Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

MTM3100 - Pré-cálculo

13ª lista de exercícios (13/11/2017 a 17/11/2017)

1. Resolva as equações abaixo.

(a) $2^x = 32$. **(b)** $2^x = \frac{1}{4}$. **(c)** $2^x = \sqrt[5]{4}$. **(d)** $2^x = 1$.

(e) $2^x = -2$. **(f)** $(\sqrt[3]{5})^x = \frac{1}{\sqrt[4]{125}}$. **(g)** $10^x = 25$. **(h)** $e^{-2x} = 7$.

(i) $2^{1-x} = 3$. **(j)** $5^x = 4^{x+1}$. **(k)** $7^{x/2} = 5^{1-x}$. **(l)** $\frac{50}{1+e^{-x}} = 4$.

2. Resolva as equações abaixo.

(a) $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$. **(b)** $e^x - 12e^{-x} - 1 = 0$.

(c) $x^2 2^x - 2^x = 0$. **(d)** $x^2 10^x - x10^x = 2 \cdot 10^x$.

3. Resolva as equações abaixo.

(a) $\ln x = 10$. **(b)** $\ln(2+x) = 1$.

(c) $\log x = -2$. **(d)** $\log(x-4) = 3$.

(e) $\log_2(x^2 - x - 2) = 2$. **(f)** $\log_2 3 + \log_2 x = \log_2 5 + \log_2(x-2)$.

(g) $\log_5(x+1) - \log_5(x-1) = 2$. **(h)** $\ln(x-1) + \ln(x+2) = 1$.

(i) $\log_2(\log_3 x) = 4$.

4. Resolva as inequações abaixo.

(a) $2^x < 3$. **(b)** $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \leq 4$.

(c) $4^{-x} < -1$. **(d)** $\ln x \geq 3$.

(e) $\log_{1/4} x > -1$. **(f)** $x^2 e^x - 2e^x < 0$.

5. Encontre a inversa das funções abaixo.

(a) $f(x) = 2^{2x}$. **(b)** $f(x) = \log_2(x-1)$.

6. A pressão atmosférica P (medida em kPa) a uma altura h (medida em km) é dada pela fórmula

$$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\frac{h}{k},$$

em que $k = 7\,km$ e $P_0 = 100\,kPa$ são constantes.

(a) Determine $P(h)$, isto é, escreva P em função de h.

(b) Utilize o item (a) para determinar a pressão a uma altura de $4\,km$.

7. Sabendo que os pontos abaixo pertencem ao círculo unitário, determine a componente que está faltando.

(a) $P = \left(-\frac{3}{5}, y\right)$ e P pertence ao 3º quadrante.

(b) $P = \left(x, -\frac{7}{25}\right)$ e P pertence ao 4º quadrante.

(c) $P = (1, y)$.

(d) $P = (x, -1)$.

8. Considere o círculo de raio desenhado no plano cartesiano com centro na origem. Quando caminhamos uma distância t sobre o círculo a partir do ponto $(1,0)$ no sentido anti-horário, o ponto final do trajeto é denominado *ponto terminal de* t. Por exemplo, como o círculo tem comprimento 2π, então o ponto terminal de $t = 2\pi$ é $(1,0)$, o ponto terminal de $t = \pi$ é $(-1,0)$ e o ponto terminal de $t = \pi/2$ é $(0,1)$. Se t é negativo, devemos andar no sentido horário. Por exemplo, o ponto terminal de $t = -\pi/2$ é $(0,-1)$. Determine o ponto terminal dos valores de t abaixo.

(a) $t = 3\pi$.

(b) $t = 0$.

(c) $t = -\pi$.

(d) $t = \dfrac{3\pi}{2}$.

(e) $t = \dfrac{5\pi}{6}$.

(f) $t = -\dfrac{3\pi}{2}$.

(g) $t = \dfrac{2\pi}{3}$.

(h) $t = -\dfrac{\pi}{2}$.

9. Seja P o ponto terminal de t. A distância (caminhando sobre o círculo unitário) de P até o eixo das abscissas é denominada *número de referência de* t e é denotada por $\bar{t}$. Por exemplo, se $t = \pi/3$ então $\bar{t} = \pi/3$, se $t = 2\pi/3$ então $\bar{t} = \pi/3$, se $t = \pi$ então $\bar{t} = 0$ e se $t = -5\pi/6$ então $\bar{t} = \pi/6$. Determine o número de referência dos valores de t abaixo.

(a) $t = \dfrac{4\pi}{3}$.

(b) $t = -\dfrac{2\pi}{3}$.

(c) $t = \dfrac{7\pi}{3}$.

(d) $t = \dfrac{13\pi}{6}$.

(e) $t = -\dfrac{11\pi}{3}$.

(f) $t = -\dfrac{41\pi}{4}$.

10. Determine o ponto terminal dos valores de $\bar{t}$ e t do exercício anterior.

11. Determine (se fizer sentido) $\operatorname{sen} t$, $\cos t$, $\operatorname{tg} t$, $\operatorname{cotg} t$, $\sec t$ e $\operatorname{cossec} t$ para os valores de t abaixo.

(a) $t = 0$.

(b) $t = \dfrac{\pi}{2}$.

(c) $t = \pi$.

(d) $t = \dfrac{3\pi}{2}$.

(e) $t = 2\pi$.

