



Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas  
Departamento de Matemática



Plano de ensino  
Semestre 2020-1

I. Identificação da disciplina

<i>Código</i>	<i>Nome da disciplina</i>	<i>Horas-aula semanais</i>		<i>Horas-aula semestrais</i>
MTM3422	Álgebra Linear II	<i>Teóricas: 4</i>	<i>Práticas: 0</i>	72

II. Professor(es) ministrante(s)

Fernando de Lacerda Mortari (fernando.mortari@ufsc.br)

III. Pré-requisito(s)

MTM3421 – Álgebra Linear I

IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a disciplina é oferecida

Matemática – Licenciatura

V. Ementa

Espaços vetoriais sobre  $\mathbb{C}$ , espaços com produto interno, Gram-Schmidt e a decomposição  $QR$ , método dos mínimos quadrados, Teorema de representação de Riesz. Operadores especiais em espaços com produto interno: operadores unitários e isometrias, operadores autoadjuntos. Autovalores e autovetores, operadores e matrizes diagonalizáveis, Teorema de Cayley-Hamilton, forma canônica de Jordan. Teorema de Schur, Teorema espectral, decomposição em valores singulares.

VI. Objetivos

Concluindo o programa de MTM3422 – Álgebra Linear II, o aluno deverá ser capaz de:

- Trabalhar com a aritmética nos números complexos.
- Trabalhar os conceitos da disciplina igualmente com espaços vetoriais/transformações lineares, e com matrizes.
- Compreender os conceitos da disciplina dos pontos de vista geométrico e algébrico.
- Entender o produto interno como uma ferramenta que nos permite abstrair algebricamente as noções geométricas de comprimento, distância e ângulo para qualquer espaço vetorial sobre  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

VII. Conteúdo programático

Unidade 1. Espaços vetoriais sobre o corpo dos números complexos.

- 1.1 O corpo  $\mathbb{C}$  dos números complexos.
- 1.2 Polinômios sobre  $\mathbb{C}$  e o Teorema Fundamental da Álgebra.
- 1.3 Espaços vetoriais sobre  $\mathbb{C}$ .

Unidade 2. Espaços vetoriais (sobre  $\mathbb{C}$  ou  $\mathbb{R}$ ) com produto interno.

- 2.1 Produto interno, espaço vetorial com produto interno (sobre  $\mathbb{C}$  ou  $\mathbb{R}$ ).
- 2.2 Norma e distância induzidas de um produto interno.
- 2.3 Ortogonalidade.
- 2.4 Teorema de Pitágoras.
- 2.5 Desigualdades de Cauchy-Schwarz e triangular.
- 2.6 Ângulo entre vetores não nulos.
- 2.7 Conjunto ortogonal e ortonormal, base ortonormal.
- 2.8 Processo de ortogonalização de Gram-Schmidt, existência de bases ortonormais.
- 2.9 Decomposição  $QR$ .
- 2.10 Complemento ortogonal de um subespaço vetorial.
- 2.11 Projeção ortogonal sobre um subespaço vetorial finitamente gerado.
- 2.12 Método dos mínimos quadrados.
- 2.13 Teorema de representação de Riesz (dimensão finita).
- 2.14 Adjunto de um operador linear (dimensão finita).

Unidade 3. Operadores especiais em espaços com produto interno (sobre  $\mathbb{C}$  ou  $\mathbb{R}$ ).

3.1 Operador unitário e isometria.

3.2 Matriz unitária e matriz ortogonal.

3.3 Operador auto-adjunto.

3.4 Matriz hermitiana e matriz simétrica.

Unidade 4. Autovalores e autovetores.

4.1 Autovalores e autovetores de um operador linear.

4.2 Autoespaço associado a um autovalor e multiplicidade geométrica.

4.3 Polinômio característico de um operador linear.

4.4 Multiplicidade algébrica de um autovalor.

4.5 Operador diagonalizável.

4.6 Relação entre diagonalizabilidade e as multiplicidades algébrica e geométrica.

4.7 Polinômio minimal de um operador linear.

4.8 Teorema de Cayley-Hamilton.

4.9 Relação entre diagonalizabilidade e o polinômio minimal.

4.10 Autovalores e autovetores de uma matriz quadrada.

4.11 Matriz diagonalizável.

4.12 Forma canônica de Jordan.

4.13 Teorema de triangularização de Schur.

4.14 Teorema espectral para operadores auto-adjuntos (versão complexa, dimensão finita).

4.15 Decomposição em valores singulares.

### **VIII. Metodologia de ensino e desenvolvimento do programa**

Faremos um misto de atividades síncronas e assíncronas. Em cada semana, estão previstas:

- De uma a duas horas-aula em videoconferência, às sextas-feiras, para apresentar o conteúdo da semana e tirar dúvidas sobre o conteúdo da semana anterior;
- Notas de aula sobre o conteúdo da semana, para leitura e reflexão;
- Lista de exercícios, para praticar, aprofundar e fixar o conteúdo da semana.
- Eventualmente, vídeos que tratam dos temas tratados na semana.

O controle da frequência será feito no próprio Moodle, através de sessões semanais, com registro de frequência feito pelos próprios alunos.

### **IX. Metodologia de avaliação**

O aluno será avaliado através de 12 questões (discursivas e objetivas) propostas ao longo do semestre letivo no ambiente Moodle, cada uma delas valendo 10 pontos. Será calculada a média aritmética UFSC das notas obtidas nas questões e será considerado aprovado o aluno que tiver, além de frequência suficiente, média maior ou igual a 6,0.

### **X. Avaliação final**

De acordo com o parágrafo 2º do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o aluno com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota da nova avaliação.

### **XI. Cronograma teórico**

Trabalharemos o conteúdo da unidade 1 nas semanas 1 e 2, da unidade 2 nas semanas 2 a 7, da unidade 3 na semana 8, e da unidade 4 nas semanas 9 a 16. Há avaliação prevista em cada uma das semanas 4 a 16, sobre o conteúdo da semana anterior. As avaliações serão postadas no Moodle às sextas-feiras, após as videoconferências, e terão duração de 48 horas cada. As semanas 17 e 18 estão reservadas para aplicações e revisão do conteúdo do semestre. Na semana 18 está prevista a avaliação final oral para os alunos que dela precisarem.

### **XII. Cronograma prático**

Não se aplica.

### **XIII. Bibliografia básica**

1. BEZERRA, L. H. e BAZÁN, F. S. V. Álgebra Linear II, UFSC/EAD/CED/CFM, 2005. Disponível em <https://mtm.grad.ufsc.br/livrosdigitais/> (acessado em 06/08/2020).
2. SANTOS, R. J. Álgebra Linear e Aplicações, Imprensa Universitária da UFMG, 2018. Disponível em <https://regijs.github.io/> (acessado em 06/08/2020).

#### **XIV. Bibliografia complementar**

1. Recursos Educacionais Abertos de Matemática (REAMAT). Álgebra Linear Um Livro Colaborativo, 2020. Disponível em <https://www.ufrgs.br/reamat/AlgebraLinear/livro/main.html> (acessado em 06/08/2020).

Florianópolis, 17 de agosto de 2020.

---

Professor Fernando de Lacerda Mortari  
Coordenador da disciplina