

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

PROGRAMA DE MTM 5865- CÁLCULO VARIACIONAL

PRÉ-REQUISITO(S): MTM5863 e MTM 5872

Nº DE HORAS-AULAS SEMANAIS: 06

Nº TOTAL DE HORAS AULA: 108

SEMESTRE: 2004-1

CURSO(S): Matemática, habilitação: Bacharelado em Matemática e Computação Científica

EMENTA: Princípio de Fermat. Princípio de Maupertuis. Equação de Euler-Lagrange. Exemplos de aplicações do princípio variacional. Formulações Lagrangeana e Hamiltoniana da Mecânica Clássica. Problemas variacionais com vínculos. Formulação variacional de meios contínuos e Teoria Clássica de Campos. Formulação variacional de problemas de auto-valores. Princípio variacional e Mecânica Quântica.

OBJETIVOS DO CURSO: Propiciar ao aluno condições de:

- Desenvolver sua capacidade de dedução;
- Desenvolver sua capacidade de raciocínio lógico e organizado;
- Desenvolver sua capacidade de formulação e interpretação de situações matemáticas;
- Desenvolver seu espírito crítico e criativo;
- Perceber e compreender o inter-relacionamento das diversas áreas da Matemática apresentadas ao longo do Curso;
- Organizar, comparar e aplicar os conhecimentos adquiridos.

OBJETIVO DA DISCIPLINA: Propiciar ao aluno condições de:

- Dominar e aplicar os conceitos relativos ao cálculo com funcionais em espaços de funções.
- Trabalhar os problemas variacionais clássicos.
- Aplicar as técnicas variacionais em equações diferenciais parciais e em problemas de auto-valores.
- Conhecer modernas aplicações de técnicas variacionais.

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:

1- Introdução.

- 1.1- Motivação e origens históricas
- 1.2- Princípio de Fermat na ótica.
- 1.3- Problemas variacionais clássicos.
 - 1.3.1- Problema da Braquistócrona.
 - 1.3.2- Problema da Geodésica.

- 1.3.3- Problema de Plateau de superfícies mínimas.
- 1.3.4- Problemas isoperimétricos.
- 1.4- Princípios de mínima ação de Maupertuis e Hamilton.

2- Cálculo Funcional

- 2.1- Espaços de funções.
- 2.2- Funcionais lineares em espaços de funções.
- 2.3- Derivação de funcionais.
- 2.4- Minimização de funcionais. Equações de Euler-Lagrange.

3- Problemas Variacionais

- 3.1- Variação de funcionais com extremidades fixas.
- 3.2- Exemplos: Braquistócrona, Geodésica, equações de movimento em Mecânica Clássica.
- 3.3- Variação de funcionais com extremidades sobre curvas ou superfícies.
- 3.4- Exemplos: Superfícies mínimas, problemas isoperimétricos.
- 3.3- Problemas mecânicos com vínculos.

4- Forma canônica das equações de Euler-Lagrange.

- 4.1- Equações de Hamilton.
- 4.2- Transformações de Legendre.
- 4.3- Transformações Canônicas.
- 4.4- Teorema de Noether, leis de conservação em Mecânica Clássica.
- 4.5- Equação de Hamilton-Jacobi.

5- Segunda variação, extremos fracos e fortes.

- 5.1- Funcionais quadráticos.
- 5.2- Segunda variação de um funcional.
- 5.3- Condições de extremos fracos.
- 5.4- Pontos conjugados
- 5.5- Condições de extremos fortes.

6- Formulação variacional da Teoria de Campos Clássica

- 6.1- Variação de funcionais envolvendo integrais múltiplas em regiões fixas.
- 6.2- Sistemas mecânicos contínuos: Corda vibrante, Membrana vibrante.
- 6.3- Variação de funcionais em regiões variáveis.
- 6.4- Teorema de Noether para campos.
- 6.5- Teoria Clássica de Campos
- 6.5.1- Exemplos de ações: Equação de onda, Klein Gordon, Eletromagnetismo.
- 6.5.2- Leis de conservação, Tensor Energia-Momento, Momento Angular.

7- Métodos variacionais diretos.

- 7.1- Minimização de seqüências.
- 7.2- Método de Ritz e método de diferenças finitas.
- 7.3- Problema de Sturm-Liouville.

8- Algumas aplicações

- 8.1- Propagação de perturbações.
- 8.2- Problemas de controle ótimo.
- 8.3- Mecânica Quântica.

BIBLIOGRAFIA

- 1) Arfken G.: "Mathematical Methods for Physicists", Academic Press (1985).
- 2) Arnol'd V.I.: "Métodos Matemáticos da Mecânica Clássica", Mir (1987).
- 3) Butkov E.: "Física Matemática", Guanabara Dois (1968).
- 4) Gelfand I.M. , Fomin S.V.: "Calculus of Variations", Prentice Hall (1963).
- 5) Goldstine H.H.: "A History of the Calculus of Variations from the 17th through the 19th century", Springer Verlag (1980)
- 6) Lanczos C.: "The Variational Principles of Mechanics", Univ. of Toronto Press (1970).
- 7) Leitão A.C.G.: "Cálculo Variacional e Controle Ótimo", 23^o CBM, IMPA (2001).
- 8) Leitmann G.: "The Calculus of Variations and Optimal Control. An Introduction"., Plenum Press (1981).
- 9) Troutman J.L.: "Variational Calculus and Optimal Control", 2nd Ed. Springer Verlag (1996).
- 10) Yourgrau W. , Mandelstam S.: "Variational Principles in Dynamics and Quantum Theory", Dover (1968).