



Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas  
Departamento de Matemática



Plano de ensino  
Semestre 2020-1

I. Identificação da disciplina

<i>Código</i>	<i>Nome da disciplina</i>	<i>Horas-aula semanais</i>		<i>Horas-aula semestrais</i>
MTM3436	Variável Complexa	<i>Teóricas: 6</i>	<i>Práticas: 0</i>	108

II. Professor(es) ministrante(s)

Marianna Ravara Vago – marianna.v@ufsc.br

III. Pré-requisito(s)

MTM3403 – Cálculo III

IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a disciplina é oferecida

Matemática – Bacharelado, Matemática – Licenciatura.

V. Ementa

Números complexos. Sequências no plano complexo. Funções de uma variável complexa. Condições de Cauchy-Riemann. Integração de funções complexas. Teorema de Cauchy. Fórmula integral de Cauchy. Teorema de Goursat. Funções analíticas e séries de potências. Séries de Laurent. Cálculos de integrais com resíduos. A esfera de Riemann. Transformações conformes e suas aplicações.

VI. Objetivos

Ao final desta disciplina o aluno deve:

- Dominar os aspectos analíticos das funções de uma variável complexa.
- Dominar os aspectos geométricos das funções de uma variável complexa.

VII. Conteúdo programático

Unidade 1. Números Complexos e Sequências de Números Complexos

- 1.1. O corpo dos números complexos
- 1.2. Conjugado e valor absoluto
- 1.3. A forma polar
- 1.4. Extração de raízes complexas
- 1.5. A exponencial complexa
- 1.6. O logaritmo complexo
- 1.7. Potências complexas
- 1.8. Sequências de números complexos; convergência de sequências
- 1.9. Séries de números complexos; convergência de séries

Unidade 2. Funções Complexas

- 2.1 Funções de uma variável complexa
- 2.2 As funções racionais
- 2.3 A função exponencial e as funções trigonométricas
- 2.4 As funções hiperbólicas
- 2.5 Funções inversas à direita; função raiz  $n$ -ésima principal; função logaritmo principal; função potência principal
- 2.6. Continuidade de funções de uma variável complexa
- 2.7. Limite de funções de uma variável complexa

Unidade 3. Funções Analíticas

- 3.1. Derivação complexa
- 3.2. Relações de Cauchy-Riemann
- 3.3. Funções analíticas
- 3.4. Ramos analíticos de funções inversas

#### Unidade 4. Integração Complexa

- 4.1. Integrais ao longo de caminhos
- 4.2. O teorema de Cauchy – versão local
- 4.3. A fórmula integral de Cauchy – versão local
- 4.4. Aplicações da fórmula integral de Cauchy
- 4.5. O teorema de Cauchy-Goursat – versão global
- 4.6. A fórmula integral de Cauchy – versão global
- 4.7. Existência de primitivas globais em regiões simplesmente conexas

#### Unidade 5. Séries de Taylor e Séries de Laurent

- 5.1. Séries de Taylor; caracterização de analiticidade via representação em série de Taylor
- 5.2. Séries de Laurent
- 5.3. Zeros de funções analíticas; fatoração de uma função analítica em torno de um zero; princípio de continuação analítica

#### Unidade 6. Singularidades Isoladas

- 6.1. Classificação de singularidades via série de Laurent
- 6.2. Resíduo de uma singularidade isolada
- 6.3. Teorema dos Resíduos
- 6.4. Cálculo de integrais reais usando o teorema dos resíduos
- 6.5. O Princípio do Argumento
- 6.6. Teorema de Rouché
- 6.7. Teorema da Aplicação Aberta
- 6.8. Teorema da Função Inversa

#### Unidade 7. Transformações Conformes

- 7.1. Ângulo entre curvas no plano complexo
- 7.2. Transformações conformes do plano complexo sobre si e do disco unitário sobre si
- 7.3. A esfera de Riemann
- 7.4. Transformações de Möbius
- 7.5. Pontos fixos de uma transformação de Möbius
- 7.6. Razão cruzada de uma transformação de Möbius
- 7.7. O Teorema da Aplicação de Riemann

