Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

MTM3100 - Pré-cálculo

3ª lista complementar de exercícios (14/08/2017 a 18/08/2017)

1. Usando as propriedades de potenciação, simplifique:

(a) $a^5 \cdot a^7$; **(b)** $a^3 \cdot a^{-4}$; **(c)** $\dfrac{3^4}{3^6}$; **(d)** $(7^2)^3$; **(e)** 7^{2^3};

(f) $8^{-3} : 2^{-5}$; **(g)** $4^6 \div 16^5$; **(h)** $(2^4 \cdot 2)/2^6$; **(i)** $(-5a^3)^7$.

2. Dizer, em cada caso, se a igualdade é verdadeira ou falsa:

(a) $\dfrac{14^2}{7^2} = 4$; **(b)** $5^3 \cdot 2^3 = 10^3$; **(c)** $a^3 \cdot a^2 = a^6$; **(d)** $7^3 \cdot 4^3 = 28^3$;

(e) $x^{15} : x^5 = x^3$; **(f)** $(a^2+b^3)^4 = a^8+b^{12}$; **(g)** $(2+5)^2 = 2^2+5^2$; **(h)** $(9^4)^6 = 9^{24}$;

(i) $\dfrac{a^8}{a^4} = a^4$; **(j)** $(5-4)^2 = 5^2-4^2$; **(k)** $2^3 \cdot 5^2 = 10^5$.

Observação. Alguns itens acima não fazem sentido para situações particulares das variáveis. Por exemplo, o item (e) não está definido no caso $x = 0$. Nesses itens, faça a análise da igualdade nos casos em que a expressão faz sentido (por exemplo, em (e) diga se o item é verdadeiro ou falso já assumindo que $x \neq 0$).

3. Simplificar o quanto for possível, dando as respostas na forma de potências de 10:

(a) 100; **(b)** 100^3; **(c)** $-0,01^6$;

(d) $1000^2 \cdot 0,01^2$; **(e)** $(0,001)^{-3} : (-100)^{-2}$.

4. Simplifique a expressão

$$\frac{100^3 \cdot (-0,1)^{-3} \cdot (-0,001)^{-4} \cdot [-(-1000)^3]}{-0,01^6 \cdot (-10000)^{-5}}.$$

5. Tornar verdadeiras as igualdades seguintes, multiplicando os segundos membros por potências de 10 convenientes (seguir o modelo do item (a)):

(a) $0,00092 = 0,92 \cdot 10^{-3}$ **(b)** $5100 = 5,1\,\cdot$ **(c)** $0,0483 = 483\,\cdot$

(d) $127000 = 127\,\cdot$ **(e)** $201 = 2,01\,\cdot$ **(f)** $80,21 = 80210\,\cdot$

6. Calcule o valor da expressão

$$E = \frac{0,1 \cdot 0,001 \cdot 10^{-1}}{10 \cdot 0,0001}$$

e, a seguir, determine o valor de x em cada caso, sabendo que:

(a) $E = a \cdot x$ e $a = 10^{-3}$; **(b)** $E = a : x$ e $a = 10^{-5}$;

(c) $E = x : a$ e $a = 10000$; **(d)** $E = (x : a)^2$ e $a = 1000$.

7. Efetuar as operações seguintes, dando as respostas em notação científica (isto é, com apenas um algarismo não nulo à esquerda da vírgula):

(a) $25 - 12 \cdot 10^{-3}$; **(b)** $9,43 \cdot 10^{-13} - 0,0001025 \cdot 10^{-8}$;

(c) $(1,311 \cdot 10^{-41}) : (5700 \cdot 10^{-30})$.

8. Simplifique e dê as respostas na forma de potências de 2:

(a) $(-0,125^2)^{-3}$; **(b)** $8^4 \cdot 0,5^3$; **(c)** $(-0,125)^{-3} : (-0,25)^{-4}$.

9. Simplifique e dê as respostas na forma de potências de 2:

(a) $x = (-128^2)^{3^2} \cdot (-64^2)^{(-3)^2} \cdot (512^3)^{-3^2}$;

(b) $y = \left[(0,125^{-2})^3 \cdot (0,0625^{-1})^2\right]^2 : (0,25)^{-2}$;

(c) $z = (0,0625)^{\frac{1}{4}} : \left[(-0,125)^6 \cdot (-1024)^{-2} \cdot (0,485^3)^0\right]^{-2}$.

