



Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas  
Departamento de Matemática



**Plano de Ensino**

Semestre 2018-2

**I. Identificação da Disciplina**

<i>Código</i>	<i>Nome da Disciplina</i>	<i>Horas-aula Semanais</i>		<i>Horas-aula Semestrais</i>
MTM5317	Análise II	<i>Teóricas: 6</i>	<i>Práticas: 0</i>	108

**II. Professor(es) Ministrante(s)**

Danilo Royer.

**III. Pré-requisito(s)**

<i>Código</i>	<i>Nome da Disciplina</i>
MTM5316	Análise I

**IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a Disciplina é Oferecida**

Matemática - Bacharelado.

**V. Ementa**

Diferenciação de funções de  $\mathbb{R}^n$  em  $\mathbb{R}^m$ . Fórmulas de Taylor. Teorema da função inversa. Teorema da função implícita. Integral de Riemann de funções de várias variáveis. Medida de Lebesgue. Teoremas de convergência para integrais de Lebesgue. Espaços  $L^p$ .

**VI. Objetivos**

Trabalhar com diferenciação de funções vetoriais no espaço euclidiano  $n$ -dimensional  $\mathbb{R}^n$  bem como conhecer e saber aplicar os teoremas da função inversa e da função implícita. Trabalhar com as Integrais de Riemann e Lebesgue no  $\mathbb{R}^n$ , mostrando conhecer os conceitos e técnicas empregadas na resolução de problemas bem como as principais propriedades dos espaços de funções integráveis a Lebesgue sobre um aberto do  $\mathbb{R}^n$ .

**VII. Conteúdo Programático**

Unidade 1. Diferenciação de funções de  $\mathbb{R}^n$  em  $\mathbb{R}^m$ .

- 1.1. Definição e Propriedades. Gradientes. Derivadas direcionais. Derivadas parciais. Funções diferenciáveis. Matriz Jacobiana. Condições para diferenciabilidade.
- 1.2. Derivadas de ordem superior.
- 1.3. Regra da Cadeia.
- 1.4. Teorema do valor médio para funcionais reais. Desigualdade do valor médio. Teorema de Schwarz (simetria de derivadas mistas).
- 1.5. Teorema da função implícita. Aplicações.
- 1.6. Teorema da função inversa. Aplicações.
- 1.7. Teorema de Taylor.
- 1.8. Máximos e mínimos. Matriz Hessiana.

Unidade 2: Integral de Riemann.

- 2.1. Somas inferiores e superiores. Propriedades. Funções integráveis em domínios do  $\mathbb{R}^n$ . Condição de integrabilidade de Riemann. Condição de Darboux.
- 2.2. Conjuntos de medida nula em  $\mathbb{R}^n$ .
- 2.3. O Teorema de Lebesgue. Caracterização de funções integráveis a Riemann. Consequências. Relação medida da fronteira versus integrabilidade.
- 2.4. Propriedades da integral.
- 2.5. Integrais impróprias.
- 2.6. Teoremas de convergência.
- 2.7. Teorema de Fubini. Teorema da mudança de variáveis. Aplicações em coordenadas polares, cilíndricas e esféricas.
- 2.8. Regra da substituição.
- 2.9. Derivação sob o sinal de integração.

Unidade 3: Integral de Lebesgue.

- 3.1. Medida exterior de Lebesgue no  $\mathbb{R}^n$ .
- 3.2. Conjuntos mensuráveis e funções mensuráveis. Propriedades.
- 3.3. Medidas. A medida de Lebesgue no  $\mathbb{R}^n$ .
- 3.4. Conjuntos de medida nula. Conjunto de Cantor.
- 3.5. Conjunto Generalizado de Cantor.
- 3.6. Conjuntos borelianos.
- 3.7. Existência de conjuntos não mensuráveis. Teorema de Vitali. Existência de funções não mensuráveis.
- 3.8. Outras caracterizações de conjuntos mensuráveis. Teorema de Carathéodory.
- 3.9. Funções simples. Integral de Lebesgue de funções simples.
- 3.10. Integral de Lebesgue de funções mensuráveis positivas.
- 3.11. Teorema de Egoroff. Lema de Fatou. Teorema da convergência monótona.
- 3.12. Integral de Lebesgue de funções mensuráveis.
- 3.13. Propriedades da integral de Lebesgue.
- 3.14. Teorema da convergência dominada de Lebesgue.
- 3.15. Integral de Lebesgue versus integral de Riemann.
- 3.16. Espaços  $L^p$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ .

#### VIII. Metodologia de Ensino / Desenvolvimento do Programa

Serão ministradas aulas expositivas e dialogadas, com resolução de exercícios em sala de aula.

#### IX. Metodologia de Avaliação

O método de avaliação será fornecido pelo professor nas primeiras duas semanas de aula.

#### X. Avaliação Final

De acordo com o parágrafo 2º do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o aluno com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota da nova avaliação.

#### XI. Cronograma Teórico

<i>Data ou Período</i>	<i>Atividade</i>
------------------------	------------------

Será estabelecido pelo professor.

#### XII. Cronograma Prático

<i>Data ou Período</i>	<i>Atividade</i>
------------------------	------------------

Não se aplica.

#### XIII. Bibliografia Básica

1. J. Marsden, M. Hoffman – Elementary Classical Analysis, Second edition, W. H. Freeman and Company, New York, 1993.
2. W. Rudin – Principles of Mathematical Analysis, Third edition, McGraw-Hill Inc, International Series in Pure and Applied Mathematics, 1976.
3. R. G. Bartle – The Elements of Real Analysis, John Wiley & Sons Inc., 1964.
4. I. K. Rana – An Introduction to Measure and Integration, Second edition, AMS, Graduate Studies in Mathematics, Volume 45, Providence, 2002.
5. H. L. Royden, P. M. Fitzpatrick – Real Analysis, Fourth edition, Pearson, 2010.
6. R. G. Bartle – The Elements of Integration and Lebesgue Measure, John Wiley & Sons Inc., Wiley Classics Library Edition Published, New York, 1995.

#### XIII. Bibliografia Complementar

- E. L. Lima – Curso de Análise, Volume II, 12ª edição, Projeto Euclides, IMPA, Rio de Janeiro, 2012.
- R. L. Wheeden, A. Zygmund – Measure and Integral: An introduction to Real Analysis, Marcel Dekker Inc., New York, 1977.

Florianópolis, 27 de julho de 2017.

Prof. Danilo Royer, Coordenador da Disciplina