Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

MTM3100 - Pré-cálculo

3ª lista de exercícios (14/08/2017 a 18/08/2017)

1. Resolva as expressões abaixo:

(a) 2^4; **(b)** 7^3; **(c)** 0^5; **(d)** 1^{13}; **(e)** $(-1)^6$;

(f) $(-1)^7$; **(g)** $(-2)^4$; **(h)** -2^4; **(i)** $(-5)^3$; **(j)** -5^3;

(k) $(-1^3)^4$; **(l)** $(-1^4)^3$; **(m)** $((-1)^4)^3$; **(n)** $((-1)^3)^4$; **(o)** $\left(\frac{1}{2}\right)^5$;

(p) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$; **(q)** $\left(\frac{-5}{2}\right)^2$; **(r)** $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$; **(s)** $\left(\frac{-2}{3}\right)^4$.

2. Usando as propriedades de potenciação, simplificar e dar a resposta na forma de potências de números primos:

(a) $\dfrac{12^5 \cdot 20^3}{30^4}$; **(b)** $\left(\dfrac{-8^4 \cdot 32^2}{2^2 \cdot 4^{10}}\right)^3$; **(c)** $\dfrac{3^0 \cdot 3 \cdot 3^5}{(3^2)^4}$;

(d) -2^6; **(e)** $(-13^5)^2$; **(f)** $(-11^6)^4$;

(g) $(-8^8)^5$; **(h)** $[(-28)^2]^3$; **(i)** $(-16)^{2^3}$;

(j) $(3 \cdot 2^5 \cdot 2^{13})^2$; **(k)** $\left[-\left(\dfrac{3^6 \cdot 6^{3^2} \cdot (4^2)^4}{27^2 \cdot 2}\right)^2\right]^3$.

3. Dizer, em cada caso, se a igualdade é verdadeira ou falsa:

(a) $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2$; **(b)** $(3+4)^2 = 3^2 + 4^2$; **(c)** $2^5 : 2^3 = 2^2$;

(d) $(a-b)^2 = a^2 - b^2$; **(e)** $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = a^2 - b^2$; **(f)** $\dfrac{a^2}{b^2} = a^2 - b^2$;

(g) $\dfrac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$; **(h)** $(a^2)^3 = a^{2^3}$; **(i)** $-2^4 = (-2)^4$.

Observação. Alguns itens acima não fazem sentido para situações particulares das variáveis. Por exemplo, os itens (e), (f) e (g) não estão definidos no caso $b = 0$. Nesses itens, faça a análise da igualdade nos casos em que a expressão faz sentido (por exemplo, em (e), (f) e (g) diga se o item é verdadeiro ou falso já assumindo que $b \neq 0$).

4. Simplificar o quanto for possível, dando as respostas na forma de potências de 10:

(a) 1; **(b)** $0,000001$; **(c)** $(-0,1)^{-3}$;

(d) $-(-1000)^3$; **(e)** $(-100)^4 : (-10)^5$.

5. Efetuar as operações seguintes, dando as respostas em notação científica (isto é, com apenas um algarismo não nulo à esquerda da vírgula):

(a) $1002 \cdot 10^{-1} + 32 \cdot 10^{-5}$; **(b)** $5 \cdot 10^{40} + 9 \cdot 10^{42}$; **(c)** $(0,0809 \cdot 10^{32}) \cdot (0,37 \cdot 10^{45})$.

6. Simplifique e dê as respostas na forma de potências de 2:

(a) $-(-0,5)^{-3}$; **(b)** $0,03125^{-5}$; **(c)** $(-0,25)^{-2} \cdot (-32)^{-3}$.

7. Resolva as expressões abaixo e dê a resposta em forma de fração.

(a) $0,5^3$; **(b)** $0,1^2$; **(c)** $0,12^0$; **(d)** $(-0,0625)^4$.

Observação. Tente resolver por dois métodos: (1) resolver as potências na forma decimal e depois converter para fração e (2) converter a base da potência para fração e depois efetuar a potência.

8. Resolva as expressões abaixo e dê a resposta na forma decimal.

(a) $(0,2)^2$; **(b)** $1,3^2$; **(c)** $-0,42^2$; **(d)** $(-0,15)^2$.

Observação. Tente resolver por dois métodos: (1) resolver as potências na forma decimal e (2) converter a base da potência para fração, efetuar a potência e depois converter para escrita decimal.

