# Universidade Federal de Santa Catarina
# Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
# Departamento de Matemática

## MTM3100 - Pré-cálculo

### 6ª lista de exercícios (11/09/2017 a 15/09/2017)

**1.** Em cada item, verifique se o valor fornecido é uma solução da equação $1-(2-(3-x)) = 4x-(6+x)$:

**(a)** $x = 2$; **(b)** $x = 4$; **(c)** $x = -1$.

**2.** Em cada item, verifique se o valor fornecido é uma solução da equação $\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x-4} = 1$:

**(a)** $x = 2$; **(b)** $x = 4$; **(c)** $x = 0$; **(d)** $x = -5$.

**3.** Em cada item, escreva (sem resolver) o conjunto solução associado ao que se pede, conforme exemplo no item (a):

**(a)** Soluções reais da equação $x^3 - 3x + 7 = 4$;
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 - 3x + 7 = 4\}$.

**(b)** Soluções naturais da equação $x^5 + \sqrt{x} = 3x^2$;

**(c)** Soluções racionais da equação $x^2 + x^4 = -x$;

**(d)** Soluções reais da equação $2x - 3 = 0$;

**(e)** Soluções racionais da equação $2x - 3 = 0$;

**(f)** Soluções inteiras da equação $2x - 3 = 0$;

**(g)** Soluções irracionais da equação $x^3 - 2x = 0$.

**4.** Explicite os conjuntos soluções dos itens (d), (e) e (f) do exercício anterior. Como seria o enunciado dos exercícios que teriam essas respostas?

**5.** Nas fórmulas abaixo, resolva para a variável indicada:

**(a)** $PV = nRT$ para $R$;

**(b)** $F = G\dfrac{mM}{r^2}$ para $m$;

**(c)** $P = 2l + 2w$ para $w$;

**(d)** $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$ para $R_1$;

**(e)** $\dfrac{ax+b}{cx+d} = 2$ para $x$;

**(f)** $a - 2(b - 3(c - x)) = 6$ para $x$.

**6.** Em cada uma das equações abaixo, determine o maior subconjunto de $\mathbb{R}$ sobre o qual a equação faz sentido, conforme exemplos (a), (b) e (c):

**(a)** $\sqrt{x} = x^2 - 1$;

$x \in [0, \infty)$;

**(b)** $\dfrac{x}{x-1} = \dfrac{x^2-1}{x+1}$;

$x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$;

**(c)** $\dfrac{x+3}{7} = x^2 - x + 18$;

$x \in \mathbb{R}$;

**(d)** $\dfrac{x+1}{x-1} + \dfrac{2x-3}{2x-4} = \dfrac{1}{x^2-1}$;

**(e)** $\sqrt{x} - \dfrac{x+1}{x-1} + \dfrac{2x-3}{2x-4} = \dfrac{1}{x^2-1}$;

**(f)** $\dfrac{x}{x} = x^2 - 3$;

**(g)** $\dfrac{x^2}{x^2+1} = x^2 + x^4$.

**7.** Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa. Justifique.

**(a)** Adicionar o mesmo número a cada lado de uma equação sempre conduz a uma equação equivalente.

**(b)** Multiplicar cada lado de uma equação por um mesmo número sempre conduz a uma equação equivalente.

**(c)** Elevar ao quadrado ambos os lados de uma equação sempre conduz a uma equação equivalente.

**(d)** Elevar ao cubo ambos os lados de uma equação sempre conduz a uma equação equivalente.

**(e)** Assumindo que ambos os lados de uma equação são números não negativos, extrair a raiz quadrada de ambos os lados da equação sempre conduz a uma equação equivalente.

**(f)** Extrair a raiz cúbica em ambos os lados de uma equação sempre conduz a uma equação equivalente.

**(g)** Aplicar módulo a ambos os lados de uma equação sempre conduz a uma equação equivalente.

**8.** Em cada item, diga se a passagem efetuada é uma implicação ou uma equivalência (considerando $\mathbb{R}$ como universo de solução), conforme exemplos nos itens (a) e (b):

**(a)** De $2x - 4 = 0$ para $2x = 4$;

É uma equivalência, pois é possível obter qualquer uma das equações a partir da outra. Neste caso, usamos a notação

$$2x - 4 \iff 2x = 4.$$

**(b)** De $2x = 4$ para $4x^2 = 16$;

É uma implicação (da esquerda para a direita), pois a equação $2x = 4$ ser verdadeira obriga que $4x^2 = 16$ também seja verdadeira, mas o oposto não ocorre. Por exemplo, a equação $4x^2 = 16$ possui $x = -2$ como solução, que não é solução de $2x = 4$. Neste caso, usamos a notação

$$2x = 4 \implies 4x^2 = 16.$$

*Observação.* Note que essas equações não são equivalentes no universo $\mathbb{R}$, mas seriam equivalentes, por exemplo, em $\mathbb{R}_+$.

