



Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática



Plano de ensino
Semestre 2022.1

I. Identificação da disciplina

Código	Nome da disciplina	Horas-aula semanais		Horas-aula semestrais
MTM3432	Análise II	Teóricas: 4	Práticas: 0	72

II. Professor(es) ministrante(s)

Danilo Royer (danilo.royer@ufsc.br)

III. Pré-requisito(s)

MTM3431 – Análise I

IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a disciplina é oferecida

Matemática – Bacharelado, Matemática – Licenciatura

V. Ementa

Integral de Riemann de funções de várias variáveis. Medida de Lebesgue. Teoremas de convergência para integrais de Lebesgue. Espaços L^p .

VI. Objetivos

Concluindo a disciplina MTM3432 – Análise II, o aluno deverá ser capaz de:

- Trabalhar com as Integrais de Riemann e Lebesgue no espaço euclidiano \mathbb{R}^n ;
- Dominar os conceitos e técnicas empregadas na resolução de problemas sobre o conteúdo programático;
- Conhecer as principais propriedades dos espaços de funções integráveis a Lebesgue sobre um aberto do \mathbb{R}^n .

VII. Conteúdo programático

Unidade 1. Integral de Riemann.

- 1.1. Somas inferiores e superiores. Propriedades. Funções integráveis em domínios do \mathbb{R}^n . Condição de integrabilidade de Riemann. Condição de Darboux.
- 1.2. Conjuntos de medida nula em \mathbb{R}^n .
- 1.3. O Teorema de Lebesgue. Caracterização de funções integráveis a Riemann. Consequências. Relação medida da fronteira versus integrabilidade
- 1.4. Propriedades da integral de Riemann.
- 1.5. Teorema fundamental do Cálculo, mudança de variável e integração por partes.
- 1.6. Derivação sob o sinal de integração.
- 1.7. Integrais impróprias.

Unidade 2. Integral de Lebesgue

- 2.1. Medida exterior de Lebesgue no \mathbb{R}^n .
- 2.2. Conjuntos mensuráveis e funções mensuráveis. Propriedades.
- 2.3. Medidas. A medida de Lebesgue no \mathbb{R}^n .
- 2.4. Conjuntos de medida nula. Conjunto de Cantor.
- 2.5. Conjunto Generalizado de Cantor.
- 2.6. Conjuntos borelianos.
- 2.7. Existência de conjuntos não mensuráveis. Teorema de Vitali. Existência de funções não mensuráveis.
- 2.8. Outras caracterizações de conjuntos mensuráveis. Teorema de Carathéodory.
- 2.9. Funções simples. Integral de Lebesgue de funções simples.
- 2.10. Integral de Lebesgue de funções mensuráveis positivas.
- 2.11. Teorema de Egoroff. Lema de Fitou. Teorema da convergência monótona.
- 2.12. Integral de Lebesgue de funções mensuráveis.
- 2.13. Propriedades da integral de Lebesgue.
- 2.14. Teorema da convergência dominada de Lebesgue.
- 2.15. Comparação entre integrais de Lebesgue e Riemann.

VII. Conteúdo programático (continuação)

- 2.16. Teorema de Fubini.
- 2.17. Espaço L^p .

VIII. Metodologia de ensino e desenvolvimento do programa

O conteúdo será desenvolvido progressivamente nas aulas (presenciais) de forma expositiva e dialogada nos horários das aulas. No decorrer do período, serão disponibilizadas listas de exercícios sobre o conteúdo.

IX. Metodologia de avaliação

O aluno será avaliado através de 3 avaliações parciais que serão aplicadas presencialmente em datas a ser decididas durante o semestre. Será calculada a média aritmética das notas obtidas nas avaliações e será considerado aprovado o aluno que tiver, além de frequência suficiente, média maior ou igual a 6,0.

X. Avaliação final

De acordo com o parágrafo 2 do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o aluno com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação (presencial), no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota da nova avaliação.

XI. Cronograma teórico

Será seguido a ordem dos tópicos conforme eles aparecem no plano de ensino.

XII. Cronograma prático

Não se aplica.

XIII. Bibliografia básica

1. LIMA, E. – Curso de Análise, Volume 2, 12ª edição, Projeto Euclides, EMPA, Rio de Janeiro.
2. RUDIN, W. – Princípios de Análise Matemática; Ao Livro Técnico e Editora Universidade de Brasília; 1971.
3. BARTLE, R. G. – Elementos de Análise Real, Rio de Janeiro. Editora Campus, 1983.

XIV. Bibliografia complementar

1. ISNARD, C. – Introdução à medida e integração. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 2009. 314 p.(Projeto Euclides)
2. MARSDEP, J. e HOFFMAN, M. – Elementary Classical Analysis, Second edition, W. H. Freeman and Company, New York, 1993
3. RANA, K. – An Introduction to Measure and Integration, Second edition, AMS, Graduate Studies in Mathematics, Volume 45, Providence, 2002.
4. ROYDEN, H.L. e FITZPATRICK, P.M. – Real Analysis, Fourth edition, Pearson, 2010.
5. BARTLE, R.G. – The Elements of Integration and Lebesgue Measure, John Wiley & Sons Inc., Wiley Classics. Library Edition Published, New York, 1995.

Florianópolis, 16 de fevereiro de 2022.

Professor Danilo Royer
Coordenador da disciplina