



Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas  
Departamento de Matemática



Programa de disciplina

I. Identificação da disciplina

<i>Código</i>	<i>Nome da disciplina</i>	<i>Horas-aula semanais</i>		<i>Horas-aula semestrais</i>
MTM3490	Introdução à Topologia	<i>Teóricas: 6</i>	<i>Práticas: 0</i>	108

II. Pré-requisito(s)

1. MTM3430 - Análise na Reta

III. Curso(s) para o(s) qual(is) a disciplina é oferecida

Matemática - Bacharelado, Matemática - Licenciatura.

IV. Ementa

Métrica. Espaços métricos. Noções topológicas. Sequências. Espaços métricos completos. Continuidade. Continuidade uniforme. Compacidade. Conexidade.

V. Objetivos

Ao final deste curso o aluno deve dominar os conceitos e noções básicas de topologia no contexto dos espaços métricos.

VI. Conteúdo programático

Unidade 1. Espaços métricos.

- 1.1. Métrica sobre um conjunto.
- 1.2. Espaço métrico.
- 1.3. Conjunto limitado e diâmetro de um conjunto, em um espaço métrico.
- 1.4. Distância de um ponto a um conjunto e distância de um conjunto a outro, em um espaço métrico.
- 1.5. Bola aberta, bola fechada e esfera, em um espaço métrico.
- 1.6. Subespaço métrico.
- 1.7. Caracterização de bolas em subespaços métricos em termos das bolas no espaço original.

Unidade 2. Conceitos básicos de topologia em espaços métricos.

- 2.1. Ponto interior de um conjunto e interior de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.2. Conjunto aberto em um espaço métrico.
  - 2.2.1. União arbitrária de abertos é aberto.
  - 2.2.2. Intersecção finita de abertos é aberto.
  - 2.2.3. Intersecção infinita de abertos pode não ser aberto.
- 2.3. Ponto de fronteira e fronteira de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.4. Ponto aderente de um conjunto e aderência (fecho) de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.5. Conjunto fechado em um espaço métrico.
  - 2.5.1. Intersecção arbitrária de fechados é fechado.
  - 2.5.2. União finita de fechados é fechado.
  - 2.5.3. União infinita de fechados pode não ser fechado.
- 2.6. Conjunto denso em um espaço métrico.
- 2.7. Ponto limite (de acumulação) de um conjunto em um espaço métrico.
- 2.8. Sequência em um espaço métrico.
  - 2.8.1. Limite de uma sequência em um espaço métrico.
  - 2.8.2. Sequência convergente e sequência divergente, em um espaço métrico.
  - 2.8.3. Unicidade de limite de sequência convergente em um espaço métrico.
  - 2.8.4. Sequência limitada em um espaço métrico.
- 2.9. Subsequência de uma sequência em um espaço métrico.
- 2.10. Caracterizações sequenciais para ponto interior, ponto de fronteira, ponto aderente e ponto limite em espaços métricos. Caracterizações sequenciais resultantes para interior de um conjunto, fronteira de um conjunto, aderência de um conjunto, conjunto aberto, conjunto fechado.

### Unidade 3. Continuidade.

- 3.1. Continuidade/descontinuidade em um ponto, de uma função de um espaço métrico em outro.
- 3.2. Função contínua de um espaço métrico em outro.
- 3.3. Caracterização de continuidade por bolas abertas.
- 3.4. Caracterização de continuidade por pré-imagens de conjuntos abertos.
- 3.5. Caracterização de continuidade por sequências.
- 3.6. A composição de funções contínuas é uma função contínua.
- 3.7. Homeomorfismo de um espaço métrico em outro.

### Unidade 4. Espaços Métricos Completos.

- 4.1. Sequência de Cauchy.
- 4.2. Espaço métrico completo.
- 4.3.  $\mathbb{R}$  com a métrica usual é completo.
- 4.4. Teorema do ponto fixo de Banach.

### Unidade 5. Espaços Métricos Compactos.

- 5.1. Cobertura de um subconjunto de um espaço métrico.
- 5.2. Subcobertura de uma cobertura.
- 5.3. Conjunto compacto em um espaço métrico (definição por coberturas).
- 5.4. Caracterização de compacto em um espaço métrico por pontos limite.
- 5.5. Caracterização de compacto em um espaço métrico por sequências.
- 5.6. Produtos cartesianos de espaços compactos.
- 5.7. Teorema de Heine-Borel em  $\mathbb{R}^n$ .

### Unidade 6. Continuidade uniforme

- 6.1. Função uniformemente contínua de um espaço métrico em outro.
- 6.2. Caracterização de continuidade uniforme por sequências.
- 6.3. Função contínua com domínio compacto é uniformemente contínua.

### Unidade 7. Conexidade.

- 7.1. Cisão de um espaço métrico.
- 7.2. Espaço métrico conexo.
- 7.3. Caracterização de conexidade por subconjuntos simultaneamente abertos e fechados.
- 7.4. Subconjunto conexo de um espaço métrico.
- 7.5. Imagem de conexo por função contínua é conexo.
- 7.6. Aderência de conjunto conexo é conexo.
- 7.7. Produtos cartesianos de espaços conexos.
- 7.8. Teorema do valor intermediário para espaços conexos.

## VII. Bibliografia básica

1. GONÇALVES, Mirian B.; GONÇALVES, Daniel. Elementos de análise. Florianópolis: UFSC, 2009.
2. KÜHLKAMP, Nilo. Introdução a topologia geral. 2. ed. rev. e ampl. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2002.
3. LIMA, Elon L. Espaços métricos. 4. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2009.
4. RUDIN, W.; Princípios de análise matemática. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, Brasília, DF: Universidade de Brasília, 1971.

## VIII. Bibliografia complementar

1. DOMINGUES, Hygino H. Espaços métricos e introdução a topologia. São Paulo: Atual: Ed. da Universidade de São Paulo, 1982.
2. LANG, Serge. Analysis. Reading: Addison Wesley, 1968-69.
3. LIMA, Elon L. Elementos de topologia geral. Rio de Janeiro: IMPA, 1969.
4. MARSDEN, Jerrold E.; HOFFMAN, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W. H. Freeman, c1993.
5. MUNKRES, James R. Topology. 2nd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2000.

Este programa foi criado pela comissão composta pelos professores Rômulo Maia Vermersch (presidente), Fernando de Lacerda Mortari e Leandro Batista Morgado em 23 de outubro de 2018.