9. Simplifique a expressões:

(a) $\dfrac{10 \cdot 0,01 + 0,2 \cdot 10^{-3}}{0,005} - \dfrac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-5}}{0,0005 \cdot 10^{-3}}$;

(b) $\dfrac{3^{2x-1} - 9^x \cdot 5 + 2 \cdot 9^{x-1}}{9^x + 27 \cdot 3^{2x-3} - 2\left(3^{x-1}\right)^2}$;

(c) $\dfrac{32^{\frac{x}{15}+\frac{3}{5}} + 3 \cdot \left(\dfrac{1}{8}\right)^{-\frac{x}{9}-\frac{2}{3}} - 9 \cdot 4^{\frac{x}{6}+\frac{1}{2}}}{2^{\frac{x}{3}+4} + 9 \cdot \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-\frac{x}{3}-1} - 2^{\frac{x}{3}+5}}$.

10. Resolva as expressões abaixo:

(a) $|5|$; **(b)** $|0|$; **(c)** $\left|-\dfrac{1}{2}\right|$;

(d) $|7-5|$; **(e)** $|5-7|$; **(f)** $|a-1|$, com $a \geq 1$;

(g) $|a-1|$, com $a \leq 1$; **(h)** $|a-1|$, com $a > 3$; **(i)** $|a-1|$, com $a < -2$.

11. Resolva as expressões abaixo, indicando as que não estão definidas em $\mathbb{R}$:

(a) $\sqrt[3]{8}$; **(b)** $\sqrt[3]{-27}$; **(c)** $\sqrt[3]{0}$; **(d)** $\sqrt[7]{-128}$; **(e)** $\sqrt{-9}$; **(f)** $\sqrt[4]{625}$.

(g) $\sqrt[3]{125}$; **(h)** $\sqrt{36}$; **(i)** $\sqrt[5]{-1}$; **(j)** $\sqrt[4]{-81}$; **(k)** $\sqrt[7]{0}$; **(l)** $\sqrt[6]{0}$;

(m) $\sqrt{144}$; **(n)** $\sqrt[12]{1}$; **(o)** $\sqrt[8]{-1}$; **(p)** $\sqrt[7]{1}$; **(q)** $\sqrt[15]{-1}$; **(r)** $\sqrt{-121}$.

12. Simplifique as expressões abaixo, indicando as que não estão definidas em $\mathbb{R}$:

(a) $\sqrt{(-7)^2}$;

(b) $\sqrt{-3^2}$;

(c) $\sqrt[3]{(-2)^3}$;

(d) $\sqrt[4]{(-3)^4}$;

(e) $\sqrt[3]{7^{12}}$;

(f) $\sqrt[p]{a^{n\cdot p}}$, com $a \in \mathbb{R}$ e $n, p \in \mathbb{N}$;

(g) $\sqrt[3]{2^3 \cdot 2 \cdot 3^{12}}$;

(h) $\sqrt[10]{25a^6}$, com $a \in \mathbb{R}$;

(i) $\sqrt{72x^5y^4}$, com $x, y \in \mathbb{R}$ e $x \geq 0$;

(j) $\sqrt[6]{(\sqrt{8}-3)^6}$;

(k) $\sqrt{a^2}$;

(l) $\sqrt[4]{(x-y)^4}$;

(m) $\left(\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[3]{2^{20}}}}\right)^5$.

13. Transformar os radicais a seguir em potências de expoentes fracionários e, a seguir, simplificar quando possível (seguir exemplo do item (a)):

(a) $\sqrt[12]{5^8} = 5^{\frac{8}{12}} = 5^{\frac{2}{3}}$;

(b) $\sqrt[3]{11^{21}}$;

(c) $\sqrt[n]{6}$, $n \in \mathbb{N}^*$;

(d) $\sqrt{a^2\, a\, b^6\, b\, c^4}$, com $a \geq 0$ e $b \geq 0$;

(e) $\sqrt[7]{x^{16}}$;

(f) $\sqrt[6]{64\, a^8\, b^{16}}$;

(g) $\sqrt[3]{a^3b^2}$;

(h) $\sqrt[5]{2^{15}a^2}$;

(i) $\sqrt{32a^5b}$, com $a \geq 0$ e $b \geq 0$;

(j) $\sqrt[4]{1250\, x^{10}}$;

(k) $\sqrt{32}$;

(l) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$.

14. Simplifique e dê as respostas em forma de radicais (seguir o exemplo do item (a)):

(a) $16^{\frac{1}{8}} = (2^4)^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{4}{8}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$;

(b) $-49^{\frac{1}{2}}$;

(c) $(-6)^{0,5}$;

(d) $-27^{-\frac{1}{3}}$;

(e) $\left(\dfrac{1}{625}\right)^{-4^{-1}}$.

