

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

**PROGRAMA DE MTM 5172 - MÉTODOS DE FÍSICA-MATEMÁTICA II**

PRÉ-REQUISITO: MTM 5171

Nº DE HORAS-AULA SEMANAIS: 06

Nº TOTAL DE HORAS-AULA: 108

SEMESTRE:

CURSO: Física

EMENTA: Equações diferenciais parciais de segunda ordem do tipo: hiperbólico, parabólico e elíptico. Separação de variáveis. Método de Frobenius. Funções de Green. Funções especiais: Polinômios de Legendre e Hermite, harmônicos esféricos, funções de Bessel, de Laguerre e hipergeométricas.

OBJETIVOS: O aluno deverá ser capaz de:

1. Classificar em tipos as EDP's lineares com coeficientes constantes em duas variáveis independentes;
2. Identificar e resolver problemas da Física-Matemática que envolvem as EDPs do calor, de Laplace, de ondas e de Schrödinger nos sistemas de coordenadas usuais em uma, duas e três dimensões espaciais;
3. Resolver equações diferenciais ordinárias lineares a coeficientes variáveis decorrentes dos vários tipos de EDPs, e os problemas de autovalores associados;
4. Utilizar propriedades de funções especiais na resolução de problemas de contorno;
5. Resolver problemas de contorno pelo método da função de Green.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:

**I - EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS LINEARES DE 2ª ORDEM**

1. Classificação e formas canônicas para EDPs a coeficientes constantes;
2. Soluções por separação de variáveis (em vários sistemas de coordenadas);
3. Equação de Cauchy-Euler e Método de Frobenius para EDOs a coeficientes variáveis, (ex.: a equação *hipergeométrica* de Gauss);
4. Teoria de Sturm-Liouville e problemas de auto-valores;
5. Método da função de Green para problemas (não) homogêneos.

**II - EQUAÇÕES DO TIPO PARABÓLICO**

1. Equação da propagação do *calor* unidimensional e problemas de contorno e valor inicial associados;
2. Resolução por separação de variáveis e expansão em autofunções;
3. Problemas em domínios não limitados;
4. Equações não homogêneas: noções do método de variação dos parâmetros;
5. Considerações sobre existência e unicidade de soluções.

### III – EQUAÇÕES DO TIPO HIPERBÓLICO

1. Modelo matemático para a corda vibrante - a *equação da onda* unidimensional;
2. Separação de variáveis, expansão em autofunções;
3. Propriedades físicas (energia, frequência, amplitude, harmônicos);
4. Considerações sobre unicidade;
5. Equação da onda bidimensional em coordenadas polares, funções de *Bessel* e propriedades;
6. Equação da onda tridimensional em coordenadas esféricas, funções de *Bessel esféricas* e propriedades;

### IV - EQUAÇÕES DO TIPO ELÍPTICO

1. *Equação de Laplace* em problemas de Dirichlet e de Neumann;
2. Problemas bidimensionais em coordenadas cartesianas e polares;
3. Problemas tridimensionais em coordenadas cilíndricas (funções de *Bessel*.)
4. Problemas tridimensionais em coordenadas esféricas, propriedades gerais dos polinômios de *Legendre* e dos *harmônicos esféricos*;
5. Funções harmônicas: fórmulas de Green, representação integral, princípio de máximo-mínimo e teoremas de unicidade para problemas de Dirichlet e de Neumann;
6. Equação de *Schrödinger* independente do tempo para o oscilador harmônico unidimensional (polinômios de *Hermite* e propriedades) e para o oscilador harmônico tridimensional isotrópico (polinômios de *Laguerre* e propriedades).

### BIBLIOGRAFIA

1. G. ARFKEN, “Mathematical Methods for Physicists”, Academic Pr., 1985.
2. J. BELLANDI FILHO, “Funções Especiais”, Papirus, 1986.
3. P.W. BERG, J.L.McGREGOR, “Elementary Partial Differential Equations”, Holden-Day, S. Francisco, 1966.
4. W. BOYCE, R.C. DIPRIMA, “Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems”, John Wiley, 1969.
5. E. BUTKOV, “Física Matemática”, LTC Editora, 1988.
6. R. COURANT, D. HILBERT, “Methods of Mathematical Physics”, vol. II, Interscience, 1962.
7. H.F. DAVIS “Fourier Series and Orthogonal Functions”, Dover, 1963.
8. R. DENNEMEYER, “Introduction to Partial Differential Equations and Boundary Value Problems”, McGraw-Hill, 1968.
9. D.G. DE FIGUEIREDO, “Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais”, Projeto Euclides, IMPA - CNPq, Rio de Janeiro, 1987.
10. R. HABERMAN, “Elementary Applied Partial Differential Equations”, Prentice Hall, 1983.
11. V. IÓRIO, “EDP, um curso de graduação”, IMPA-CNPq, Rio de Janeiro, 1991.
12. N.N. LEBEDEV, “Special Functions & their Representations”, Dover, 1972.
13. S.L. SOBOLEV, “Partial Differential Equations of Mathematical Physics”, Pergamon / Dover, 1964.
14. A. TIJONOV, A. SAMARSKI, “Ecuaciones de la Física Matemática”, Mir, 1972.