10. Simplifique a expressão

$$\frac{(-27^3)^5 \cdot [(-243)^{-2}]^4 \cdot 0,\overline{037}^4}{[-(-0,\overline{1})^{-2}]^{-3} \cdot (-729^2)^{-3} \cdot [-(0,\overline{3}^4)^{-2}]^5 \cdot 9}$$

e dê a resposta na forma de potência de 3.

11. Simplifique a expressões:

(a) $\left\{\left[0,1^{-2} \cdot \left(0,0001^{-\frac{1}{4}}\right)^5\right] : \dfrac{1}{(1000^{-2})^{\frac{1}{6}}}\right\} \cdot \left[(100^{-2})^3 \cdot (0,1^3)^{-4}\right]$;

(b) $\dfrac{\left[-\left(0,\overline{037}\right)^{-10}\right] \cdot (-0,111...)^{-1}}{(-9)^{-3^2} \cdot \left(0,\overline{3}\right)^{-18} \cdot 729^{\frac{1}{3}} \cdot \left\{\left[\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-2}\right]^5\right\}^{-3}}$;

(c) $\dfrac{5 \cdot 8^{x-1} - 16^{\frac{3x}{4}+\frac{1}{2}}}{3 \cdot 64^{\frac{x}{2}-\frac{5}{6}} - \dfrac{3}{4} \cdot 512^{\frac{x+1}{3}}}$;

(d) $\dfrac{2^{n+4} + 2^{n+2} + 2^{n-1}}{2^{n-2} + 2^{n-1}}$;

(e) $\dfrac{3 \cdot 2^{-2x+6} - 2^{-2x+5} - 9 \cdot 2^{-2x+4}}{5 \cdot 2^{-2x+2} - 2^{-2x+4} - 3 \cdot 2^{-2x}}$;

(f) $\dfrac{\left(\dfrac{1}{8}\right)^{\frac{x}{3}-1} - (4^{-1})^{\frac{x}{2}-3}}{0,0625^{\frac{x}{4}-1,5} + 30 \cdot 0,03125^{\frac{x}{5}} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-2}}$.

12. Resolva as expressões abaixo:

(a) $\left|0,\overline{3}\right|$; **(b)** $|a - a|$, com $a \in \mathbb{R}$; **(c)** $\left|2 - \sqrt{3}\right|$; **(d)** $\left|2 + \sqrt{3}\right|$;

(e) $\left|\sqrt{3} - 2\right|$; **(f)** $\left|-2 - \sqrt{3}\right|$; **(g)** $|a - b|$, com $a > b$; **(h)** $|a - b|$, com $a < b$;

(i) $|a - b|$, com $a = b$; **(j)** $\left|\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right|$; **(k)** $|\pi - 3|$; **(l)** $|3 - \pi|$;

(m) $|\sqrt{2} - 1|$; **(n)** $|1 - \sqrt{2}|$.

13. Simplifique as expressões abaixo, indicando as que não estão definidas em $\mathbb{R}$:

(a) $\sqrt[3]{-2^3}$;

(b) $\sqrt[14]{5^6}$;

(c) $\sqrt[3]{x^3}$, com $x \in \mathbb{R}$;

(d) $\sqrt[5]{2^5 \cdot 2^3}$;

(e) $\sqrt[3]{5^6 \cdot 5 \cdot a^9 \cdot a^2 \cdot x^{15} \cdot x^3}$, com $a, x \in \mathbb{R}$;

(f) $\sqrt[21]{128a^{14}}$, com $a \in \mathbb{R}$;

(g) $\sqrt[5]{(\sqrt{8}-1)^5}$;

(h) $\sqrt[8]{(a-b)^8}$, com $a \geq b$;

(i) $\sqrt[3]{m^3}$;

(j) $\sqrt[n]{a^n}$, com $n \in \mathbb{N}^*$.

14. Transformar os radicais a seguir em potências de expoentes fracionários e, a seguir, simplificar quando possível:

(a) $\sqrt[30]{x^{18}}$, $x \in \mathbb{R}$;

(b) $\sqrt{7}$;

(c) $\sqrt[6]{1024}$.

(d) $\sqrt[4]{2^4\, 3^2\, x^8\, x^3}$, com $x \geq 0$;

(e) $\sqrt[7]{256\, a^8\, b^5\, c^{24}}$;

(f) $\sqrt[3]{432}$.

(g) $\sqrt[3]{2^3 a^6}$;

(h) $\sqrt[4]{256a^3}$, com $a \geq 0$;

(i) $\sqrt[4]{512\, x^6}$;

(j) $\sqrt[3]{6\, a^9 b^8 c^{16}}$;

(k) $\sqrt{27x^2y^5}$, com $y \geq 0$.

