UFSC
Campus Trindade

XIII Jornada de Álgebra

28 a 31 de maio de 2025
Florianópolis

Palestras Plenárias

Dra. Ana Cristina Vieira
(UFMG, Brasil)

Dra. Dessislava Kochloukova
(UNICAMP, Brasil)

Dra. Fiorela Rossi Bertone
(UNS, Argentina)

Dra. Manuela da Silva Souza
(UFBA, Brasil)

Dr. Mikhailo Dokuchaev
(USP, Brasil)

Dr. Nicolás Andruskiewitsch
(UNC, Argentina)

Dr. Walter Ferrer
(Udelar, Uruguai)

Comitê Organizador

Daiana Aparecida da Silva Flôres (UFSM)
Dirceu Bagio (UFSC)
Eliezer Batista (UFSC)
Érica Zancanella Fornaroli (UEM)
Felipe Castro (UFSC)
Maria Eugenia Martin (UFPR)
Oscar Márquez (UFSC)
Thaisa Tamusiunas(UFRGS)

Minicurso

Dra. Lúcia Satie Ikemoto Murakami (USP, Brasil)
Álgebras de Hopf e álgebras de Frobenius

Informações:
http://mtm.ufsc.br/xiiija/

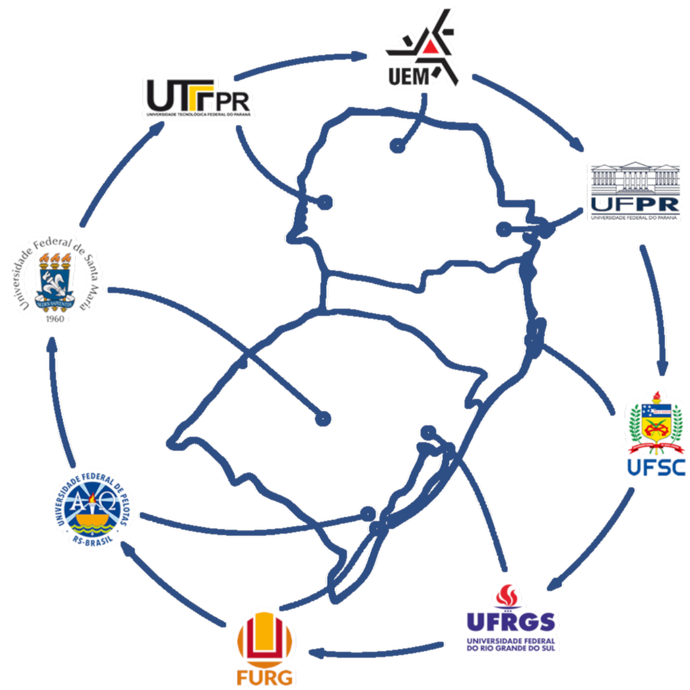
Apoio

UFSC PROPG
MTM
PPGMPA
INCTMat
FAPERJ
CAPES PROEXT- PG

Caderno de Resumos

XIII Jornada de Álgebra

28 à 31 de maio de 2025



Sumário

Parte 1
Quadro de Horários

<table>
<tr><th colspan="8">Programação – XIII Jornada de Álgebra</th></tr>
<tr><th>Horário</th><th colspan="2">28/05</th><th colspan="2">29/05</th><th colspan="2">30/05</th><th>31/05</th></tr>
<tr><td>07:00h – 07:45h</td><td colspan="2">Credenciamento</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>07:45h – 08:00h</td><td colspan="2">Abertura</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>08:00h – 09:00h</td><td colspan="2">Minicurso – Lucia</td><td colspan="2">Minicurso – Lucia</td><td colspan="2">Minicurso – Lucia</td><td>Minicurso – Lucia</td></tr>
<tr><td>09:15h – 09:45h</td><td colspan="2" rowspan="2">Andruskiewitsch</td><td colspan="2" rowspan="2">Rossi Bertoni</td><td rowspan="2">Cristina Vieira</td><td>Minicurso – Eliezer</td><td>Muniz Silva Alves</td></tr>
<tr><td>09:45h – 10:15h</td><td>Anfiteatro EFI</td><td>Batista</td></tr>
<tr><td>10:15h – 10:45h</td><td colspan="2">Coffee Break</td><td colspan="2">Coffee Break</td><td colspan="2">Coffee Break</td><td>Coffee Break</td></tr>
<tr><td>10:45h – 11:15h</td><td colspan="2">Ramirez</td><td colspan="2">Baltazar Junior</td><td>Nascimento Vieira</td><td>Minicurso – Eliezer</td><td rowspan="2">Dokuchaev</td></tr>
<tr><td>11:15h – 11:45h</td><td colspan="2">Flôres</td><td colspan="2">Oliveira Tosti</td><td>Riva</td><td>Anfiteatro EFI</td></tr>
<tr><td>11:45h – 12:15h</td><td colspan="2">Pogorelsky</td><td colspan="2">Araujo</td><td colspan="2">Salomão</td><td>Encerramento</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Almoço</td><td colspan="2">Foto Evento + Almoço</td><td colspan="2">Almoço</td><td>Almoço</td></tr>
