Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

MTM3100 - Pré-cálculo

8ª lista de exercícios (25/09/2017 a 29/09/2017)

1. Em cada um dos itens abaixo, verifique quais elementos do conjunto $A = \left\{-2, -1, 0, \frac{1}{2}, 1, \sqrt{2}, 2, 4\right\}$ são soluções das inequações:

(a) $3 - 2x \leq \frac{1}{2}$;

(b) $2x - 1 \geq x$.

2. Em cada item, escreva (sem resolver) o conjunto solução associado ao que se pede, conforme exemplo no item (a):

(a) Soluções reais da inequação $x^3 - 3x + 7 > 4$;
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x^3 - 3x + 7 > 4\}$.

(b) Soluções naturais da inequação $x^5 + \sqrt{x} \leq 3x^2$;

(c) Soluções reais da inequação $2x - 4 > 0$;

(d) Soluções naturais da inequação $2x - 4 > 0$;

(e) Soluções inteiras da inequação $2x - 4 > 0$.

3. Explicite os conjuntos soluções dos itens (c), (d) e (e) do exercício anterior.

4. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa. Justifique.

(a) Se uma desigualdade é verdadeira, então adicionar o mesmo número a ambos os lados da desigualdade sempre conduz a uma desigualdade verdadeira.

(b) Se uma desigualdade é verdadeira, então multiplicar cada lado da desigualdade por um mesmo número sempre conduz a uma desigualdade verdadeira.

(c) Se uma desigualdade é verdadeira, então multiplicar cada lado da desigualdade por um mesmo número positivo sempre conduz a uma desigualdade verdadeira.

(d) Se uma desigualdade é verdadeira, então multiplicar cada lado da desigualdade por um mesmo número negativo e inverter o sentido da desigualdade do resultado sempre conduz a uma desigualdade verdadeira.

(e) Se uma desigualdade é verdadeira, então elevar ao quadrado ambos os lados da desigualdade sempre conduz a uma desigualdade verdadeira.

(f) Se uma desigualdade é verdadeira e ambos os lados são números não negativos, então elevar ao quadrado ambos os lados sempre conduz a uma desigualdade verdadeira.

(g) Se uma desigualdade é verdadeira, então elevar ao cubo ambos os lados da desigualdade sempre conduz a uma desigualdade verdadeira.

(h) Se uma desigualdade é verdadeira e ambos os lados são números não negativos, então extrair a raiz quadrada de ambos os lados sempre conduz a uma desigualdade verdadeira.

(i) Se uma desigualdade é verdadeira, então extrair a raiz cúbica em ambos os lados da desigualdade sempre conduz a uma desigualdade verdadeira.

(j) Se uma desigualdade é verdadeira, então aplicar módulo em ambos os lados da desigualdade sempre conduz a uma desigualdade verdadeira.

(k) Se uma desigualdade é verdadeira, então inverter os dois lados da desigualdade sempre conduz a uma desigualdade verdadeira (isto é, se $a < b$, então $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$).

(l) Se uma desigualdade é verdadeira e ambos os lados são números positivos, então inverter os dois lados e inverter o sentido da desigualdade do resultado sempre conduz a uma desigualdade verdadeira (isto é, se $a < b$ e a e b são positivos, então $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$).

5. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa. Justifique.

(a) Adicionar o mesmo número a cada lado de uma inequação sempre conduz a uma inequação equivalente.

(b) Multiplicar cada lado de uma inequação por um mesmo número sempre conduz a uma inequação equivalente.

(c) Multiplicar cada lado de uma inequação por um mesmo número positivo sempre conduz a uma inequação equivalente.

(d) Multiplicar cada lado de uma inequação por um mesmo número negativo e inverter o sentido da desigualdade do resultado sempre conduz a uma inequação equivalente.

(e) Elevar ao quadrado ambos os lados de uma inequação sempre conduz a uma inequação equivalente.

(f) Elevar ao cubo ambos os lados de uma inequação sempre conduz a uma inequação equivalente.

(g) Assumindo que ambos os lados de uma inequação são números não negativos, extrair a raiz quadrada de ambos os lados da inequação sempre conduz a uma inequação equivalente.