### **VIII. Metodologia de ensino e desenvolvimento do programa**

A disciplina será dividida na proporção de 60% atividades assíncronas, e 40% atividades síncronas, como descrito a seguir. O conteúdo será ministrado via videoaulas semanais assíncronas gravadas e disponibilizadas aos alunos na plataforma Moodle. Uma vez por semana, no horário da aula, será feita uma videoconferência síncrona para discutir o conteúdo apresentado, tirar dúvidas, e para resolução de exercícios. Esta videoconferência será gravada e ficará disponível no Moodle. Serão disponibilizadas, via Moodle, listas de exercícios semanais, cobrindo o conteúdo visto naquela semana. Além disso, uma vez ao mês será enviada aos alunos uma lista de exercícios que deverá ser feita e entregue, e contará como atividade avaliativa. A frequência será contabilizada através da participação nas aulas síncronas e da entrega das listas.

### **IX. Metodologia de avaliação**

Além da entrega das listas prevista na Metodologia de Ensino, está prevista uma prova síncrona a ser realizada ao final de semestre. A nota final será obtida pela média aritmética da nota obtida em cada atividade avaliativa. Será considerado aprovado o aluno que tiver, além de frequência suficiente, média maior ou igual a 6,0.

### **X. Avaliação final**

De acordo com o parágrafo 2º do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o aluno com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota da nova avaliação.

### XI. Cronograma teórico

As seções 1.1, 1.2, 1.3 e 1.4 do Conteúdo Programático já haviam sido dadas em sala antes da suspensão das aulas. De qualquer forma, será gravada uma videoaula de revisão deste conteúdo que ficará disponibilizada no Moodle. O cronograma abaixo se refere ao que ainda será ministrado.

Semana 1: 2.1, 2.6, 2.7.

Semana 2: 1.7, 2.2.

Semana 3: 1.5, 1.6, 2.3

Semana 4: 2.3, 2.4, 2.5.

Semana 5: 3.1, 3.2.

Semana 6: 3.3, 3.4.

Semana 7: 4.1, 4.2.

Semana 8: 4.3, 4.4.

Semana 9: 4.5, 4.6, 4.7.

Semana 10: 1.8, 1.9, 5.1.

Semana 11: 5.2, 5.3.

Semana 12: 6.1, 6.2.

Semana 13: 6.3, 6.4, 6.5.

Semana 14: 6.6, 6.7, 6.8.

Semana 15: 7.1, 7.2, 7.3.

Semana 16: 7.4, 7.5, 7.6, 7.7.

### XII. Cronograma prático

Não se aplica.

### XIII. Bibliografia básica

1. ALHFORS, L.V. – Complex analysis, 2nd ed., Mc Graw-Hill, NY, 1966.
2. AVILA, G. – Variáveis complexas e aplicações, 3ª edição, Rio de Janeiro: LTC, 2000.
3. BERNARDES JR, N. C., FERNANDEZ, C. S. – Introdução às Funções de uma Variável Complexa, 4ª edição, Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2016.
4. CONWAY, J. B. – Functions of one complex variable, 2nd ed., New York: Springer, 1978.
5. LANG, S. – Complex Analysis, 4th ed., New York: Springer, 1999.
6. MARSDEN, J. E., HOFFMAN, M. J. – Basic complex analysis, 2nd ed., W. H. Freeman and Company, New York, 1996.
7. STEWART, I., TALL, D. – Complex Analysis, Cambridge University Press, 2004.
8. Notas de aula "Funções de Uma Variável Complexa", professor Sérgio Zani (ICMC-USP), disponíveis em <https://sites.icmc.usp.br/szani/complexa.pdf>

### XIV. Bibliografia complementar

1. COLWELL, P., MATHEWS, J. C. – Introdução às Variáveis Complexas, Edgard Blücher Ltda, 1976.
2. CHURCHILL, V. R., BROWN, W. J. – Complex Variables and Applications, McGraw-Hill, 5th ed., 1990.
3. DUNCAN, J. – The elements of complex analysis, London: J. Wiley, 1968.
4. DETTMAN, J. W. – Applied complex variables, New York: Macmillan, 1966.
5. MEDEIROS, L. A. J. – Introdução às funções complexas, São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1972.
6. NETO, A. L. – Funções de uma variável complexa, 2ª edição, Rio de Janeiro: IMPA, 2008.

Florianópolis, 19 de agosto de 2020.

---

Professora Marianna Ravara Vago  
Coordenadora da disciplina