Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática

Plano de Ensino
Semestre 2019-1

I. Identificação da Disciplina				
Código	*Nome da Disciplina*	*Horas-aula Semanais*		*Horas-aula Semestrais*
MTM5865	Cálculo Variacional	*Teóricas:* 6	*Práticas:* 0	108

II. Professor(es) Ministrante(s)
Celso Melchiades Doria.

III. Pré-requisito(s)	
Código	*Nome da Disciplina*
MTM5863	B-Cálculo III

IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a Disciplina é Oferecida
Matemática - Bacharelado.

V. Ementa

Princípio de Fermat. Princípio de Maupertuis. Equação de Euler-Lagrange. Exemplos de aplicações do princípio variacional. Formulações Lagrangeana e Hamiltoniana da Mecânica Clássica. Problemas variacionais com vínculos. Formulação variacional de meios contínuos e Teoria Clássica de Campos. Formulação variacional de problemas de auto-valores. Princípio variacional e Mecânica Quântica.

VI. Objetivos

Propiciar ao aluno condições de:

- Dominar e aplicar os conceitos relativos ao cálculo com funcionais em espaços de funções.
- Trabalhar os problemas variacionais clássicos.
- Aplicar as técnicas variacionais em equações diferenciais parciais e em problemas de autovalores.
- Conhecer modernas aplicações de técnicas variacionais.

VII. Conteúdo Programático

Unidade 1. Introdução a Problemas Variacionais Clássicos.
1.1. Motivação e origens históricas.
1.2. O problema da catenária.
1.3. O problema da Braquistócrona.
1.4. O princípio de Hamilton.
1.5. O problema da Geodésica.
1.6. O problema de superfícies mínimas.

Unidade 2. A Primeira Variação.
2.1. Funcionais. Problemas variacionais simples.
2.1. Espaços de funções.
2.2. A variação de um funcional. Uma condição necessária para um extremo.
2.3. O problema variacional mais simples. Equação de Euler-Lagrange.
2.4. Extensão a várias variáveis.
2.4. Um problema simples com pontos extremos variáveis.
2.5. A derivada variacional.
2.6. A invariância da equação de Euler-Lagrange.

Unidade 3. A Primeira Variação: Generalizações.
3.1. O Problema de Extremidades fixas para n funções incógnitas.
3.2. Problemas variacionais em forma paramétrica.
3.3. Funcionais dependentes de derivadas de ordem mais alta.
3.4. Problemas variacionais com condições auxiliares.
3.4.1. O problema isoperimétrico.
3.4.2. Problema variacionais com uma quantidade finita de condições auxiliares.

Unidade 4. A Variação Geral de um Funcional.
4.1. Fórmula básica.
4.2. Variação de funcionais com extremidades sobre curvas ou superfícies.
4.3. As condições de Weierstrass-Erdmann.

Unidade 5. A Forma Canônica das Equações de Euler-Lagrange e Transformações Canônicas.
5.1. A forma canônica das equações de Euler-Lagrange.
5.2. Integrais primeiras das equações de Euler-Lagrange.
5.3. A transformação de Legendre.
5.4. Transformações canônicas.
5.5. O teorema de Noether.
5.6. O princípio da mínima ação.
5.7. Leis de conservação.
5.8. A equação de Hamilton-Jacobi.
5.9. O teorema de Jacobi.

Unidade 6. A Segunda Variação. Condições Suficientes para um Extremo Fraco.
6.1. Funcionais quadráticos. A segunda variação de um funcional.
6.2-. A fórmula para a segunda variação. Condição de Legendre.
6.3. Análise de um funcional quadrático.
6.4. A condição necessária de Jacobi.
6.5. Condição suficiente para um extremo fraco.
6.6. Generalização para n funções incógnitas.
6.7. Conexão entre a condição de Jacobi e a teoria das formas quadráticas.

Unidade 7. Campos. Condições Suficientes para um Extremo Forte.
7.1. Condições de contorno consistentes. Definição geral de um campo.
7.2. O campo de um funcional.
7.3. A integral invariante de Hilbert.
7.4. A função E de Weierstrass. Condições suficientes para um extremo forte.

Unidade 8. Problemas Variacionais com Integrais Múltiplas.
8.1. Variação de um funcional definido sobre uma região fixa.
8.2. Dedução variacional das equações do movimento de sistemas mecânicos contínuos.
8.3. Variação de um funcional definido sobre uma região variável.
8.4. Aplicações a teoria de campos.

Unidade 9- Métodos Variacionais Diretos.
9.1. Sequências minimizantes.
9.2. Método de Ritz e método de diferenças finitas.
9.3. O problema de Sturm-Liouville.

VIII. Metodologia de Ensino / Desenvolvimento do Programa

Serão ministradas aulas expositivas e dialogadas, com resolução de exercícios em sala de aula.

IX. Metodologia de Avaliação

O aluno será avaliado através de 3 a 6 avaliações parciais, com pesos previamente determinados pelo professor ministrante, que serão realizadas ao longo do semestre letivo. Será calculada a média das notas obtidas nas avaliações (utilizando os pesos determinados) e será considerado aprovado o aluno que tiver, além de frequência suficiente, média maior ou igual a 6,0.

X. Avaliação Final

De acordo com o parágrafo 2º do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o aluno com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota da nova avaliação.

XI. Cronograma Teórico

Data ou Período	*Atividade*
Será estabelecido pelo professor.	

XII. Cronograma Prático	
Data ou Período	*Atividade*
Não se aplica.	

XIII. Bibliografia Básica
1. Dacorogna, B.: Direct Methods in the Calculus of Variations, Springer (2008).
2. Gelfand, I.M. , Fomin S.V.: Calculus of Variations, Prentice Hall (1963).
3. Goldstine, H.H.: A History of the Calculus of Variations from the 17th through the 19th century, Springer Verlag (1980).
4. Lanczos, C.: The Variational Principles of Mechanics, Univ. of Toronto Press (1970).
5. Leitão, A.C.G.: Cálculo Variacional e Controle Ótimo, 23º CBM, IMPA (2001).
6. Leitmann, G.: The Calculus of Variations and Optimal Control. An Introduction, Plenum Press (1981).
7. Sagan, H: Introduction to the Calculus of Variation, Dover, 1992.
8. Troutman, J.L.: Variational Calculus and Optimal Control, 2nd Ed. Springer Verlag (1996).
9. Van Brunt, B. : The Calculus of Variations, Springer-Verlag (2010).

XIII. Bibliografia Complementar
Não estabelecida.

Florianópolis, 10 de março de 2019.

Prof. Celso Melchiades Doria
Coordenador da Disciplina