15. Simplifique e dê as respostas em forma de radicais:

(a) $256^{-\frac{1}{2}}$;

(b) $(0,111\ldots)^{-0,5}$;

(c) $\left[\left(-\frac{1}{64}\right)^2\right]^{0,0625}$;

(d) $\left[343^{(-3)^2}\right]^{0,\overline{037}}$;

(e) $\left[5^{(-9)^2}\right]^{-3^{-6}}$.

16. Resolva as expressões abaixo:

(a) $4 \cdot (0.5)^4 + \sqrt{0.25} + 8^{-\frac{2}{3}}$;

(b) $-\sqrt[3]{-8} + 16^{-\frac{1}{4}} - (-\frac{1}{2})^{-2} + 8^{-\frac{4}{3}}$.

17. Determine se a afirmação é verdadeira ou falsa. No caso de a afirmação ser falsa, dê um exemplo para justificar.

(a) $\sqrt{64} + \sqrt{36} = \sqrt{100}$;

(b) $\sqrt{a^2+b^2} = a + b,\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(c) $\sqrt[12]{a^4b^5} = \sqrt[3]{ab^5},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(d) $\sqrt[10]{25} = \sqrt{5}$;

(e) $\sqrt[3]{a^3+b^3} = a + b,\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(f) $\sqrt{(a+b)^2} = a + b$, se $a + b \geq 0$;

(g) $\sqrt[4]{\dfrac{x}{16}} = \dfrac{\sqrt[4]{x}}{2}$, se $x \geq 0$;

(h) $\sqrt[5]{a^5 - b} = a - \sqrt[5]{b},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(i) $\sqrt[20]{2^8\, x^{12}} = \sqrt[5]{4x^3},\ \forall\, x \in \mathbb{R}$;

(j) $\sqrt[12]{16} = \sqrt[3]{2}$;

(k) $\sqrt[3]{2a} = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{a},\ \forall\, a \in \mathbb{R}$;

(l) $\sqrt{\frac{x}{49}} = \frac{\sqrt{x}}{7}$, se $x \geq 0$;

(m) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$;

(n) $\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$;

(o) $\sqrt{(-4)\cdot(-9)} = \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9}$;

(p) $\sqrt{(-4)\cdot(-9)} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$.

18. Simplifique as expressões abaixo:

(a) $\sqrt[5]{2}+\sqrt[5]{2^6}-3\sqrt[5]{2^{11}}$;

(b) $\sqrt[6]{3}-\frac{1}{5}\sqrt{75}+\frac{1}{2}\sqrt{48}-4\sqrt{12}+\frac{1}{3}\sqrt{27}$;

(c) $-2\sqrt[3]{25}-0.4\sqrt[3]{625}+\frac{3}{4}\sqrt[3]{320}+\frac{1}{3}\sqrt[3]{675}$;

(d) $\dfrac{2\sqrt[4]{512}}{3}-\dfrac{3\sqrt[4]{1250}}{4}+\dfrac{\sqrt[4]{162}}{2}$.

19. Efetuar as multiplicações e divisões seguintes, simplificando o resultado quando possível. *Observação.* Nos itens onde aparecem variáveis, considere que elas assumem valores de modo que seja possível efetuar as operações indicadas.

(a) $\sqrt[6]{a}\sqrt[6]{b}$;

(b) $\sqrt[3]{144}\div\sqrt[3]{6}$;

(c) $\sqrt[5]{2x}\cdot\sqrt[5]{3x^2}\cdot\sqrt[5]{x}$;

(d) $\left(\sqrt[4]{8a^3}\cdot\sqrt[4]{4a^3}\right)\div\sqrt[4]{2a}$;

(e) $\left(\sqrt{162\cdot 1600}\div\sqrt{12}\right)\div\sqrt{15}$.

20. Reduzir o radicais ao mesmo índice (e que este seja o menor possível):

(a) $\sqrt[6]{a}$, $\sqrt[4]{a^3}$;

(b) $\sqrt[3]{a^2b}$, $\sqrt[15]{2a^4b^3}$;

(c) $\sqrt[12]{4x^2y}$, $\sqrt[10]{x^5}$, $\sqrt[24]{9x^2y^4}$, $\sqrt[18]{12x^4y^3}$;

(d) $\sqrt[3]{a^2}$, $\sqrt[4]{b^3}$, $\sqrt[12]{c^5}$, $\sqrt[6]{d}$;

(e) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[4]{2}$;

(f) $\sqrt{3}$, $\sqrt[8]{a^3b^4}$;

(g) $\sqrt[10]{a^2b^2}$, $\sqrt[3]{ab}$, $\sqrt[15]{a^3b^2}$.