<tr><td>14:00h – 15:00h</td><td colspan="2">Ferrer</td><td colspan="2">Hristova Kochloukova</td><td colspan="2">Silva Souza</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Auditório CCS</td><td>Sala B-006 (CCS)</td><td>Auditório CCS</td><td>Sala B-107 (CCS)</td><td>Auditório CCS</td><td>Sala B-101 (CCS)</td><td></td></tr>
<tr><td>15:15h – 15:45h</td><td>Khrypchenko</td><td>Fertunani</td><td>Santana</td><td>Velasco</td><td>Alves Neto</td><td>Haag Petasny</td><td></td></tr>
<tr><td>15:45h – 16:15h</td><td colspan="2">Coffee Break</td><td colspan="2" rowspan="2">Coffee Break – Pôsteres 1</td><td colspan="2" rowspan="2">Coffee Break – Pôsteres 2</td><td></td></tr>
<tr><td>16:15h – 16:45h</td><td>Serdá</td><td>Ferreira dos Santos</td><td></td></tr>
<tr><td>16:45h – 17:15h</td><td>Matos Andrade</td><td>Cordeiro</td><td>Quaresma Cota</td><td>Marín</td><td>Martini</td><td>Smigly</td><td></td></tr>
<tr><td>17:15h – 17:45h</td><td>Monsalve</td><td>Martinez Correa</td><td>Pereira dos Santos</td><td>Lautenschlaeger</td><td>Duarte Silva</td><td>Lopatin</td><td></td></tr>
<tr><td>18:15h –</td><td colspan="2">Coquetel</td><td colspan="5"></td></tr>
</table>

Sessões de Pôsteres	
Pôsteres 1 29 de Maio	Pôsteres 2 Dia 30 de Maio
Alberto Tavares Duarte Neto	Anderson Felipe Reolon
Diogo Luis Debastiani	Eduarda Lima Silva
Eduarda Caroline Klug	Emilly Giovana Torquato
Eduardo Freire	Francisco Gabriel Klock Campos Vidal
Fernanda Loureiro Honorio	Gabrieli Kmiecik
Isaías Jacques Alves	Gustavo Martin Sandri
Júlia Bertuzzo Chesca	Isabela Tristão de Oliveira
Leandro Charava	João Matheus Jury Giraldi
Lucas Cabral Port	João Vitor Barbosa de Oliveira
Luiz Henrique de Souza Matos	Júlio Atílio Dias de Mattos
Matheus Lima Ribeiro	Lucas de Paula Fonseca
Moroni Menesses Bruch Bora	Matheus Farias Castelo
Rosiele Trindade Barbosa	Mauro André Junges Rech
Ruan Petrus Alves Leite	Vinícius Marcondes Pereira
Tainara Bernardo Colombo	Vinícius Scussel Accordi
Vanessa Fagundes	Vitória Gomes de Oliveira
Vitor Riella Guimarães	$\emptyset$

Dia 1

Quarta-feira – 28/05

08h00 – Minicurso – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Álgebras de Hopf e álgebras de Frobenius

Lúcia Satie Ikemoto Murakami

Resumo

Neste minicurso, vamos explorar algumas propriedades das álgebras de Frobenius. Veremos que se trata de uma classe de álgebras de dimensão finita que contém várias álgebras importantes no âmbito da teoria de representações, como as álgebras semissimples e as álgebras de grupo. As álgebras de Hopf (de dimensão finita) também serão mencionadas. O enfoque dado a elas será do ponto de vista da teoria de representações, como uma subclasse de álgebras de Frobenius que contém as álgebras de grupo. Veremos resultados que caracterizam a semissimplicidade das álgebras de Hopf usando a estrutura de álgebra de Frobenius que ela possui.