(h) Extrair a raiz cúbica em ambos os lados de uma inequação sempre conduz a uma inequação equivalente.

6. Resolva em $\mathbb{R}$ as inequações abaixo:

(a) $2x \leq 7$;

(b) $3x + 11 < 5$;

(c) $2x + 1 < 0$;

(d) $6 - x \geq 2x + 9$;

(e) $\dfrac{x}{3} + 2 < \dfrac{x}{6} - 1$;

(f) $2(7x - 3) \leq 12x + 6$;

(g) $\dfrac{x+2}{3} - \dfrac{x-1}{2} \geq x$.

7. Resolva em $\mathbb{R}$ as inequações simultâneas abaixo:

(a) $2 \leq x + 5 < 4$;

(b) $-1 < 2x - 5 < 7$;

(c) $-2 < 8 - 2x \leq -1$;

(d) $\dfrac{1}{6} < \dfrac{2x - 13}{12} \leq \dfrac{2}{3}$;

(e) $x + 1 \leq 7 - 3x < \dfrac{x}{2} - 1$.

8. Resolva em $\mathbb{R}$ as inequações abaixo:

(a) $(3x+3)(5x-3) > 0$;

(b) $(6x-1)(2x+7) \geq 0$;

(c) $(5x+2)(2-x)(4x+3) > 0$;

(d) $(3-2x)(4x+1)(5x+3) \geq 0$;

(e) $-x(x-1)(2-x)(x-3)(4-x) > 0$.

9. Resolva em $\mathbb{R}$ as inequações abaixo:

(a) $(x-3)^4 > 0$;

(b) $(3x+8)^3 < 0$;

(c) $(4-5x)^6 < 0$;

(d) $(5x+1)^{35} \leq 0$;

(e) $(3x+1)^3(2-5x)^5(x+4)^8 > 0$;

(f) $(2x-4)^2(3x-5)^3(x-3)^4 \leq 0$.

10. Resolva em $\mathbb{R}$ as inequações abaixo:

(a) $\dfrac{2x+1}{x+2} > 0$;

(b) $\dfrac{3x-2}{3-2x} < 0$;

(c) $\dfrac{x+1}{-3x-3} < 0$;

(d) $\dfrac{5x-2}{3x+4} < 2$;

(e) $\dfrac{3x-5}{2x-4} \leq 1$;

(f) $\dfrac{x+1}{x-2} \geq 4$;

(g) $\dfrac{3x+1}{(2x+5)(5x+3)} < 0$;

(h) $\dfrac{1-2x}{(5-x)(3-x)} \leq 0$;

(i) $\dfrac{1}{x-1} < \dfrac{2}{x-2}$;

(j) $\dfrac{x+5}{3x+2} \leq \dfrac{x-2}{3x+5}$;

(k) $\dfrac{2}{3x-1} \geq \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x+1}$.

11. Resolva em $\mathbb{R}$ as inequações abaixo:

(a) $x^2 - 2x + 2 > 0$;

(b) $-2x^2 + 3x + 2 \geq 0$;

(c) $-x^2 + x + 6 > 0$;

(d) $-x^2 + \dfrac{3}{2}x + 10 \geq 0$;

(e) $4x^2 - 4x + 1 > 0$;

(f) $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$;

(g) $x^2 + 3x + 7 < 0$.

12. Determine para que valores de x as expressões abaixo fazem sentido (em $\mathbb{R}$):

(a) $\sqrt{2x-4}$;

(b) $\dfrac{1}{\sqrt{2x-4}}$;

(c) $\sqrt[4]{\dfrac{-1-x}{-2+x}}$;

(d) $\dfrac{\sqrt[4]{-1-x}}{\sqrt[4]{-2+x}}$.

Lista de exercícios parcialmente retirada e adaptada de

[1] G. Iezzi, C. Murakami – *Fundamentos de Matemática Elementar*. 7ª ed., Atual Editora, São Paulo, 2004.

[2] J. Stewart, L. Redlin, S. Watson – *Precalculus, Mathematics for Calculus*. 6ª ed., Brooks/Cole Cengage Learning, Belmont, 2014.