UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROGRAMA DE MTM 5317 – ANÁLISE II

DISCIPLINA: Análise II
CÓDIGO: MTM 5317
PRÉ-REQUISITO: MTM 5316
Nº DE HORAS-AULA SEMANAIS: 06
Nº TOTAL DE HORAS-AULA: 108
CURSO: Bacharelado em Matemática e Computação Científica

EMENTA: Diferenciação de funções de $\mathbb{R}^n$ em $\mathbb{R}^m$. Fórmulas de Taylor. Teorema da função inversa. Teorema da função implícita. Integral de Riemann de funções de várias variáveis. Medida de Lebesgue. Teoremas de convergência para integrais de Lebesgue. Espaços L^p.

OBJETIVOS GERAIS:
I - Propiciar ao aluno condições de:
1. Desenvolver sua capacidade de dedução.
2. Desenvolver sua capacidade de raciocínio lógico e organizado.
3. Desenvolver sua capacidade de formulação e interpretação de situações matemáticas.
4. Desenvolver seu espírito crítico e criativo.
5. Perceber e compreender o interrelacionamento das diversas áreas de Matemática apresentadas ao longo do curso.
6. Organizar, comparar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

II - Incentivar o aluno ao uso da Biblioteca.

III - Propiciar ao aluno condições de desenvolver sua capacidade de identificar e resolver problemas novos em Matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS: Ao final do semestre o aluno deverá estar apto a:
I - Trabalhar com diferenciação de funções vetoriais no espaço euclidiano n-dimensional $\mathbb{R}^n$ bem como conhecer e saber aplicar os teoremas da função inversa e da função implícita. Trabalhar com as Integrais de Riemann e Lebesgue em $\mathbb{R}^n$ mostrando conhecer os conceitos e técnicas empregadas na resolução de problemas. Conhecer as principais propriedades dos espaços $L^p(\Omega)$, para Ω um aberto do $\mathbb{R}^n$.

II - Escrever de forma clara e objetiva seu raciocínio em desenvolvimentos teóricos e na resolução de problemas sobre todo o conteúdo.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:

1ª Unidade: - Diferenciação de funções de $\mathbb{R}^n$ em $\mathbb{R}^m$.
- 1.1 – Definição e Propriedades. Gradientes. Derivadas direcionais. Derivadas parciais. Funções Diferenciáveis. Matriz Jacobiana. Condições para diferenciabilidade.
- 1.2 - Derivadas de ordem superior.
- 1.3 - Regra da Cadeia.
- 1.4 - Teorema do valor médio para funcionais reais. Desigualdade do valor médio. Teorema de Schwarz (simetria de derivadas mistas).
- 1.5 - Teorema da função implícita. Aplicações.
- 1.6 - Teorema da função inversa Aplicações.
- 1.7 - Teorema de Taylor.

1.8 - Máximos e mínimos. Matriz Hessiana.

2ª Unidade: - Integral de Riemann.

2.1 – Somas inferiores e superiores: Propriedades. Funções Integráveis em domínios do $\mathbb{R}^n$. Condição de Riemann. Condição de Darboux.
2.2 - Conjuntos de medida nula em $\mathbb{R}^n$
2.3 - O Teorema de Lebesgue. Caracterização de Funções integráveis à Riemann. Consequências. Relação medida da fronteira X integrabilidade.
2.4 - Propriedades da Integral.
2.5 - Integrais Impróprias
2.6 - Teoremas de Convergência.
2.7 - Teorema de Fubini. Teorema da mudança de variáveis.
2.8 - Coordenadas Polares, Cilindricas e Esféricas.
2.9 - Regra da Substituição.
2.10 - Derivação sob o sinal de integração

3ª Unidade: - Integral de Lebesgue.

3.1 - Medida Exterior de Lebesgue no Espaço n-Dimensional $\mathbb{R}^n$
3.2 - Conjuntos Mensuráveis e Funções Mensuráveis. Propriedades.
3.3 - Medidas. A Medida de Lebesgue no $\mathbb{R}^n$.
3.4 - Conjuntos de medida nula. Conjunto de Cantor.
3.5 - Conjunto Generalizado de Cantor.
3.6 - Conjuntos borelianos.
3.7 - Existência de Conjuntos não Mensuráveis. Teorema de Vitali. Existência de Funções não Mensuráveis.
3.8 - Outras Caracterizações de Conjuntos Mensuráveis. Teorema de Caractheodory.
3.9- Funções simples. Integral de Lebesgue de Funções Simples.
3.10- Integral de Lebesgue de Funções Mensuráveis Positivas.
3.11- Integral de Lebesgue de Funções Mensuráveis.
3.12- Teorema de Egoroff. Lema de Fatou. Teorema da Convergência Monótona.
3.13- Propriedades da Integral de Lebesgue.
3.14- Teorema da Convergência Dominada de Lebesgue.
3.15- Integral de Lebesgue X Integral de Riemann.
3.16- Espaço $L^p(\Omega)$ das Funções mensuráveis p-integráveis, $1 \leq p < \infty$. Propriedades.
3.17 - Espaço das Funções mensuráveis essencialmente limitadas. Propriedades.

BIBLIOGRAFIA

[1] J. MARSDEN - M. J. Hoffman; Elementary Classical Analysis, W. H. Freeman, New York (1974).
[2] H. L. Royden, Real Analysis, MacMillan (1968).
[3} M. Spiviak, Calculus on Manifolds, New York, 1965.
[4] W. Rudin, Princípios de Analise Matemática, Ao Livro Tecnico e UNB, Rio de Janeiro (1971).
[5] C.S. Honig; A Integral de Lebesgue e suas Aplicações, IMPA, Rio de Janeiro (1977).
[5] S.B. Chae; Lebesgue Integration, Sec.Ed., Springer-Verlag, New York - Berlim - Heiderber (1994).
[6] C. W. Groetsch, Elements of Aplicable Functional Analysis, Marcel Dekker, New York and Basel (1980), Chapter VII.
[7] R.L Wheeden, ª Zygmund – Measure and Integral: An introduction to Real Analysis, M. Dekker Inc., N. York and Basel (1977).