



Universidade Federal de Santa Catarina
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas
Departamento de Matemática



Plano de ensino
Semestre 2023.1

I. Identificação da disciplina

<i>Código</i>	<i>Nome da disciplina</i>	<i>Horas-aula semanais</i>		<i>Horas-aula semestrais</i>
MTM3490	Introdução à Topologia	<i>Teóricas: 6</i>	<i>Práticas: 0</i>	108

II. Professor(es) ministrante(s)

Francisco Carlos Caramello Junior (francisco.caramello@ufsc.br)

III. Pré-requisito(s)

MTM3430 – Análise na Reta

IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a disciplina é oferecida

Matemática – Bacharelado

V. Ementa

Métrica. Espaços métricos. Noções topológicas. Sequências. Espaços métricos completos. Continuidade. Continuidade uniforme. Compacidade. Conexidade.

VI. Objetivos

Ao final deste curso o aluno deve dominar os conceitos e noções básicas de topologia no contexto dos espaços métricos.

VII. Conteúdo programático

Unidade 1. Espaços métricos.

- 1.1. Métrica sobre um conjunto.
- 1.2. Espaço métrico.
- 1.3. Conjunto limitado e diâmetro de um conjunto, em um espaço métrico.
- 1.4. Distância de um ponto a um conjunto e distância de um conjunto a outro, em um espaço métrico.
- 1.5. Bola aberta, bola fechada e esfera, em um espaço métrico.
- 1.6. Subespaço métrico.
- 1.7. Caracterização de bolas em subespaços métricos em termos das bolas no espaço original.

Unidade 2. Conceitos básicos de topologia em espaços métricos.

- 2.1. Ponto interior de um conjunto e interior de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.2. Conjunto aberto em um espaço métrico.
 - 2.2.1. União arbitrária de abertos é aberto.
 - 2.2.2. Intersecção finita de abertos é aberto.
 - 2.2.3. Intersecção infinita de abertos pode não ser aberto.
- 2.3. Ponto de fronteira e fronteira de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.4. Ponto aderente de um conjunto e aderência (fecho) de um conjunto, em um espaço métrico.
- 2.5. Conjunto fechado em um espaço métrico.
 - 2.5.1. Intersecção arbitrária de fechados é fechado.
 - 2.5.2. União finita de fechados é fechado.
 - 2.5.3. União infinita de fechados pode não ser fechado.
- 2.6. Conjunto denso em um espaço métrico.
- 2.7. Ponto limite (de acumulação) de um conjunto em um espaço métrico.
- 2.8. Sequência em um espaço métrico.
 - 2.8.1. Limite de uma sequência em um espaço métrico.
 - 2.8.2. Sequência convergente e sequência divergente, em um espaço métrico.
 - 2.8.3. Unicidade de limite de sequência convergente em um espaço métrico.
 - 2.8.4. Sequência limitada em um espaço métrico.
- 2.9. Subsequência de uma sequência em um espaço métrico.
- 2.10. Caracterizações sequenciais para ponto interior, ponto de fronteira, ponto aderente e ponto limite em espaços

VII. Conteúdo programático (continuação)

métricos. Caracterizações sequenciais resultantes para interior de um conjunto, fronteira de um conjunto, aderência de um conjunto, conjunto aberto, conjunto fechado.

Unidade 3. Continuidade.

- 3.1. Continuidade/descontinuidade em um ponto, de uma função de um espaço métrico em outro.
- 3.2. Função contínua de um espaço métrico em outro.
- 3.3. Caracterização de continuidade por bolas abertas.
- 3.4. Caracterização de continuidade por pré-imagens de conjuntos abertos.
- 3.5. Caracterização de continuidade por sequências.
- 3.6. A composição de funções contínuas é uma função contínua.
- 3.7. Homeomorfismo de um espaço métrico em outro.

Unidade 4. Espaços Métricos Completos.

- 4.1. Sequência de Cauchy.
- 4.2. Espaço métrico completo.
- 4.3. \mathbb{R} com a métrica usual é completo.
- 4.4. Teorema do ponto fixo de Banach.