15. Determine se a afirmação é verdadeira ou falsa. No caso de a afirmação ser falsa, dê um exemplo para justificar.

(a) $\sqrt[3]{a+b} = \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(b) $\sqrt[4]{a \cdot b} = \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{b},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}_+$;

(c) $\sqrt[4]{a \cdot b} = \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{b},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(d) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}_+^*$;

(e) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a}{b}},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(f) $\sqrt[5]{a} - \sqrt[5]{b} = \sqrt[5]{a-b},\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(g) $\sqrt[6]{x^3 \cdot y} = \sqrt{x \cdot y},\ \forall\, x, y \in \mathbb{R}$;

(h) $\sqrt{(a-b)^2} = a - b,\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$;

(i) $\sqrt{(a-b)^2} = a - b,$ se $a > b$;

(j) $\sqrt[3]{(a-b)^3} = a - b,\ \forall\, a, b \in \mathbb{R}$.

16. Simplifique as expressões abaixo efetuando somas de radicais:

(a) $\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{2}-7\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2}$;

(b) $\sqrt[5]{4}+10\sqrt[5]{8}-4\sqrt[5]{16}-\sqrt[5]{2^2}+5\sqrt[5]{2^4}-9\sqrt[5]{2^3}$;

(c) $4\sqrt{7}-\left[9\sqrt{5}-\left(2\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)\right]-\left[8\sqrt{5}-\left(6\sqrt{5}-\sqrt{7}\right)\right]$;

(d) $\frac{1}{6}\sqrt[3]{3}-\frac{1}{4}\sqrt[3]{3}+\sqrt{3}-\frac{2}{3}\sqrt[3]{3}-\frac{1}{2}\sqrt[4]{9}$.

17. Simplifique sempre que possível:

(a) $\sqrt[15]{x^2}\cdot\sqrt[10]{x^3}$;

(b) $\sqrt[4]{a}\div\sqrt[12]{a}$;

(c) $\dfrac{\sqrt[24]{8x^2y^5}}{\sqrt[16]{4xy^2}}$;

(d) $\dfrac{\sqrt[15]{m^2}\cdot\sqrt[20]{m^{17}}}{\sqrt[30]{m^{11}}}$;

(e) $\left(9\sqrt[8]{32a^4b^2c}\cdot 6\sqrt[12]{8a^4b^5c^3}\right)\div\left(27\sqrt[6]{16a^5b^3c^2}\right)$;

(f) $\dfrac{\dfrac{3xy}{4a}\cdot\sqrt[3]{\dfrac{2a^2}{9xy^2}}}{\dfrac{9x}{2a}\cdot\sqrt[4]{\dfrac{3x^2}{8ay}}}$.

18. Simplifique sempre que possível:

(a) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{2}}$;

(b) $\left(\sqrt[6]{a}\right)^{13}$;

(c) $\sqrt{\sqrt[3]{5^8}}$;

(d) $\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[5]{1024}}}$;

(e) $\left(16\sqrt[4]{8}\right)^2$;

(f) $\left(2\sqrt{x}\right)^3$;

(g) $\left(\sqrt[3]{\frac{\sqrt[6]{5^{10}}}{\sqrt[3]{5^2}}}\right)^4$;

(h) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[7]{8x^3}}\right)^{14}$.

19. Racionalize os denominadores das seguintes frações:

(a) $\dfrac{1}{\sqrt[7]{2^3}}$;

(b) $\dfrac{10}{\sqrt[4]{5}}$;

(c) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$;

(d) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$;

(e) $\dfrac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$;

(f) $\dfrac{-1}{\sqrt{3}-2}$;

(g) $\dfrac{\sqrt{2}-3}{1-\sqrt{2}}$;

(h) $\dfrac{2}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{3}}$;

(i) $\dfrac{1}{1+\sqrt[3]{2}}$.

20. Racionalize os **numeradores** das seguintes frações:

(a) $\dfrac{\sqrt[7]{2^3}}{5}$;

(b) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$;

(c) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{9}$;

(d) $\dfrac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}$;

(e) $\dfrac{\sqrt{4+h}-2}{h}$;

(f) $\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3}}{3x-3}$.

Comentário. Você deve estar achando estranho um exercício para racionalizar o numerador. Por acaso você já se perguntou por que racionalizamos o denominador de uma fração? Por que não podemos deixar raízes no denominador? De fato, não há nenhum mal em deixar raízes no denominador. O importante na racionalização é o processo utilizado e saber que uma mesma fração pode ser reescrita de diversas outras formas. Nas disciplinas de cálculo você verá a necessidade de conhecer métodos para reescrever frações removendo raízes do numerador ou do denominador, conforme a situação exigir.

Lista de exercícios retirada e adaptada de

A. Z. Aranha e M. B. Rodrigues – *Exercícios de Matemática - vol. 1, Revisão de 1º grau.* Segunda edição, Editora Policarpo, São Paulo, 1998.