



Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática



Plano de ensino
Semestre 2021-1

I. Identificação da disciplina

<i>Código</i>	<i>Nome da disciplina</i>	<i>Horas-aula semanais</i>		<i>Horas-aula semestrais</i>
MTM3490	Introdução à Topologia	<i>Teóricas: 6</i>	<i>Práticas: 0</i>	108

II. Professor(es) ministrante(s)

Francisco Carlos Caramello Junior (francisco.caramello@ufsc.br)

III. Pré-requisito(s)

MTM3430 – Análise na Reta

IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a disciplina é oferecida

Matemática – Bacharelado, Matemática – Licenciatura.

V. Ementa

Métrica. Espaços métricos. Noções topológicas. Sequências. Espaços métricos completos. Continuidade. Continuidade uniforme. Compacidade. Conexidade.

VI. Objetivos

Ao final deste curso o aluno deve dominar os conceitos e noções básicas de topologia no contexto dos espaços métricos.

VII. Conteúdo programático

Unidade 1. Espaços métricos.

- 1.1. Métrica sobre um conjunto.
- 1.2. Espaço métrico.
- 1.3. Conjunto limitado e diâmetro de um conjunto, em um espaço métrico.
- 1.4. Distância de um ponto a um conjunto e distância de um conjunto a outro, em um espaço métrico.
- 1.5. Bola aberta, bola fechada e esfera, em um espaço métrico.
- 1.6. Subespaço métrico.
- 1.7. Caracterização de bolas em subespaços métricos em termos das bolas no espaço original.

Unidade 2. Conceitos básicos de topologia em espaços métricos.

- 2.1. Ponto interior de um conjunto e interior de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.2. Conjunto aberto em um espaço métrico.
 - 2.2.1. União arbitrária de abertos é aberto.
 - 2.2.2. Intersecção finita de abertos é aberto.
 - 2.2.3. Intersecção infinita de abertos pode não ser aberto.
- 2.3. Ponto de fronteira e fronteira de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.4. Ponto aderente de um conjunto e aderência (fecho) de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.5. Conjunto fechado em um espaço métrico.
 - 2.5.1. Intersecção arbitrária de fechados é fechado.
 - 2.5.2. União finita de fechados é fechado.
 - 2.5.3. União infinita de fechados pode não ser fechado.
- 2.6. Conjunto denso em um espaço métrico.
- 2.7. Ponto limite (de acumulação) de um conjunto em um espaço métrico.
- 2.8. Sequência em um espaço métrico.
 - 2.8.1. Limite de uma sequência em um espaço métrico.
 - 2.8.2. Sequência convergente e sequência divergente, em um espaço métrico.
 - 2.8.3. Unicidade de limite de sequência convergente em um espaço métrico.
 - 2.8.4. Sequência limitada em um espaço métrico.
- 2.9. Subsequência de uma sequência em um espaço métrico.
- 2.10. Caracterizações sequenciais para ponto interior, ponto de fronteira, ponto aderente e ponto limite em espaços

métricos. Caracterizações sequenciais resultantes para interior de um conjunto, fronteira de um conjunto, aderência de um conjunto, conjunto aberto, conjunto fechado.

Unidade 3. Continuidade.

- 3.1. Continuidade/descontinuidade em um ponto, de uma função de um espaço métrico em outro.
- 3.2. Função contínua de um espaço métrico em outro.
- 3.3. Caracterização de continuidade por bolas abertas.
- 3.4. Caracterização de continuidade por pré-imagens de conjuntos abertos.
- 3.5. Caracterização de continuidade por sequências.
- 3.6. A composição de funções contínuas é uma função contínua.
- 3.7. Homeomorfismo de um espaço métrico em outro.

Unidade 4. Espaços Métricos Completos.

- 4.1. Sequência de Cauchy.
- 4.2. Espaço métrico completo.
- 4.3. \mathbb{R} com a métrica usual é completo.
- 4.4. Teorema do ponto fixo de Banach.

Unidade 5. Espaços Métricos Compactos.

- 5.1. Cobertura de um subconjunto de um espaço métrico.
- 5.2. Subcobertura de uma cobertura.
- 5.3. Conjunto compacto em um espaço métrico (definição por coberturas).
- 5.4. Caracterização de compacto em um espaço métrico por pontos limite.
- 5.5. Caracterização de compacto em um espaço métrico por sequências.
- 5.6. Produtos cartesianos de espaços compactos.
- 5.7. Teorema de Heine-Borel em \mathbb{R}^n .

Unidade 6. Continuidade uniforme

- 6.1. Função uniformemente contínua de um espaço métrico em outro.
- 6.2. Caracterização de continuidade uniforme por sequências.
- 6.3. Função contínua com domínio compacto é uniformemente contínua.

Unidade 7. Conexidade.

