UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

SEMESTRE 2016/1

I. IDENTIFICAÇÃO DA DISCIPLINA:

Código	Nome da Disciplina	Horas/aula Semanais Teóricas	Horas/aula Semanais Práticas	Horas/aula Semestrais
MTM 5865	CÁLCULO VARIACIONAL	06	NÃO TEM	108

II. PROFESSOR (ES) MINISTRANTE (S)

JAÚBER CAVALCANTE DE OLIVEIRA

III. PRÉ-REQUISITO (S)

Código	Nome da Disciplina
MTM 5863 **MTM 5872**	

IV. CURSO (S) PARA O QUAL (IS) A DISCIPLINA É OFERECIDA

MATEMÁTICA, HABILITACAO; BACHARELADO EM MATEMATICA E COMPUTACAO CIENTIFICA

V. EMENTA

Princípio de Fermat. Princípio de Maupertuis. Equação de Euler-Lagrange. Exemplos de aplicações do princípio variacional. Formulações Lagrangeana e Hamiltoniana da Mecânica Clássica. Problemas variacionais com vínculos. Formulação variacional de meios contínuos e Teoria Clássica de Campos. Formulação variacional de problemas de auto-valores. Princípio variacional e Mecânica Quântica.

VI. OBJETIVOS

Propiciar ao aluno condições de:

- Dominar e aplicar os conceitos relativos ao cálculo com funcionais em espaços de funções.

- Trabalhar os problemas variacionais clássicos.

- Aplicar as técnicas variacionais em equações diferenciais parciais e em problemas de auto-valores.

- Conhecer modernas aplicações de técnicas variacionais

VII. CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

1. Introdução a Problemas Variacionais Clássicos.
1.1- Motivação e origens históricas
1.2- O problema da catenária.
1.3- O problema da Braquistócrona.
1.4- O princípio de Hamilton.
1.5- O problema da Geodésica.
1.6- O problema de superfícies mínimas.

2- A Primeira Variação.
2.1- Funcionais. Problemas variacionais simples.
2.1- Espaços de funções.
2.2- A variação de um funcional. Uma condição necessária para um extremo.
2.3- O problema variacional mais simples. Equação de Euler-Lagrange.
2.4- Extensão a várias variáveis.
2.4- Um problema simples com pontos extremos variáveis.
2.5- A derivada variacional.
2.6- A invariância da equação de Euler-Lagrange.

3. A Primeira Variação: Generalizações.

3.1- O Problema de Extremidades fixas para n funções incógnitas.
3.2- Problemas variacionais em forma paramétrica.
3.3- Funcionais dependentes de derivadas de ordem mais alta.
3.4- Problemas variacionais com condições auxiliares.
3.4.1- O problema isoperimétrico.
3.4.2- Problema variacionais com uma quantidade finita de condições auxiliares.

4. A Variação Geral de um Funcional.
4.1- Fórmula básica.
4.2- Variação de funcionais com extremidades sobre curvas ou superfícies.
4.3- As condições de Weierstrass-Erdmann.

5. A Forma Canônica das Equações de Euler-Lagrange e Transformações Canônicas.
5.1- A forma canônica das equações de Euler-Lagrange.
5.2- Integrais primeiras das equações de Euler-Lagrange.
5.3- A transformação de Legendre.
5.4- Transformações canônicas.
5.5- O teorema de Noether.
5.6- O princípio da mínima ação.
5.7- Leis de conservação.
5.8- A equação de Hamilton-Jacobi.
5.9- O teorema de Jacobi.

6. A Segunda Variação. Condições Suficientes para um Extremo Fraco.
6.1- Funcionais quadráticos. A segunda variação de um funcional.
6.2- A fórmula para a segunda variação. Condição de Legendre.
6.3- Análise de um funcional quadrático.
6.4- A condição necessária de Jacobi.
6.5- Condição suficiente para um extremo fraco.
6.6- Generalização para n funções incógnitas.
6.7- Conexão entre a condição de Jacobi e a teoria das formas quadráticas.

7- Campos. Condições Suficientes para um Extremo Forte.
7.1- Condições de contorno consistentes. Definição geral de um campo.
7.2- O campo de um funcional.
7.3- A integral invariante de Hilbert.
7.4-A função E de Weierstrass. Condições suficientes para um extremo forte.

8- Problemas Variacionais com Integrais Múltiplas
8.1- Variação de um funcional definido sobre uma região fixa.
8.2- Dedução variacional das equações do movimento de sistemas mecânicos contínuos.
8.3- Variação de um funcional definido sobre uma região variável.
8.4- Aplicações a teoria de campos.

9- Métodos Variacionais Diretos.
9.1- Seqüências minimizantes.
9.2- Método de Ritz e método de diferenças finitas.
9.3- O problema de Sturm-Liouville.

VIII. METODOLOGIA DE ENSINO / DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

O conteúdo será desenvolvido através de aulas expositivas e listas de exercícios

IX. METODOLOGIA DE AVALIAÇÃO

Serão feitas duas provas ao longo do semestre, versando sobre os conteúdos a serem determinados pelo professor, em função do desenvolvimento da disciplina. A nota final (NF) é dada pela seguinte média: [2 N1 + L1 + 2 N2 + L2]/6, onde N1 e N2 representam as *notas das provas* 1 e 2, respectivamente, e de modo análogo L1 e L2 representam as notas referentes às *listas de exercícios*.

X. AVALIAÇÃO FINAL

O aluno com freqüência suficiente cuja média final (NF) for inferior a 6(seis) mas não inferior a 3(três) terá direito a fazer exame final. Esta prova versa sobre todo o conteúdo da disciplina.

A nota final, neste caso, será a média aritmética entre a nota final obtida no semestre e a nota do exame.

XI. CRONOGRAMA TEÓRICO

Data	Atividade

MARCO-ABRIL MAIO-JUNHO-JULHO	CAPÍTULOS 1 a 4 CAPÍTULOS 5 a 9

XII. CRONOGRAMA PRÁTICO	
Data	**Atividade**
	NAO TEM

XIII. BIBLIOGRAFIA BÁSICA

1. Dacorogna, B.: “Direct Methods in the Calculus of Variations”, Springer (2008).
2. Gelfand, I.M. , Fomin S.V.: “Calculus of Variations”, Prentice Hall (1963).
3. Goldstine, H.H.: “A History of the Calculus of Variations from the 17^{th} through the 19^{th} century”, Springer Verlag (1980).
4. Lanczos, C.: “The Variational Principles of Mechanics”, Univ. of Toronto Press (1970).
5. Leitão, A.C.G.: “Cálculo Variacional e Controle Ótimo”, 23º CBM, IMPA (2001).
6. Leitmann, G.: “The Calculus of Variations and Optimal Control. An Introduction”, Plenum Press (1981)
7. Sagan, H: “Introduction to the Calculus of Variation”, Dover, 1992.
8. Troutman, J.L.: “Variational Calculus and Optimal Control”, 2^{nd} Ed. Springer Verlag (1996).
9. Van Brunt, B. : “The Calculus of Variations”, Springer-Verlag (2010).

XIV. BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

Florianópolis, 16 de fevereiro de 2016.

Prof. Jaúber Cavalcante de Oliveira
Coordenador da disciplina