Unidade 5. Espaços Métricos Compactos.

- 5.1. Cobertura de um subconjunto de um espaço métrico.
- 5.2. Subcobertura de uma cobertura.
- 5.3. Conjunto compacto em um espaço métrico (definição por coberturas).
- 5.4. Caracterização de compacto em um espaço métrico por pontos limite.
- 5.5. Caracterização de compacto em um espaço métrico por sequências.
- 5.6. Produtos cartesianos de espaços compactos.
- 5.7. Teorema de Heine-Borel em \mathbb{R}^n .

Unidade 6. Continuidade uniforme

- 6.1. Função uniformemente contínua de um espaço métrico em outro.
- 6.2. Caracterização de continuidade uniforme por sequências.
- 6.3. Função contínua com domínio compacto é uniformemente contínua.

Unidade 7. Conexidade.

- 7.1. Cisão de um espaço métrico.
- 7.2. Espaço métrico conexo.
- 7.3. Caracterização de conexidade por subconjuntos simultaneamente abertos e fechados.
- 7.4. Subconjunto conexo de um espaço métrico.
- 7.5. Imagem de conexo por função contínua é conexo.
- 7.6. Aderência de conjunto conexo é conexo.
- 7.7. Produtos cartesianos de espaços conexos.
- 7.8. Teorema do valor intermediário para espaços conexos.

VIII. Metodologia de ensino e desenvolvimento do programa

Serão ministradas aulas expositivas e dialogadas com resolução de exercícios em sala de aula.

IX. Metodologia de avaliação

O aluno será avaliado através de três avaliações escritas (P_1 , P_2 e P_3). Nota final (M_f) será a média aritmética das notas nessas avaliações:

$$M_f = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{3}$$

O aluno com frequência suficiente e média final maior do que ou igual a 6,0 será considerado aprovado na disciplina.

X. Avaliação final

O aluno com frequência suficiente e nota final de 3,0 a 5,5 poderá fazer uma prova de recuperação (R), no final do semestre, abordando todo o conteúdo da disciplina. A nota final desse aluno será dada por

$$\frac{M_f + R}{2}.$$

Será considerado aprovado o aluno que tiver frequência suficiente e nota final maior do que ou igual a 6,0.

XI. Cronograma teórico

Nas primeiras 6 semanas serão abordados os conteúdos das unidades 1 a 3, e será então realizada a avaliação P_1 . Nas 6 semanas seguintes serão vistas as unidades 4 e 5 e será aplicada a avaliação P_2 sobre esses assuntos. Por fim, nas 5 semanas finais veremos as unidades 6 e 7 com a respectiva avaliação P_3 . O cronograma pode sofrer pequenas alterações ao longo do semestre a critério do professor, a depender do rendimento da turma.

XII. Cronograma prático

Não se aplica.

XIII. Bibliografia básica

1. GONÇALVES, Mirian B.; GONÇALVES, Daniel. Elementos de análise, 2. ed, Florianópolis, UFSC/EAD/-CED/CFM, 2014. Disponível em <https://mtmgrad.paginas.ufsc.br/files/2014/04/Elementos-de-Análise.pdf>
2. LIMA, Elon L. Espaços métricos. 4. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2009.
3. KÜHLKAMP, Nilo. Introdução a topologia geral. 2. ed. rev. e ampl. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2002.
4. RUDIN, W.; Princípios de análise matemática. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, Brasília, DF: Universidade de Brasília, 1971.

XIV. Bibliografia complementar

1. DOMINGUES, Hygino H. Espaços métricos e introdução a topologia. São Paulo: Atual: Ed. da Universidade de São Paulo, 1982.
2. LANG, Serge. Analysis. Reading: Addison Wesley, 1968-69.
3. LIMA, Elon L. Elementos de topologia geral. Rio de Janeiro: IMPA, 1969.
4. MARSDEN, Jerrold E.; HOFFMAN, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: W. H. Freeman, c1993.
5. MUNKRES, James R. Topology. 2nd ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2000.

Florianópolis, 30 de novembro de 2022.

Professor Francisco Carlos Caramello
Junior
Coordenador da disciplina