

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**PROGRAMA DE MTM 5517 GEOMETRIA DIFERENCIAL**

PRÉ-REQUISITO:

Nº DE HORAS-AULA SEMANAIS: 06

Nº TOTAL DE HORAS-AULA: 108

CURSO: Bacharelado em Matemática e Computação Científica

EMENTA: Curvas em  $\mathbb{R}^3$ . Curvas em  $\mathbb{R}^n$ . Curvas planas. Teoria Global. Superfícies em  $\mathbb{R}^3$ . Aplicação de Gauss (Segunda Forma Fundamental). Geometria Esférica. Geometria Hiperbólica.

OBJETIVOS GERAIS:

I - Propiciar ao aluno condições de:

1. Desenvolver sua capacidade de dedução
2. Desenvolver sua capacidade de raciocínio lógico e organizado.
3. Desenvolver sua capacidade de formulação e interpretação de situações matemáticas.
4. Desenvolver seu espírito crítico e criativo.
5. Perceber e compreender o interrelacionamento das diversas áreas de Matemática apresentadas ao longo do curso.
6. Organizar, comparar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

II - Incentivar o aluno ao uso da Biblioteca.

III - Propiciar ao aluno condições de desenvolver sua capacidade de identificar e resolver problemas novos em Matemática.

OBJETIVOS:

- Introduzir técnicas diferenciais para o estudo de superfícies.
- Introduzir uma estrutura (métrica) riemanniana sobre a superfície através de um mergulho em  $\mathbb{R}^3$ .
- Estudar objetos intrínsecos (ex. conexão, curvatura) definidos pela métrica.
- Estudar exemplos de geometrias não-euclidianas.

PROGRAMA:

### 1 - Curvas em $\mathbb{R}^3$

Introdução. Curvas Parametrizadas. Curvas Regulares. Comprimento de Arco. Curvatura e Torsão. Curvas Indicatrizes e Involutas.

### 2 - Curvas em $\mathbb{R}^n$ . Curvas Planas.

Introdução. Referencial de Frenet, Equações de Frenet. Teoria Local de curvas Parametrizadas pelo Comprimento de Arco. Curvas planas com Curvatura Constante.

### 3 – Teoria Global de Curvas Planas

Número de Rotação, Umlaufsatz. Desigualdade Isoperimétrica

### 2 - Superfícies Regulares em $\mathbb{R}^3$

Introdução. Superfícies Regulares. Imagem Inversa de Valores Regulares. Funções Diferenciáveis sobre Superfícies. O Plano Tangente. Aplicações Diferenciáveis entre Superfícies e a Derivada de uma Aplicação. A Primeira Forma Fundamental (métrica induzida). Área. Orientação de Superfícies. Exemplos de Superfícies não Orientáveis. Campos Vetoriais sobre Superfícies.

### 3 - Aplicação de Gauss

Segunda Forma Fundamental. Curvatura Média, Curvatura Gaussiana. Derivada Covariante. Símbolos de Christoffel. Teorema de Egregium de Gauss e Equações de Mainard-Codazzi. Conexão de Levi-Civita sobre uma Superfície Mergulhada em  $\mathbb{R}^3$ . Transporte Paralelo. Curvatura. Geodésicas.

### 4 – Geometria Esférica

Geodésicas de  $S^2$ . Isometrias de  $S^2$ . Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo geodésico

### 5 – Geometria Hiperbólica

Modelo do semi-plano superior: geodésicas de  $H^2$ . Isometrias de  $H^2$ . Teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo geodésico. Curvatura de  $H^2$ .

#### REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS:

DO CARMO, M.; Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, 1976.

KLINGENBERG, WILHELM; A Course in Differential Geometry, Springer-Verlag, GTM 51, 1978.

LIPSCHUTZ, MARTIN M.; Differential Geometry, Coleção Schaum, Series in Mathematics, MacGraw-Hill, 1969.

BEARDON, ALAN; The Geometry of Discrete Groups, Springer-Verlag, GTM 91, 1982.

VENTURA, PAULO; Geometria Diferencial, Coleção Matemática Universitária – SBM 1998.