



Universidade Federal de Santa Catarina  
Centro de Ciências Físicas e Matemáticas  
Departamento de Matemática



Plano de ensino  
Semestre 2020-2

I. Identificação da disciplina

<i>Código</i>	<i>Nome da disciplina</i>	<i>Horas-aula semanais</i>		<i>Horas-aula semestrais</i>
MTM3481	Geometria Diferencial	<i>Teóricas: 6</i>	<i>Práticas: 0</i>	108

II. Professor(es) ministrante(s)

Marianna Ravara Vago

III. Pré-requisito(s)

MTM3403 – Cálculo III

IV. Curso(s) para o(s) qual(is) a disciplina é oferecida

Matemática – Licenciatura.

V. Ementa

Curvas em  $\mathbb{R}^3$ . Curvas em  $\mathbb{R}^n$ . Curvas planas. Teoria Global. Superfícies em  $\mathbb{R}^3$ . Aplicação de Gauss (Segunda Forma Fundamental). Geometria Esférica. Geometria Hiperbólica.

VI. Objetivos

Concluindo o programa de MTM3481 – Geometria Diferencial, o aluno deverá ser capaz de:

- Introduzir técnicas diferenciais para o estudo de curvas e superfícies.
- Introduzir uma estrutura (métrica) Riemanniana sobre a superfície através de um mergulho em  $\mathbb{R}^3$ .
- Estudar objetos intrínsecos (ex. curvatura, torção) definidos pela métrica.
- Estudar exemplos de geometrias não euclidianas.

VII. Conteúdo programático

Unidade 1. Curvas

- 1.1 Curvas em  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$ .
- 1.2 Curvas parametrizadas. Curvas regulares.
- 1.3 Comprimento de arco.
- 1.4 Curvatura e torção.
- 1.5 Curvas em  $\mathbb{R}^n$ .
- 1.6 Referencial de Frenet, Equações de Frenet.
- 1.7 Teoria local de curvas parametrizadas pelo comprimento de arco.
- 1.8 Teoria global de curvas planas.

Unidade 2. Superfícies regulares em  $\mathbb{R}^3$ .

- 2.1 Superfícies regulares. Imagem inversa de valores regulares.
- 2.2 Funções diferenciáveis sobre superfícies.
- 2.3 Plano tangente.
- 2.4 Aplicações diferenciáveis entre superfícies e a derivada de uma aplicação.
- 2.5 Primeira Forma Fundamental (métrica induzida). Área.
- 2.6 Orientação de superfícies, superfícies não orientáveis.
- 2.7 Campos vetoriais sobre superfícies.

Unidade 3. Aplicação Normal de Gauss.

- 3.1 Segunda Forma Fundamental.
- 3.2 Curvatura média, curvatura Gaussiana.
- 3.3 Derivada covariante.
- 3.4 Símbolos de Christoffel.
- 3.5 Teorema Egregium de Gauss e equações de Mainardi-Codazzi.
- 3.6 Transporte paralelo.

3.7 Geodésicas.

Unidade 4. Teorema de Gauss-Bonnet.

Unidade 5. Exemplos de Geometria

5.1 Geometria Esférica.

5.1.1 Geodésicas de  $\mathbb{S}^2$ .

5.1.2 Isometrias de  $\mathbb{S}^2$ .

5.1.3 Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo geodésico.

5.2 Geometria Hiperbólica.

5.2.1 Modelo do semiplano superior  $\mathbb{H}^2$ .

5.2.2 Geodésicas de  $\mathbb{H}^2$ .

5.2.3 Isometrias de  $\mathbb{H}^2$ .

5.2.4 Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo geodésico.

### VIII. Metodologia de ensino e desenvolvimento do programa

A disciplina será dividida na proporção de 60% atividades síncronas, e 40% atividades assíncronas, como descrito a seguir. As aulas síncronas ocorrerão uma ou duas vezes por semana, pelo Google Meet, e serão utilizadas para ministrar conteúdo, tirar dúvidas, e resolução de exercícios. Estas aulas serão gravadas e ficarão disponíveis aos alunos via Moodle. O conteúdo também poderá, eventualmente, ser apresentado através de videoaulas assíncronas gravadas. Serão disponibilizadas, via Moodle, listas de exercícios. Uma vez ao mês, será disponibilizada aos alunos uma lista de exercícios que deverá ser entregue e contará como atividade avaliativa. A frequência será contabilizada através da participação nas aulas síncronas e da entrega das listas.

### IX. Metodologia de avaliação

Os alunos serão avaliados mediante a entrega de listas de exercícios. A nota final será obtida pela média aritmética das notas obtidas nas listas para entregar citadas na Metodologia de Ensino. Será considerado aprovado o aluno que tiver, além de frequência suficiente, média maior ou igual a 6,0.

### X. Avaliação final

Conforme o parágrafo 2º do artigo 70, o aluno com frequência suficiente (FS) e média  $M$  entre 3,0 (três) e 5,5 (cinco vírgula cinco) terá direito a uma avaliação final.

De acordo com o parágrafo 3º do artigo 71, a nota final será calculada através da média aritmética entre  $M$  e a nota obtida na avaliação final. O aluno estará aprovado se obtiver nota final maior ou igual a 6,0 (seis vírgula zero).

### XI. Cronograma teórico

O conteúdo será ministrado como segue:

Semanas 1, 2, 3, 4: Unidade 1

Semanas 5, 6, 7, 8: Unidade 2

Semanas 9, 10, 11, 12: Unidade 3

Semanas 13, 14: Unidade 4

Semanas 15 e 16: Unidade 5

### XII. Cronograma prático

Não se aplica.

### XIII. Bibliografia básica

1. DO CARMO, M. P. : “Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies”. SBM Textos Universitários, 4a Ed, 2010.
2. TENENBLAT, K. : “Introdução à Geometria Diferencial”. Ed. Blucher, 2a Ed, 2008.
3. ARAÚJO, P.V. : “Geometria Diferencial”. SBM Coleção Matemática universitária, IMPA 2012.
4. O’NEILL, B. : “Elementary Differential Geometry”. Elsevier, 2a Ed, 2006.
5. BÄR, C. : “Elementary Differential Geometry”. Cambridge University Press, 2010.
6. Notas de Aula “Geometria Diferencial”, Professor Rodney Josué Biezuner (UFMG), disponíveis em [http://150.164.25.15/~rodney/notas\\_de\\_aula/geometria\\_diferencial.pdf](http://150.164.25.15/~rodney/notas_de_aula/geometria_diferencial.pdf)

#### XIV. Bibliografia complementar

1. KLINGENBERG, W. : "A Course in Differential Geometry". Springer, 1978.
2. RATCLIFFE, J.G. : " Foundations of Hyperbolic Manifolds". Springer, 2006. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/978-0-387-47322-2>
3. SCHLICHTKRULL, H. : "Curves and Surfaces". Kopenhagen, 2013. Disponível em: <http://www.math.ku.dk/noter/filer/geom1-2013.pdf>.
4. SPIVAK, M. : "A Comprehensive Introduction to Differential Geometry", vol. III, Publish or Perish, 2a Ed, 1979.
5. SHIFRIN, T. : "Differential Geometry: A First Course in Curves and Surfaces". University of Georgia, 2012.

Florianópolis, 17 de dezembro de 2020.

---

Professora Marianna Ravara Vago  
Coordenadora da disciplina