21. Coloque em ordem crescente os números: 1, 2, 3, 4, $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{13}$ e $\sqrt{23}$.

22. Passe os coeficientes (fatores) para dentro dos radicais (observe o item (a)):

(a) $2\sqrt{5}=\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{2^2\cdot 5}=\sqrt{20}$;

(b) $a\sqrt[4]{x}$;

(c) $\dfrac{1}{a}\sqrt[3]{b}$;

(d) $a^3\sqrt[5]{b^2}$;

(e) $\dfrac{a^2}{b^3}\sqrt{\dfrac{b^5}{a^3}}$;

(f) $\dfrac{4}{5}\sqrt[5]{\dfrac{625}{8}}$;

(g) $\sqrt{8\cdot\sqrt[3]{\dfrac{5}{2}}}$;

(h) $2\cdot\sqrt[3]{\dfrac{3}{4}\cdot\sqrt{\dfrac{2}{3}}}$;

(i) $2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2^{-7}}}}$.

23. Racionalize os denominadores das seguintes frações:

(a) $\dfrac{7}{\sqrt[3]{49}}$;

(b) $\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}}}$;

(c) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{ab^2}}$;

(d) $\dfrac{120}{\sqrt{2\sqrt[3]{3}}}$;

(e) $\dfrac{15}{10\sqrt[3]{3}}$;

(f) $\dfrac{-30}{\sqrt[3]{18}}$;

(g) $\dfrac{9\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}$;

(h) $\dfrac{10}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{7}}$;

(i) $\dfrac{2}{2-\sqrt[3]{7}}$.

24. Racionalize os denominadores e efetue as multiplicações nos numeradores:

(a) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{3}+\sqrt[4]{2}}$; **(b)** $\dfrac{12}{\sqrt[4]{10}-\sqrt[4]{4}}$; **(c)** $\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}+1}$; **(d)** $\dfrac{121}{-\sqrt[4]{3}-\sqrt{5}}$;

(e) $\dfrac{3}{\sqrt[4]{5}-\sqrt[4]{2}}$; **(f)** $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{6}}$; **(g)** $\dfrac{-31}{2-\sqrt{5}+\sqrt{2}}$; **(h)** $\dfrac{11}{\sqrt[4]{6}-\sqrt{3}-\sqrt{2}}$;

(i) $\dfrac{1}{\sqrt{6}+2-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; **(j)** $\dfrac{-2}{\sqrt[6]{3}-\sqrt[6]{5}}$; **(k)** $\dfrac{1}{\sqrt[6]{2}+1}$; **(l)** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}-\sqrt[6]{3}}$;

(m) $\dfrac{-21}{\sqrt[6]{4}+\sqrt[3]{5}}$; **(n)** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1}$; **(o)** $\dfrac{14}{\sqrt[3]{25}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}}$; **(p)** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}+\sqrt[6]{2}+1}$;

(q) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[6]{12}+\sqrt[3]{3}}$.

25. Observe os exemplos nos itens (a), (b) e (c) e fatores as expressões dadas:

(a) $5+2\sqrt{6}=3+2\sqrt{6}+2=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$;

(b) $7-4\sqrt{3}=7-2\sqrt{12}=4-2\sqrt{12}+3=(2-\sqrt{3})^2$;

(c) $3-\sqrt{5}=\dfrac{1}{2}(6-2\sqrt{5})=\dfrac{1}{2}(5-2\sqrt{5}+1)=\dfrac{1}{2}(\sqrt{5}-1)^2$;

(d) $8+2\sqrt{15}$; **(e)** $3+2\sqrt{2}$; **(f)** $9-4\sqrt{5}$;

(g) $4-\sqrt{7}$; **(h)** $7+3\sqrt{5}$; **(i)** $8-4\sqrt{3}$.

26. Transforme as expressões abaixo em radicais simples como no item (a) (verifique na calculadora que a igualdade do item (a) realmente é verdadeira):

(a) $\sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$; **(b)** $\sqrt{8-2\sqrt{15}}$; **(c)** $\sqrt{8+2\sqrt{12}}$;

(d) $\sqrt{9-6\sqrt{2}}$; **(e)** $\sqrt{25+10\sqrt{6}}$; **(f)** $\sqrt{9-4\sqrt{5}}$.

Dica. Observe com atenção o exercício anterior.

Lista de exercícios retirada e adaptada de

A. Z. Aranha e M. B. Rodrigues – *Exercícios de Matemática - vol. 1, Revisão de 1º grau.* Segunda edição, Editora Policarpo, São Paulo, 1998.