



**Universidade Federal de Santa Catarina**  
**Centro de Ciências Físicas e Matemáticas**  
**Departamento de Matemática**



**Plano de Ensino**

Semestre 2017-2

**I. Identificação da Disciplina**

Código	Nome da Disciplina	Horas-aula Semanais	Horas-aula Semestrais
MTM5317	Análise II	Teóricas: 6 Práticas: 0	108

**II. Professor(es) Ministrante(s)**

Gilles Gonçalves De Castro.

**III. Pré-requisito(s)**

Código	Nome da Disciplina
MTM5316	Análise I

**IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a Disciplina é Oferecida**

Matemática - Bacharelado.

**V. Ementa**

Diferenciação de funções de  $\mathbb{R}^n$  em  $\mathbb{R}^m$ . Fórmulas de Taylor. Teorema da função inversa. Teorema da função implícita. Integral de Riemann de funções de várias variáveis. Medida de Lebesgue. Teoremas de convergência para integrais de Lebesgue. Espaços  $L^p$ .

**VI. Objetivos**

Trabalhar com diferenciação de funções vetoriais no espaço euclidiano  $n$ -dimensional  $\mathbb{R}^n$  bem como conhecer e saber aplicar os teoremas da função inversa e da função implícita. Trabalhar com as Integrais de Riemann e Lebesgue no  $\mathbb{R}^n$ , mostrando conhecer os conceitos e técnicas empregadas na resolução de problemas bem como as principais propriedades dos espaços de funções integráveis a Lebesgue sobre um aberto do  $\mathbb{R}^n$ .

**VII. Conteúdo Programático**

Unidade 1. Diferenciação de funções de  $\mathbb{R}^n$  em  $\mathbb{R}^m$ .

1.1. Definição e Propriedades. Gradientes. Derivadas direcionais. Derivadas parciais. Funções diferenciáveis. Matriz Jacobiana. Condições para diferenciabilidade.

1.2. Derivadas de ordem superior.

1.3. Regra da Cadeia.

1.4. Teorema do valor médio para funcionais reais. Desigualdade do valor médio. Teorema de Schwarz (simetria de derivadas mistas).

1.5. Teorema da função implícita. Aplicações.

1.6. Teorema da função inversa. Aplicações.

1.7. Teorema de Taylor.

1.8. Máximos e mínimos. Matriz Hessiana.

Unidade 2: Integral de Riemann.

2.1. Somas inferiores e superiores. Propriedades. Funções integráveis em domínios do  $\mathbb{R}^n$ . Condição de integrabilidade de Riemann. Condição de Darboux.

2.2. Conjuntos de medida nula em  $\mathbb{R}^n$ .

2.3. O Teorema de Lebesgue. Caracterização de funções integráveis a Riemann. Consequências. Relação medida da fronteira versus integrabilidade.

2.4. Propriedades da integral.

2.5. Integrais impróprias.

2.6. Teoremas de convergência.

2.7. Teorema de Fubini. Teorema da mudança de variáveis. Aplicações em coordenadas polares, cilíndricas e esféricas.

2.8. Regra da substituição.

2.9. Derivação sob o sinal de integração.

- Unidade 3: Integral de Lebesgue.
- 3.1. Medida exterior de Lebesgue no  $\mathbb{R}^n$ .
  - 3.2. Conjuntos mensuráveis e funções mensuráveis. Propriedades.
  - 3.3. Medidas. A medida de Lebesgue no  $\mathbb{R}^n$ .
  - 3.4. Conjuntos de medida nula. Conjunto de Cantor.
  - 3.5. Conjunto Generalizado de Cantor.
  - 3.6. Conjuntos boreianos.
  - 3.7. Existência de conjuntos não mensuráveis. Teorema de Vitali. Existência de funções não mensuráveis.
  - 3.8. Outras caracterizações de conjuntos mensuráveis. Teorema de Carathéodory.
  - 3.9. Funções simples. Integral de Lebesgue de funções simples.
  - 3.10. Integral de Lebesgue de funções mensuráveis positivas.
  - 3.11. Teorema de Egoroff. Lema de Fatou. Teorema da convergência monótona.
  - 3.12. Integral de Lebesgue de funções mensuráveis.
  - 3.13. Propriedades da integral de Lebesgue.
  - 3.14. Teorema da convergência dominada de Lebesgue.
  - 3.15. Integral de Lebesgue versus integral de Riemann.
  - 3.16. Espaços  $L^p$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ .

### **VIII. Metodologia de Ensino / Desenvolvimento do Programa**

Serão ministradas aulas expositivas e dialogadas, com resolução de exercícios em sala de aula.

### **IX. Metodologia de Avaliação**

O aluno será avaliado através de 3 ou 4 provas parciais, com pesos previamente determinados pelo professor ministrante, que serão realizadas ao longo do semestre letivo. O professor ministrante, a seu critério, poderá aplicar pequenos testes os quais terão um peso na nota final não superior a 25%. Será calculada a média das notas obtidas nas avaliações e testes (utilizando os pesos determinados) e será considerado aprovado o aluno que tiver, além de frequência suficiente, média maior ou igual a 6,0.

### **X. Avaliação Final**

De acordo com o parágrafo 2º do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o aluno com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota da nova avaliação.

### **XI. Cronograma Teórico**

<i>Data ou Período</i>	<i>Atividade</i>
Será estabelecido pelo professor.	

### **XII. Cronograma Prático**

<i>Data ou Período</i>	<i>Atividade</i>
Não se aplica.	

### **XIII. Bibliografia Básica**

1. J. Marsden, M. Hoffman – Elementary Classical Analysis, Second edition, W. H. Freeman and Company, New York, 1993.
2. W. Rudin – Principles of Mathematical Analysis, Third edition, McGraw-Hill Inc, International Series in Pure and Applied Mathematics, 1976.
3. R. G. Bartle – The Elements of Real Analysis, John Wiley & Sons Inc., 1964.
4. I. K. Rana – An Introduction to Measure and Integration, Second edition, AMS, Graduate Studies in Mathematics, Volume 45, Providence, 2002.
5. H. L. Royden, P. M. Fitzpatrick – Real Analysis, Fourth edition, Pearson, 2010.
6. R. G. Bartle – The Elements of Integration and Lebesgue Measure, John Wiley & Sons Inc., Wiley Classics Library Edition Published, New York, 1995.

### **XIII. Bibliografia Complementar**

- |   |
|---|
| E. L. Lima – Curso de Análise, Volume II, 12ª edição, Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 2012.                     |
| R. L. Wheeden, A. Zygmund – Measure and Integral: An introduction to Real Analysis, Marcel Dekker Inc., New York, 1977. |

Florianópolis, 12 de julho de 2017.

---

Prof. Gilles Gonçalves De Castro, Coordenador da Disciplina