

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

**PROGRAMA MTM 5262 - ÁLGEBRA II**

PRÉ-REQUISITO(S): MTM 5261

Nº DE HORAS-AULA SEMANAIS: 06

Nº TOTAL DE HORAS-AULA: 108

CURSOS: Bacharelado em Matemática e Computação Científica.

EMENTA: Grupos. Subgrupos, classes laterais e Teorema de Lagrange. Subgrupos normais e grupos quociente. Homomorfismos de grupos. Grupos cíclicos. Grupos de permutações. Teorema de Cayley. Teorema de Cauchy. Teoremas de Sylow (aplicações). Grupos simples. Grupos solúveis.

OBJETIVOS DO CURSO: Propiciar ao aluno condições de:

- Desenvolver sua capacidade de dedução;
- Desenvolver sua capacidade de raciocínio lógico e organizado;
- Desenvolver sua capacidade de formulação e interpretação de situações matemáticas;
- Desenvolver seu espírito crítico e criativo;
- Perceber e compreender o interrelacionamento das diversas áreas da Matemática apresentadas ao longo do Curso;
- Organizar, comparar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

OBJETIVO DA DISCIPLINA:

Propiciar ao aluno condições de trabalhar com a estrutura de grupo aplicando resultados relevantes da teoria.

II - CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:

**1. Grupos e Subgrupos**

- Definição de grupo e grupo abeliano. Propriedades elementares de um grupo.
- Exemplos de grupos.
- Raízes da Unidade.
- O grupo  $S_n$ .
- Grupo de Rotações.
- Grupos Diedrais.
- Definição de subgrupo, e condições equivalentes a definição.
- Exemplos.
- Determinação dos subgrupos de  $Z$ .
- Subgrupo gerado por um conjunto e grupos cíclicos.
- Ordem de elemento e suas propriedades.

**2. Classes Laterais e o Teorema de Lagrange**

- Definição das classes laterais do subgrupo  $H$  do grupo  $G$ . Relações de equivalência (à direita e à esquerda) definidas por  $H$  em  $G$ .
- A partição formada pelas classes de equivalência.
- Cálculo de classes laterais.
- Cardinalidade das classes laterais e a definição de índice.
- Teorema de Lagrange e seus corolários. Pequeno teorema de Fermat.

### 3. Subgrupos Normais e Grupos Quociente

- Definição de subgrupo normal. Exemplos de subgrupos normais.
- Operações entre classes laterais.
- Grupo Quociente.
- Cálculo de elementos do grupo quociente.
- Propriedades.
- Grupos Simples: definição, exemplos e propriedades.

### 4. Homomorfismos de Grupos

- Definição e exemplos.
- Propriedades: imagem do elemento neutro, do inverso de elemento, de um subgrupo. Composição de homomorfismos, etc.
- Definição de núcleo, normalidade do núcleo, caracterização da injetividade pelo núcleo.
- Propriedades da imagem inversa.
- Teorema dos homomorfismos e seus corolários.
- Teorema da Correspondência.
- Correspondência 1-1 entre subgrupos de  $G$  que contém  $H$  e subgrupos de  $G/H$ .
- O grupo dos automorfismos, subgrupo dos automorfismos internos.
- Classificação, via isomorfismo, dos grupos cíclicos finitos e infinitos.
- Teorema de Cauchy.

### 5. Grupos de Permutações e o Teorema de Cayley

- Demonstração do Teorema de Cayley.
- Elementos notáveis de  $S_n$ :  $r$ -ciclos (comprimento e ordem), ciclos disjuntos, transposições.
- Fatoração de um elemento não trivial de  $S_n$  como produto de ciclos disjuntos.
- Geradores de  $S_n$ .
- Permutação par e permutação ímpar.
- Propriedades do grupo  $A_n$ .

### 6. Teorema de Sylow (aplicações)

- Aplicações do primeiro Teorema de Sylow.
- Existência de subgrupos de ordem potência de primo e quantidade de tais subgrupos.
- Exemplos.
- Estudo dos grupos simples de ordem menor que 60.

### 7. Grupos Solúveis

- Definições e exemplos.
- Solubilidade dos  $p$ -grupos.
- Resultados sobre solubilidade.

## VI – BIBLIOGRAFIA

1. Domingues, H. H. - Álgebra Moderna, 2ª ed., Atual Editora Ltda, SP, 1982.
2. Garcia, A. e Lequain, Y. - Álgebra: um curso de introdução, IMPA, RJ, 1988.
3. Garcia, A. e Lequain, Y. - Elementos de Álgebra, IMPA, RJ, 2002.
4. Gonçalves, A., Introdução à Álgebra, IMPA, RJ, 1999.
5. Hefez, A. - Curso de Álgebra, vol. I, Coleção Matemática Universitária, IMPA/CNPq, RJ, 1993.
6. Herstein, I. - Tópicos de álgebra, Livros Técnicos e Científicos Editora Polígono., 1970.
7. Monteiro, L. H. J. - Elementos de Álgebra, Livros Técnicos e Científicos, RJ, 1978.