Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

MTM3100 - Pré-cálculo

Gabarito parcial da 6ª lista de exercícios

1. **(a)** sim; **(b)** não; **(c)**

2. **(a)** sim; **(b)** **(c)** não; **(d)**

3.
(a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 - 3x + 7 = 4\}$.
(b) $S = \{x \in \mathbb{N} \mid x^5 + \sqrt{x} = 3x^2\}$;
(c)
(d)
(e) $S = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x - 3 = 0\}$;
(f) $S = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x - 3 = 0\}$;
(g) $S = \{x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \mid x^3 - 2x = 0\}$.

4.
(d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x - 3 = 0\} = \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. O enunciado seria *Resolva em* $\mathbb{R}$ *a equação* $2x - 3 = 0$.
(e)
(f) $S = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x - 3 = 0\} = \emptyset$. O enunciado seria *Resolva em* $\mathbb{Z}$ *a equação* $2x - 3 = 0$.

5.
(a) $R = \dfrac{PV}{nT}$;
(b) $m = \dfrac{Fr^2}{GM}$;
(c)
(d) $R_1 = \dfrac{RR_2}{R_2 - R}$;
(e)
(f) $x = \dfrac{a}{6} - \dfrac{b}{3} + c - 1 = \dfrac{a - 2b + 6c - 6}{6}$.

6.
(a) $x \in [0, \infty)$;
(b) $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$;
(c) $x \in \mathbb{R}$;
(d) $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1, 2\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)$;
(e) $x \in \mathbb{R}_+ - \{1, 2\} = [0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, \infty)$;
(f) $x \in \mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$;
(g) $x \in \mathbb{R}$.

7. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa. Justifique.

(a) V.

(b) F.

(c) F.

(d) V.

(e) V.

(f) V.

(g) F.

8. **(a)** De $2x - 4 = 0$ para $2x = 4$;

É uma equivalência, pois é possível obter qualquer uma das equações a partir da outra. Neste caso, usamos a notação

$$2x - 4 \quad \Longleftrightarrow \quad 2x = 4.$$

(b) De $2x = 4$ para $4x^2 = 16$;

É uma implicação (da esquerda para a direita), pois a equação $2x = 4$ ser verdadeira obriga que $4x^2 = 16$ também seja verdadeira, mas o oposto não ocorre. Por exemplo, a equação $4x^2 = 16$ possui $x = -2$ como solução, que não é solução de $2x = 4$. Neste caso, usamos a notação

$$2x = 4 \quad \Longrightarrow \quad 4x^2 = 16.$$

Observação. Note que essas equações não são equivalentes no universo $\mathbb{R}$, mas seriam equivalentes, por exemplo, em $\mathbb{R}_+$.

(c) $\sqrt{x^2} = 4 \quad \Longleftarrow \quad x = 4$;

(d) $\dfrac{3x-3}{x-1} = x + 2 \quad \Longrightarrow \quad 3 = x + 2$;

(e) $\dfrac{3x-3}{x-1} = x + 2 \quad \Longleftrightarrow \quad 3 = x + 2$ e $x \neq 1$.

9. **(a)** $x = 12$ (ou se preferir na forma de conjunto solução, $S = \{12\}$);

(b) $x = \dfrac{7}{5}$;

(c)

(d) $x = 6$;

(e) $w = -3$;

(f)

(g) $y = 12$;

(h) $z = -70$;

(i)

(j) Não possui solução (ou se preferir na forma de conjunto solução, $S = \emptyset$);

(k) Não possui solução;

(l) Todo número real é solução (ou se preferir na forma de conjunto solução, $S = \mathbb{R}$);

(m) $S = \mathbb{R} - \{1\} = (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$.

10. **(a)** $x^2+x-12=0 \iff (x-3)(x+4)=0 \iff x-3=0$ ou $x+4=0 \iff x=3$ ou $x=-4$.
Observação. Há várias formas de se dar a resposta para um problema do tipo "resolva a equação". Neste item, por exemplo, todas as opções abaixo estão corretas.

(i) $x=3$ ou $x=-4$.
(ii) As soluções são 3 e -4.
(iii) $S=\{-4,3\}$.
(iv) $x\in\{-4,3\}$.

Por outro lado, dizer que "$x=3$ e $x=-4$" está incorreto. Esta expressão significa o conjunto vazio (pois não é possível ambas serem verdadeiras ao mesmo tempo). Você consegue justificar por que usar "e" no lugar de "ou" no item (i) está incorreto e usar "e" no item (ii) está correto?

(b) $S=\{-4,1\}$;

(c)

(d)

(e) $S=\left\{-\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{2}\right\}$.

11. **(a)** $(x+2)^2=4 \iff x+2=2$ ou $x+2=-2 \iff x=0$ ou $x=-4$;

(b) $S=\left\{\dfrac{-2-\sqrt{10}}{3},\dfrac{-2+\sqrt{10}}{3}\right\}$;

(c) $S=\left\{\dfrac{1}{2}-\sqrt{2},\dfrac{1}{2}+\sqrt{2}\right\}$;

(d) $x^2+2x-5=0 \iff (x+1)^2=6 \iff x+1=\sqrt{6}$ ou $x+1=-\sqrt{6} \iff x=\sqrt{6}-1$ ou $x=-\sqrt{6}-1$;

(e) $S=\{2-\sqrt{2},2+\sqrt{2}\}$;

(f) $S=\{3-2\sqrt{5},3+2\sqrt{5}\}$.

12.
(a) $x^2-2x-15=0 \iff x=\dfrac{2-\sqrt{64}}{2}$ ou $x=\dfrac{2+\sqrt{64}}{2} \iff x=-3$ ou $x=5$;

(b) $S=\{-6,1\}$;

(c)

(d)

(e) $S=\left\{-\dfrac{3}{2},1\right\}$;

(f)

(g) $S=\left\{-1-\dfrac{2\sqrt{6}}{3},-1+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\right\}$;

(h) $S=\left\{\dfrac{3}{4}\right\}$.

13. **(a)** Duas soluções. **(b)** Nenhuma solução.

(c) Uma solução.

14. **(a)** $S = \left\{-\dfrac{7}{5}, 2\right\}$; **(b)** $S = \left\{-\dfrac{3}{2}, 5\right\}$;

(c) $S = \{-50, 100\}$.

15. $m = 2\sqrt{2}$.

16. **(a)** $x^2 + x - 6 = 0$; **(b)** $4x^2 + 4x - 3 = 0$.

17. $12\,cm$.

18. **(a)** 01/01/2019.

(b) Em meados de agosto de 2020 (aproximadamente dia 12).

19. 50 unidades.

20.

21. $58\,m$ e $50\,m$.

22. 14,4 m.