(f) $t = -\dfrac{\pi}{2}$.

(g) $t = 2k\pi$, em que $k \in \mathbb{Z}$.

(h) $t = \dfrac{\pi}{2} + 2k\pi$, em que $k \in \mathbb{Z}$.

12. Determine $\operatorname{sen} t$, $\cos t$, $\operatorname{tg} t$, $\operatorname{cotg} t$, $\sec t$ e $\operatorname{cossec} t$ para os valores de t abaixo.

(a) $t = \dfrac{\pi}{4}$.

(b) $t = \dfrac{3\pi}{4}$.

(c) $t = \dfrac{5\pi}{4}$.

(d) $t = \dfrac{7\pi}{4}$.

(e) $t = -\dfrac{3\pi}{4}$.

(f) $t = \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi$, em que $k \in \mathbb{Z}$.

13. Determine $\operatorname{sen} t$, $\cos t$, $\operatorname{tg} t$, $\operatorname{cotg} t$, $\sec t$ e $\operatorname{cossec} t$ para os valores de t abaixo.

(a) $t = \dfrac{\pi}{6}$.

(b) $t = \dfrac{5\pi}{6}$.

(c) $t = \dfrac{7\pi}{6}$.

(d) $t = \dfrac{11\pi}{6}$.

(e) $t = -\dfrac{5\pi}{6}$.

(f) $t = \dfrac{11\pi}{6} + 2k\pi$, em que $k \in \mathbb{Z}$.

14. Determine o valor das outras funções trigonométricas em t, sabendo o valor de uma delas e o quadrante do terminal de t.

(a) $\operatorname{sen} t = 3/5$ com terminal de t no segundo quadrante.

(b) $\cos t = -1/5$ com terminal de t no terceiro quadrante.

(c) $\operatorname{tg} t = -7$ com terminal de t no quarto quadrante.

(d) $\operatorname{cotg} t = 2/3$ com terminal de t no primeiro quadrante.

(e) $\sec t = -2$ com terminal de t no segundo quadrante.

(f) $\operatorname{cossec} t = -5/4$ com terminal de t no quarto quadrante.

15. Sabendo que o ponto terminal de t está no segundo quadrante, escreva $\cos t$ e $\operatorname{tg} t$ em função de $\operatorname{sen} t$.

16. Faça o gráfico das funções $\operatorname{sen} x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$, $\sec x$ e $\operatorname{cossec} x$. Determine o domínio, a imagem, o período e a paridade de cada uma delas.

17. Faça o gráfico das funções abaixo.

(a) $f(x) = 1 + \cos x$.

(b) $f(x) = -\operatorname{sen} x$.

(c) $f(x) = 3\cos x$.

(d) $f(x) = 4 - 2\operatorname{sen} x$.

(e) $f(x) = |\operatorname{sen} x|$.

18. Faça o gráfico das funções abaixo, determinando o período, a amplitude, a fase e a imagem.

(a) $f(x) = \cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)$.

(b) $f(x) = -2\operatorname{sen}\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)$.

(c) $f(x) = 3\operatorname{sen}\dfrac{1}{2}\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

(d) $f(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}\cos\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$.

19. Estrelas variáveis são aquelas cujo brilho varia periodicamente. Uma das mais visíveis é a *R Leonis*, cujo brilho b é modelado pela função

$$b(t) = 7{,}9 - 2{,}1\cos\left(\frac{\pi}{156}t\right),$$

em que t é medido em dias.

(a) Determine o período da R Leonis.

(b) Determine os brilhos máximo e mínimo.

20. Converta de graus para radianos.

(a) $72°$.

(b) $54°$.

(c) $-45°$.

21. Converta de radianos para graus.

(a) $\dfrac{7\pi}{6}$ rad.

(b) $\dfrac{11\pi}{3}$ rad.

(c) $-\dfrac{5\pi}{4}$ rad.

22. O matemático grego Eratosthenes (276-195 a.C.) mediu o raio da Terra usando um experimento similar ao que vem a seguir. Em um certo dia e horário do ano, os raios de luz emitidos pelo Sol são perpendiculares à superfície da Terra na cidade de Florianópolis. No mesmos dia e horário, os raios formam um ângulo de 2,7° com relação à perpendicular à superfície na cidade de Curitiba. Considerando que Florianópolis e Curitiba estão a uma distância de 300 km determine, aproximadamente, o raio da Terra.

23. Do topo de um farol de 350 m de altura avista-se um navio a um ângulo de 30° com a horizontal. A que distância (da base) do farol o navio está?

24. Uma pessoa, sobre uma colina, avista um prédio de 100 m. O segmento ligando seus olhos ao topo do prédio e à base do prédio formam ângulos de 18° e 14°, respectivamente. Determine a distância (horizontal) entre a pessoa e o prédio.

25. Uma pessoa mediu o ângulo de inclinação em relação à horizontal entre sua posição e o topo de uma montanha e obteve 32°. Ao se aproximar 300 m da montanha, o ângulo é novamente medido e o resultado obtido é 35°. Determine, aproximadamente, a altura da montanha.

Lista de exercícios parcialmente retirada e adaptada de

[2] J. Stewart, L. Redlin, S. Watson – *Precalculus, Mathematics for Calculus.* 6ª ed., Brooks/Cole Cengage Learning, Belmont, 2014.