- 7.1. Cisão de um espaço métrico.
- 7.2. Espaço métrico conexo.
- 7.3. Caracterização de conexidade por subconjuntos simultaneamente abertos e fechados.
- 7.4. Subconjunto conexo de um espaço métrico.
- 7.5. Imagem de conexo por função contínua é conexo.
- 7.6. Aderência de conjunto conexo é conexo.
- 7.7. Produtos cartesianos de espaços conexos.
- 7.8. Teorema do valor intermediário para espaços conexos.

VIII. Metodologia de ensino e desenvolvimento do programa

Serão ministradas aulas expositivas síncronas e assíncronas, com apresentação do conteúdo teórico e resolução de exercícios. Serão também propostas atividades assíncronas nas quais os alunos resolverão exercícios na plataforma Moodle. As aulas síncronas serão utilizadas majoritariamente para a resolução de exercícios e sanção de dúvidas. Elas ocorrerão uma vez por semana, por meio de vídeo-conferências na plataforma Google Meet (com o link de acesso divulgado e disponibilizado no Moodle), com duração de 50 minutos, compreendendo 16 horas-aula no total. As aulas assíncronas serão utilizadas para apresentação de conteúdo e resolução de exercícios selecionados. O modelo das apresentações será o mesmo daquele para as aulas síncronas. Elas ocorrerão uma vez por semana, com duração variável, totalizando 64 horas-aula, e serão disponibilizadas aos alunos pelo YouTube ou plataforma equivalente, com link compartilhado no Moodle. Será disponibilizada uma atividade assíncrona por semana no Moodle, exceto em semanas de prova, totalizando 28 horas-aula. Os alunos poderão sanar dúvidas com o professor, que ficará disponível online para atendimento via o chat do Moodle e via videoconferência caso necessário, semanalmente por uma hora. Todo o material utilizado durante as aulas e gerado para o curso, incluindo os slides, notas de aula e gravação das aulas assíncronas, será acumulado e ficará acessível pela plataforma Moodle durante todo o decorrer do curso. A presença dos alunos será registrada no Moodle com o módulo “presença” ou recurso similar.

IX. Metodologia de avaliação

Os alunos serão avaliados em formato assíncrono por meio de duas avaliações e das atividades semanais acima referidas. As avaliações terão o prazo de 12 horas para a resolução, enquanto as atividades semanais terão prazo de 7 dias. Denotando-se a média aritmética das notas das atividades por A e a média aritmética das notas das avaliações por P , a média final M será calculada pela fórmula

$$M = \frac{3A + 7P}{10}.$$

Será considerado aprovado o aluno que apresentar frequência suficiente e nota maior que ou igual a 6.

X. Avaliação final

Contemplando o parágrafo 2º do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o aluno com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. Esta avaliação será por meio de questionário no Moodle e ocorrerá de forma assíncrona, nos mesmos moldes das avaliações anteriores. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota da nova avaliação.

XI. Cronograma teórico

O conteúdo será distribuído homogeneamente no decorrer do semestre, resultando em 2 a 3 semanas de aula por unidade, seguindo-se o cronograma de uma aula síncrona, uma aula assíncrona e uma atividade assíncrona por semana (esta última exceto em semana de prova).

As datas das aulas síncronas serão definidas, em comum acordo com os alunos, na primeira semana de aula. A primeira avaliação ocorrerá por volta da sétima semana de aula e abrangerá os assuntos das Unidades 1 a 3. A segunda avaliação na última semana de aula e abrangerá os assuntos das Unidades 4 a 7. As datas precisas de ambas serão também ajustadas pelo professor, em comum acordo com os alunos, no decorrer do curso.

XII. Cronograma prático

Não se aplica.

XIII. Bibliografia básica

1. GONÇALVES, Mirian B.; GONÇALVES, Daniel. Elementos de análise, 2. ed, Florianópolis, UFSC/EAD/-CED/CFM, 2014. Disponível em <https://mtmgrad.paginas.ufsc.br/files/2014/04/Elementos-de-Análise.pdf>
2. LIMA, Elon L. Espaços métricos. 4. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2009.
3. KÜHLKAMP, Nilo. Introdução a topologia geral. 2. ed. rev. e ampl. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2002.
4. RUDIN, W.; Princípios de análise matemática. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, Brasília, DF: Universidade de Brasília, 1971.

XIV. Bibliografia complementar

1. DOMINGUES, Hygino H. Espaços métricos e introdução a topologia. São Paulo: Atual: Ed. da Universidade de São Paulo, 1982.
2. LANG, Serge. Analysis. Reading: Addison Wesley, 1968-69.
3. LIMA, Elon L. Elementos de topologia geral. Rio de Janeiro: IMPA, 1969.
4. MARSDEN, Jerrold E.; HOFFMAN, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W. H. Freeman, c1993.
5. MUNKRES, James R. Topology. 2nd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2000.

Florianópolis, 18 de maio de 2021.

Professor Francisco Carlos Caramello Junior
Coordenador da disciplina