**(c)** De $\sqrt{x^2} = 4$ para $x = 4$;

**(d)** De $\dfrac{3x-3}{x-1} = x+2$ para $3 = x+2$;

**(e)** De $\dfrac{3x-3}{x-1} = x+2$ para $3 = x+2$ e $x \neq 1$.

**9.** Resolva as equações abaixo (todas são equivalentes a uma equação de primeiro grau):

**(a)** $2x + 7 = 31$;

**(b)** $5x - 3 = 4$;

**(c)** $\dfrac{1}{2}x - 8 = 1$;

**(d)** $3 + \dfrac{1}{3}x = 5$;

**(e)** $-7w = 15 - 2w$;

**(f)** $5t - 13 = 12 - 5t$;

**(g)** $\dfrac{1}{2}y - 2 = \dfrac{1}{3}y$;

**(h)** $\dfrac{z}{5} = \dfrac{3}{10}z + 7$;

**(i)** $\sqrt{3}x + \sqrt{12} = \dfrac{x+5}{\sqrt{3}}$;

**(j)** $\dfrac{3x-3}{x-1} = x+2$;

**(k)** $2x - 3(x-4) = -x + 6$;

**(l)** $2x - 3(x-4) = -x + 12$;

**(m)** $\dfrac{(x+2)(x-1)}{x-1} = x+2$.

**10.** Resolva as equações abaixo utilizando propriedades de fatoração (todas são equivalentes a uma equação de segundo grau):

**(a)** $x^2 + x - 12 = 0$;

**(b)** $x^2 + 3x - 4 = 0$;

**(c)** $x^2 - 7x + 12 = 0$;

**(d)** $x^2 + 8x + 12 = 0$;

**(e)** $4x^2 - 4x - 15 = 0$.

**11.** Resolva as equações abaixo completando o quadrado (todas são equivalentes a uma equação de segundo grau):

**(a)** $(x+2)^2 = 4$;

**(b)** $(3x+2)^2 = 10$;

**(c)** $(2x-1)^2 = 8$;

**(d)** $x^2 + 2x - 5 = 0$;

**(e)** $x^2 - 4x + 2 = 0$;

**(f)** $x^2 - 6x - 11 = 0$.

**12.** Resolva as equações abaixo utilizando a fórmula de Bhaskara (todas são equivalentes a uma equação de segundo grau):

**(a)** $x^2 - 2x - 15 = 0$;

**(b)** $x^2 + 5x - 6 = 0$;

**(c)** $x^2 - 7x + 10 = 0$;

**(d)** $x^2 + 30x + 200 = 0$;

**(e)** $2x^2 + x - 3 = 0$;

**(f)** $3x^2 + 7x + 4 = 0$;

**(g)** $3x^2 + 6x - 5 = 0$;

**(h)** $z^2 - \dfrac{3}{2}z + \dfrac{9}{16} = 0$.

**13.** Apenas analisando o discriminante, diga quantas soluções (reais) cada equação abaixo possui:

**(a)** $x^2 - 6x + 1 = 0$;

**(b)** $3x^2 = 6x - 9$;

**(c)** $x^2 + 2,2x + 1,21 = 0$;

**14.** Resolva as equações abaixo:

**(a)** $\dfrac{1}{x-1} + \dfrac{1}{x+2} = \dfrac{5}{4}$;

**(b)** $\dfrac{10}{x} - \dfrac{12}{x-3} + 4 = 0$;

**(c)** $\dfrac{x^2}{x+100} = 50$.

**15.** As raízes da equação $2x^2 - 2mx + 3 = 0$ são positivas e uma é o triplo da outra. Determine $m$.

**16.** Obtenha uma equação de segundo grau cujas raízes são:

**(a)** 2 e $-3$;

**(b)** $\dfrac{1}{2}$ e $-\dfrac{3}{2}$.

**17.** Se $F$ é a distância focal de uma lente convexa e um objeto é colocado a uma distância $x$ da lente, então sua imagem estará a uma distância $y$ da lente, em que $F$, $x$ e $y$ estão relacionados pela equação

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

Suponha que a distância focal da lente seja $4,8\,cm$ e que a imagem de um objeto está $4\,cm$ mais próxima da lente do que o próprio objeto. Qual é a distância do objeto à lente?

**18.** A população de peixes em um certo lago é dada pela fórmula

$$F = 1000(30 + 17t - t^2),$$

em que $F$ é o número de peixes e $t$ é o número de anos a partir de 01/01/2002.

**(a)** Em qual data a população de peixes será a mesma de 01/01/2002?

**(b)** A partir de que data todos os peixes do lago estarão mortos?

**19.** Um empresário encontrou uma fórmula para calcular seu lucro ao vender $x$ unidades do seu produto. A fórmula é dada por $P = \dfrac{1}{10}x(300 - x)$, em que $P$ representa o lucro; a fórmula só é válida para $0 \leq x \leq 200$. Qual deve ser a quantidade de unidades vendidas para que o lucro seja R\$ 1.250,00?

**20.** Uma companhia de aluguel de carros cobra R\$ 30,00 por dia alugado e mais R\$ 0,15 para cada quilômetro percorrido. Eliane alugou um carro por dois dias e sua conta foi R\$ 108,00. Quantos quilômetros Eliane percorreu?

**21.** A diferença entre as dimensões de um terreno retangular é $8\,m$. Sabendo que a área é $2900\,m^2$, determine as dimensões do terreno.

**22.** Uma pessoa com $1{,}8\,m$ de altura deseja encontrar a altura de um edifício. Ela mediu o comprimento de sua sombra e da sombra do edifício ao mesmo tempo e obteve $1{,}05\,m$ e $8{,}4\,m$, respectivamente. Qual é a altura do prédio?

Lista de exercícios parcialmente retirada e adaptada de

J. Stewart, L. Redlin, S. Watson – *Precalculus, Mathematics for Calculus.* 6ª ed., Brooks/Cole Cengage Learning, Belmont, 2014.