



MTM3100 - Pré-cálculo

5ª lista de exercícios (28/08/2017 a 06/09/2017)

1. Em cada item, encontre o mínimo múltiplo comum das expressões:

(a)  $a^3b^2c$ ;  $a^2b^3d$ ;  $a^2b^4f$ ;

(b)  $108x^2y^3z$ ;  $72x^3y$ ;

(c)  $2x(x+y)^2$ ;  $4x^2(x+y)(x-y)$ ;  $6y(x+y)(x^2-xy+y^2)$ ;

(d)  $x^2 - y^2$ ;  $y^2 - x^2$ ;  $x^2 + 2xy + y^2$ ;  $x - y$ .

2. Em cada item, reescreva as frações com o menor denominador comum:

(a)  $\frac{3b}{2a^2}$ ;  $\frac{2a}{3b^2}$ ;  $\frac{3}{4ab}$ ;

(b)  $\frac{a-b}{(a+b)^2}$ ;  $\frac{b+c}{a^2-b^2}$ ;  $\frac{a-b}{(a+b)(b+c)}$ ;

(c)  $\frac{ab}{a^2-b^2}$ ;  $\frac{a-b}{a^2+ab}$ ;  $\frac{a+b}{ab-b^2}$ .

3. Simplifique as frações:

(a)  $\frac{2x(a-b)}{4xy(a+b)}$ ;

(b)  $\frac{x^2-xy}{xy-y^2}$ ;

(c)  $\frac{4x^2-6x}{4x^2-9}$ ;

(d)  $\frac{x^2-3x-10}{x^2+4x+4}$ .

4. Efetue as multiplicações e, se possível, simplifique o resultado:

(a)  $\frac{3x-2}{5x+3} \cdot \frac{4x-1}{3x+2}$ ;

(b)  $\frac{(x-y)^2}{x+y} \cdot \frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}$ ;

(c)  $\frac{9x^2-1}{2x+4} \cdot \frac{6x+12}{15x+5}$ .

5. Efetue as divisões e, se possível, simplifique o resultado:

(a)  $\frac{\frac{2x}{3y}}{\frac{3y^2}{4x^3}}$ ;

(b)  $\frac{\frac{x^3-4x}{x^3-27}}{\frac{2x^2-2x-12}{2x^2-12x+18}}$ .

6. Escreva as expressões abaixo na forma de uma única fração, seguindo o exemplo do item (a):

(a)  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{x^2-1} = \frac{(x+1)^2-1}{x^2-1} = \frac{x^2+2x}{x^2-1}$ ;

(b)  $-\frac{4xy}{x^2-y^2} - \frac{x-y}{x+y} - \frac{x+y}{x-y}$ ;

(c)  $\frac{a-3}{a+4} - \frac{a-5}{3-a} - \frac{a^2-9a-3}{a^2+a-12}$ ;

(d)  $\frac{2x-1}{3x} + \frac{1-2x}{2x} - \frac{x-1}{4x}$ ;

(e)  $2x - \frac{8x}{x+2}$ ;

(f)  $\frac{x}{x-1} + \frac{x+2}{x-2}$ .

7. Simplifique a expressão abaixo sob a forma de uma única fração:

$$\left( \frac{x^2 \left( \frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} \right)}{\left( \frac{1+x}{1-x} - 1 \right) \left( 1 - \frac{1}{1+x} \right)} - 2 \right) \cdot (x+1).$$

8. Efetue as divisões de polinômios (encontrando quociente e resto) e escreva as duas identidades associadas à divisão, conforme exemplo no item (a):

(a)  $(2x^2 - 5x + 7) \div (x - 4)$ ;

Quociente:  $2x + 3$ ; Resto: 19;

Identidade (forma 1):  $2x^2 - 5x + 7 = (x - 4)(2x + 3) + 19$ ;

Identidade (forma 2):  $\frac{2x^2 - 5x + 7}{x - 4} = 2x + 3 + \frac{19}{x - 4}$ .

(b)  $(x^3 - x^2 + x + 1) \div (x - 1)$ ;

(c)  $(x^3 - x^2 + x + 1) \div (x^2 - 1)$ ;

(d)  $(x^3 - 3) \div (x^4 + 5x + 7)$ ;

(e)  $(-3x^2 - 14x + 17) \div (x^2 - 3)$ ;

(f)  $(x^6 - 1) \div (x - 1)$ .

9. Existe uma forma “prática” para calcular a divisão entre polinômios no caso em que o divisor é da forma  $x - a$ , em que  $a$  é um número. Este processo se chama *Algoritmo de Briot-Ruffini* (ou *Dispositivo de Briot-Ruffini*). Pesquise sobre esse processo e utilize-o para efetuar as divisões abaixo:

(a)  $(x^3 - x + 3) \div (x - 2)$ ;

(b)  $(x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$ ;

(c)  $(x^5 + x^2 + 1) \div (x + 3)$ .

10. Analise o sinal dos polinômios de primeiro grau abaixo, seguindo o modelo do item (a):

(a)  $2x - 4$ ;

• Se  $x > 2$ , então  $2x - 4 > 0$  (isto é,  $2x - 4$  é um número positivo quando  $x$  é um número maior que 2).

• Se  $x = 2$ , então  $2x - 4 = 0$ .

• Se  $x < 2$ , então  $2x - 4 < 0$  (isto é,  $2x - 4$  é um número negativo quando  $x$  é um número menor que 2).

(b)  $3x + 6$ ;

(c)  $-x + 4$ ;

(d)  $2x + 3$ ;

(e)  $2x - 3$ ;

(f)  $6 - 3x$ ;

(g)  $\frac{3}{5}x - \frac{2}{7}$ .

11. Analise o sinal dos polinômios de segundo grau abaixo, seguindo o modelo do item (a):

(a)  $x^2 - 5x + 6$ ;

- Se  $x \in (-\infty, 2) \cup (3, \infty)$ , então  $x^2 - 5x + 6 > 0$  (isto é,  $x^2 - 5x + 6$  é um número positivo quando  $x$  é um número menor que 2 ou é um número maior que 3).
- Se  $x = 2$  ou  $x = 3$ , então  $x^2 - 5x + 6 = 0$ .
- Se  $x \in (2, 3)$ , então  $x^2 - 5x + 6 < 0$  (isto é,  $x^2 - 5x + 6$  é um número negativo quando  $x$  é um número maior que 2 e menor que 3).

(b)  $x^2 - 6x + 5$ ;

(c)  $x^2 - 4$ ;

(d)  $x^2 + 5x + 6$ ;

(e)  $-x^2 + 6x - 5$ ;

(f)  $-x^2 - 5x + 14$ ;

(g)  $x^2 - x$ ;

(h)  $x^2 - 2x + 1$ ;

(i)  $x^2 - 3$ ;

(j)  $x^2$ ;

(k)  $2x^2 - 5x + 2$ ;

(l)  $x^2 + x + 3$ ;

(m)  $-x^2 + x - 3$ .

Lista de exercícios parcialmente retirada e adaptada de

A. Z. Aranha e M. B. Rodrigues – *Exercícios de Matemática - vol. 1, Revisão de 1º grau*. Segunda edição, Editora Policarpo, São Paulo, 1998.