

# MTM 3436 - Variáveis Complexas

## Plano de Ensino -2022-1

13 de março de 2022

- Código da Disciplina  
MTM 3436
- Nome da Disciplina  
Variável Complexa
- Horas-aula Semanais  
6 h
- Horas-aula Semestrais  
108 h
- Professor Ministrante  
Fabio Silva Botelho
- Pré- Requisitos  
MTM-3403 Cálculo 3
- Cursos para os quais a disciplina é oferecida  
Bacharelado em Matemática, Licenciatura em Matemática
- Ementa  
Números complexos. Sequências no plano complexo. Funções de uma variável complexa. Condições de Cauchy-Riemann. Integração de funções complexas. Teorema de Cauchy. Fórmula integral de Cauchy. Teorema de Goursat. Funções analíticas e séries de potências. Séries de Laurent. Cálculos de integrais com resíduos. A esfera de Riemann. Transformações conformes e suas aplicações.
- Objetivos  
Proporcionar ao estudante o desenvolvimento de conhecimentos sobre tópicos básicos e mais avançados relativos à teoria de variáveis complexas.

- Conteúdo Programático

Unidade 1. Números Complexos e Sequências de Números Complexos

- 1.1. O corpo dos números complexos
- 1.2. Conjugado e valor absoluto
- 1.3. A forma polar
- 1.4. Extração de raízes complexas
- 1.5. A exponencial complexa
- 1.6. O logaritmo complexo
- 1.7. Potências complexas
- 1.8. Sequências de números complexos; convergência de sequências
- 1.9. Séries de números complexos; convergência de séries

Unidade 2. Funções Complexas

- 2.1 Funções de uma variável complexa
- 2.2 As funções racionais
- 2.3 A função exponencial e as funções trigonométricas
- 2.4 As funções hiperbólicas
- 2.5 Funções inversas à direita; função raiz  $n$ -ésima principal; função logaritmo principal; função potência principal
- 2.6. Continuidade de funções de uma variável complexa
- 2.7. Limite de funções de uma variável complexa

Unidade 3. Funções Analíticas

- 3.1. Derivação complexa
- 3.2. Relações de Cauchy-Riemann
- 3.3. Funções analíticas
- 3.4. Ramos analíticos de funções inversas

Unidade 4. Integração Complexa

- 4.1. Integrais ao longo de caminhos
- 4.2. O teorema de Cauchy, versão local
- 4.3. A fórmula integral de Cauchy, versão local

- 4.4. Aplicações da fórmula integral de Cauchy
- 4.5. O teorema de Cauchy-Goursart, versão global
- 4.6. A fórmula integral de Cauchy, versão global
- 4.7. Existência de primitivas globais em regiões simplesmente conexas

#### Unidade 5. Séries de Taylor e Séries de Laurent

- 5.1. Séries de Taylor; caracterização de analiticidade via representação em série de Taylor
- 5.2. Séries de Laurent
- 5.3. Zeros de funções analíticas; fatoração de uma função analítica em torno de um zero; princípio de continuação analítica

#### Unidade 6. Singularidades Isoladas

- 6.1. Classificação de singularidades via série de Laurent
- 6.2. Resíduo de uma singularidade isolada
- 6.3. Teorema dos Resíduos
- 6.4. Cálculo de integrais reais usando o teorema dos resíduos
- 6.5. O Princípio do Argumento
- 6.6. Teorema de Rouché
- 6.7. Teorema da Aplicação Aberta
- 6.8. Teorema da Função Inversa

#### Unidade 7. Transformações Conformes

- 7.1. Ângulo entre curvas no plano complexo
- 7.2. Transformações conformes do plano complexo sobre si e do disco unitário sobre si
- 7.3. A esfera de Riemann
- 7.4. Transformações de Möbius
- 7.5. Pontos fixos de uma transformação de Möbius
- 7.6. Razão cruzada de uma transformação de Möbius
- 7.7. O Teorema da Aplicação de Riemann

- . Metodologia de ensino e desenvolvimento do programa

A disciplina será essencialmente no formato presencial.

O conteúdo será ministrado mediante aulas expositivas e aulas de exercícios. Listas de exercícios serão disponibilizadas no Moodle.

Covém observar que o semestre letivo compreende 16 semanas de aula, as quais correspondem à uma carga horária de 96 h. Outras 6 h da carga horária corresponderão à semana de recepção e integração dos estudantes a ser organizada pela UFSC. Finalmente, mais 6 h aula corresponderão a duas atividades de avaliação não presenciais referentes a listas de exercícios a serem especificadas ao longo do curso, as quais deverão serem entregues por todos os estudantes matriculados no curso.

- Metodologia de avaliação

Serão três avaliações presenciais durante o semestre. A nota final será obtida pela média aritmética das notas obtidas nas avaliações presenciais. Será considerado aprovado o aluno que tiver, além de frequência suficiente, média maior ou igual a 6,0.

- Avaliação final

De acordo com o parágrafo 2o do artigo 70 da Resolução 17/Cun/97, o aluno com frequência suficiente e média das avaliações do semestre de 3,0 a 5,5 terá direito a uma nova avaliação, no final do semestre, abordando todo o conteúdo programático. A nota final desse aluno será calculada através da média aritmética entre a média das avaliações anteriores e a nota da nova avaliação

- Bibliografia básica

1. CHURCHILL, V. R., BROWN, W. J. : Complex Variables and Applications, McGraw-Hill, 5th ed., 1990.
2. ALHFORS, L.V. : Complex analysis, 2nd ed., Mc Graw-Hill, NY, 1966.
3. AVILA, G. : Variáveis complexas e aplicações, 3a edição, Rio de Janeiro: LTC, 2000.
4. CONWAY, J. B. : Functions of one complex variable, 2nd ed., New York: Springer, 1978.

Fabio Silva Botelho, 13 de março de 2022.