



Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas  
Departamento de Matemática



Plano de ensino  
Semestre 2023-1

I. Identificação da disciplina

<i>Código</i>	<i>Nome da disciplina</i>	<i>Horas-aula semanais</i>		<i>Horas-aula semestrais</i>
MTM3422	Álgebra Linear II	<i>Teóricas: 4</i>	<i>Práticas: 0</i>	72

II. Professor(es) ministrante(s)

Leonardo Silveira Borges (l.s.borges@ufsc.br)

III. Pré-requisito(s)

MTM3421 – Álgebra Linear I

IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a disciplina é oferecida

Matemática – Bacharelado, Matemática – Licenciatura.

V. Ementa

Espaços vetoriais sobre  $\mathbb{C}$ , espaços com produto interno, Gram-Schmidt e a decomposição  $QR$ , método dos mínimos quadrados, Teorema de representação de Riesz. Operadores especiais em espaços com produto interno: operadores unitários e isometrias, operadores autoadjuntos. Autovalores e autovetores, operadores e matrizes diagonalizáveis, Teorema de Cayley-Hamilton, forma canônica de Jordan. Teorema de Schur, Teorema espectral, decomposição em valores singulares.

VI. Objetivos

Concluindo o programa de MTM3422 – Álgebra Linear II, o aluno deverá ser capaz de:

- Trabalhar com a aritmética nos números complexos.
- Trabalhar os conceitos da disciplina igualmente com espaços vetoriais/transformações lineares, e com matrizes.
- Compreender os conceitos da disciplina dos pontos de vista geométrico e algébrico.
- Entender o produto interno como uma ferramenta que nos permite abstrair algebricamente as noções geométricas de comprimento, distância e ângulo para qualquer espaço vetorial sobre  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ .

VII. Conteúdo programático

Unidade 1. Espaços vetoriais sobre o corpo dos números complexos.

- 1.1 O corpo  $\mathbb{C}$  dos números complexos.
- 1.2 Polinômios sobre  $\mathbb{C}$  e o Teorema Fundamental da Álgebra.
- 1.3 Espaços vetoriais sobre  $\mathbb{C}$ .

Unidade 2. Espaços vetoriais (sobre  $\mathbb{C}$  ou  $\mathbb{R}$ ) com produto interno.

- 2.1 Produto interno, espaço vetorial com produto interno (sobre  $\mathbb{C}$  ou  $\mathbb{R}$ ).
- 2.2 Norma e distância induzidas de um produto interno.
- 2.3 Ortogonalidade.
- 2.4 Teorema de Pitágoras.
- 2.5 Desigualdades de Cauchy-Schwarz e triangular.
- 2.6 Ângulo entre vetores não nulos.
- 2.7 Conjunto ortogonal e ortonormal, base ortonormal.
- 2.8 Processo de ortonormalização de Gram-Schmidt, existência de bases ortonormais.
- 2.9 Decomposição  $QR$ .
- 2.10 Complemento ortogonal de um subespaço vetorial.
- 2.11 Projeção ortogonal sobre um subespaço vetorial finitamente gerado.
- 2.12 Método dos mínimos quadrados.
- 2.13 Teorema de representação de Riesz (dimensão finita).
- 2.14 Adjunto de um operador linear (dimensão finita).

Unidade 3. Operadores especiais em espaços com produto interno (sobre  $\mathbb{C}$  ou  $\mathbb{R}$ ).

3.1 Operador unitário e isometria.

3.2 Matriz unitária e matriz ortogonal.

3.3 Operador auto-adjunto.

3.4 Matriz hermitiana e matriz simétrica.

Unidade 4. Autovalores e autovetores.

4.1 Autovalores e autovetores de um operador linear.

4.2 Autoespaço associado a um autovalor e multiplicidade geométrica.

4.3 Polinômio característico de um operador linear.

4.4 Multiplicidade algébrica de um autovalor.

4.5 Operador diagonalizável.

4.6 Relação entre diagonalizabilidade e as multiplicidades algébrica e geométrica.

4.7 Polinômio minimal de um operador linear.

4.8 Teorema de Cayley-Hamilton.

4.9 Relação entre diagonalizabilidade e o polinômio minimal.

4.10 Autovalores e autovetores de uma matriz quadrada.

4.11 Matriz diagonalizável.

4.12 Forma canônica de Jordan.

4.13 Teorema de triangularização de Schur.

4.14 Teorema espectral para operadores auto-adjuntos (versão complexa, dimensão finita).

4.15 Decomposição em valores singulares.

### **VIII. Metodologia de ensino e desenvolvimento do programa**

Serão ministradas aulas expositivas e dialogadas, com resolução de exercícios em sala de aula.

### **IX. Metodologia de avaliação**

O aluno será avaliado através de 3 provas parciais que serão realizadas ao longo do semestre letivo. Será calculada a média aritmética (ou ponderada) das notas obtidas nas avaliações e será considerado aprovado o aluno que tiver, além de frequência suficiente, média maior ou igual a 6,0.

### **X. Avaliação final**

De acordo com o parágrafo 2º do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o aluno com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota da nova avaliação.

### **XI. Cronograma teórico**

Será definido pelo professor ministrante.

### **XII. Cronograma prático**

Não se aplica.

### **XIII. Bibliografia básica**

1. BOLDRINI, José L. et al. Álgebra linear. 3. ed. ampl. e rev. São Paulo: Harbra, c1986.
2. COELHO, Flávio U.; LOURENÇO, Mary L. Um curso de álgebra linear. 2. ed. rev. e ampl. São Paulo: EDUSP, c2005. 261 p. (Acadêmica; 34).
3. STRANG, Gilbert. Álgebra linear e suas aplicações. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

### **XIV. Bibliografia complementar**

1. AXLER, Sheldon. Linear algebra done right. 2. ed. New York: Springer, 1997.
2. CALLIOLI, Carlos A.; COSTA, Roberto C. F.; DOMINGUES, Hygino H. Álgebra linear e aplicações. 6. ed. reform. São Paulo: Atual, 1990.
3. HOFFMAN, Kenneth; KUNZE, Ray A. Algebra linear. 2. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1979.
4. KOLMAN, Bernard; HILL, David R. Álgebra linear com aplicações. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.
5. LIMA, Elon Lages. Álgebra linear. 8. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2009.
6. LIPSCHUTZ, Seymour; LIPSON, Marc. Álgebra linear. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2011 (Coleção Schaum).

Florianópolis, 2 de dezembro de 2022.

---

Professor Leonardo Silveira Borges