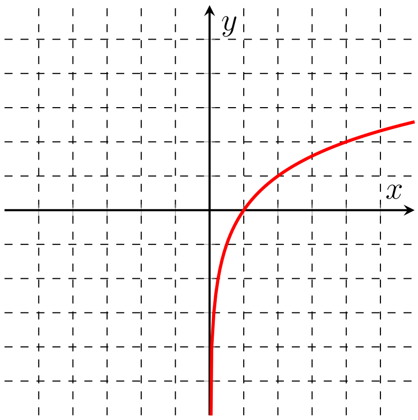
(I)



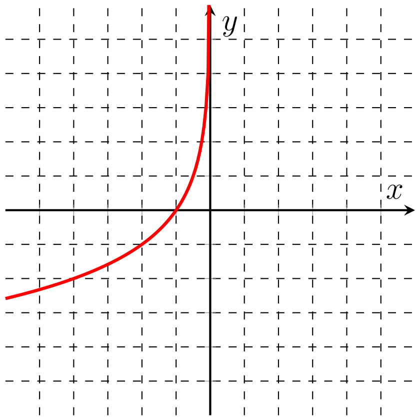
(II)



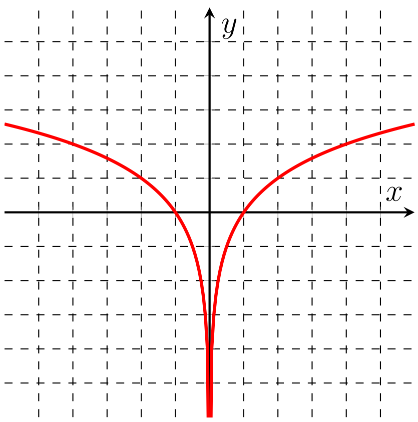
(III)



(IV)



(V)

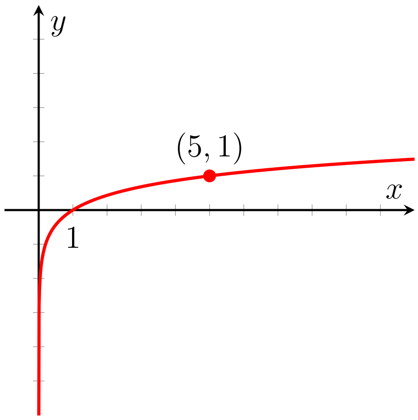


26. Faça o gráfico das funções abaixo montando uma tabela de valores. Se necessário, use uma calculadora.

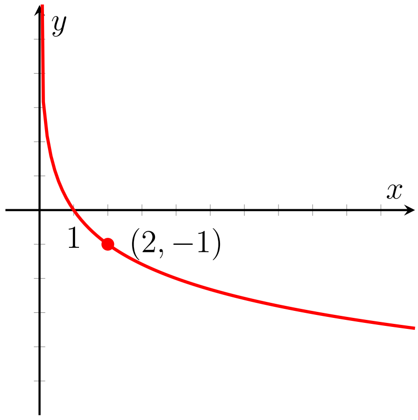
(a) $f(x) = \log_3 x$. **(b)** $g(x) = \log_{1/2} x$.

27. Encontre a função logarítmica $f(x) = \log_a x$ cujo gráfico está representado.

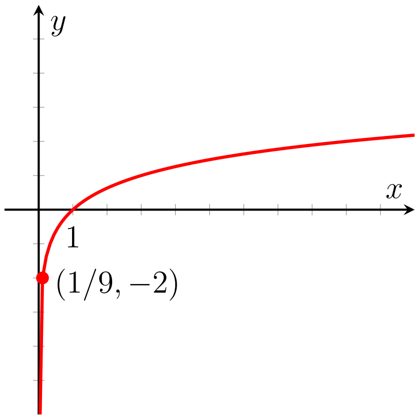
(a)



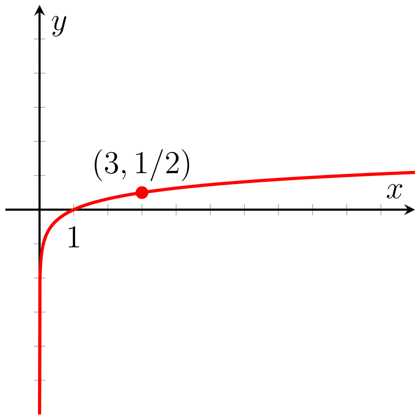
(b)



(c)



(d)



28. Faça o gráfico das funções abaixo, partindo de gráficos conhecidos.

(a) $f(x) = \log_2(x-4)$.

(b) $f(x) = -\log x$.

(c) $f(x) = \log_5(-x)$.

(d) $f(x) = \ln(x+2)$.

29. Encontre o domínio das funções abaixo.

(a) $f(x) = \log(x+3)$.

(b) $f(x) = \log_3(x^2-1)$.

(c) $f(x) = \ln x + \ln(2-x)$.

(d) $f(x) = \log_{x-3}(x^2-1)$.

30. A idade de um artefato antigo pode ser determinada pela quantidade de carbono-14 remanescente. Se D_0 é a quantidade original de carbono-14 e D é a quantidade remanescente, então a idade A (em anos) do artefato pode ser calculada por

$$A = -8267 \ln\left(\frac{D}{D_0}\right).$$

Determine a idade de um objeto cuja quantidade de carbono-14 remanescente é 73% da quantidade original.

Lista de exercícios parcialmente retirada e adaptada de

[2] J. Stewart, L. Redlin, S. Watson – *Precalculus, Mathematics for Calculus*. 6ª ed., Brooks/Cole Cengage Learning, Belmont, 2014.