09h15 – Plenária – Auditório da Pós-Graduação do CCS

On the finite generation of the cohomology of abelian extensions of Hopf algebras

Nicolás Andruskiewitsch

Resumo

A finite-dimensional Hopf algebra is called quasi-split if it is Morita equivalent to a split abelian extension of Hopf algebras. Combining results of Schauenburg and Negron, it is shown that every quasi-split finite-dimensional Hopf algebra satisfies the finite generation cohomology conjecture of Etingof and Ostrik. This is applied to a family of pointed Hopf algebras in odd characteristic introduced by Angiono, Heckenberger and the first author, proving that they satisfy the aforementioned conjecture.

Coffee Break

10h45 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS

A tableaux realization for bounded modules of type C

Luis Enrique Ramirez[1]

Resumo

In this talk we describe an explicit combinatorial realization of all simple modules in the category of bounded $\mathfrak{sp}(2n)$-modules. This realization is defined via a natural tableaux correspondence between spinor-type modules of $\mathfrak{so}(2n)$ and oscillator-type modules of $\mathfrak{sp}(2n)$.

Referências

[1] V. Futorny, D. Grantcharov, L. E. Ramirez, and P. Zadunaisky, Explicit realization of bounded modules for symplectic Lie algebras: spinor versus oscillator, https://doi.org/10.48550/arXiv.2406.15929.

[2] V. Futorny, L. E. Ramirez, and J. Zhang, Combinatorial construction of Gelfand-Tsetlin modules for $\mathfrak{gl}_n$, Adv. Math. 343 (2019), 681–711.

[1] Universidade Federal do ABC. Email: <luis.enrique@ufabc.edu.br>.

11h15 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS

O anel de Green da álgebra envolvente restrita $\mathfrak{u}(\mathfrak{m})$ em característica 2

Daiana Flôres[2]

Resumo

Seja $\mathbb{K}$ um corpo algebricamente fechado de característica 2. Neste trabalho, descrevemos o anel de Green da $\mathbb{K}$-álgebra $\mathfrak{u}(\mathfrak{m})$, a envolvente restrita do 2-fecho minimal da única (a menos de isomorfismo) álgebra de Lie simples de dimensão 3.

O estudo da teoria de representação de $\mathfrak{u}(\mathfrak{m})$ despertou o nosso interesse quando estudávamos, em [1], o duplo de Drinfeld da bosonização da plano de Jordan restrita em característica 2. Este é um trabalho realizado em colaboração com os professores N. Andruskiewitsch, D. Bagio e S. Della Flora.

Referências

[1] N. Andruskiewitsch, D. Bagio, S. Della Flora and D. Flores. *On the Drinfeld double of the restricted Jordan plane in characteristic 2.*

11h45 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Sobre o posto combinatório de grupos quânticos de tipo excepcional

Bárbara Pogorelsky[3]

Resumo

Neste trabalho apresentamos a definição de posto combinatório proposta por Kharchenko em [3], assim como os primeiros exemplos obtidos por ele, juntamente com Alvarez e Díaz Sosa, que calcularam o posto combinatório dos grupos quânticos $u_q(\mathfrak{g})$, onde $\mathfrak{g}$ é uma álgebra de Lie simples das famílias clássicas A_n, B_n, C_n, D_n. Finalmente, consideramos o caso em que $\mathfrak{g}$ é uma álgebra de Lie simples de tipo excepcional, mostrando resultados já obtidos e outros em andamento.

Referências

[1] V. Dylewski, B. Pogorelsky, C. Renz. On the combinatorial rank of the quantum groups of type G2, *Journal of Algebra and its Applications*, 2020.

[2] V. Dylewski, B. Pogorelsky, C. Renz. On the combinatorial rank of the quantum groups of type F4, *Journal of Algebra and its Applications*, 2024.

[3] V. K. Kharchenko, A. A. Alvarez, On the combinatorial rank of Hopf algebras, *Contemporany Mathematics*, 2005.

Almoço

[2]Departamento de Matemática da UFSM. Email: <flores@ufsm.br>.
[3]Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS. Email: <barbarapogo@gmail.com>.

14h00 – Plenária – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Estructuras de álgebra en End(H)

Walter Ferrer

Resumo

Para un álgebra de Hopf H, y a lo largo del desarrollo en el tiempo de su teoría, se han estudiado diversos productos asociativos entre sus endomorfismos lineales. Por ejemplo tenemos la composición de endomorfismos, la convolución, y más recientemente los productos de Heisenberg y de Drinfeld. Se han presentado diversas aplicaciones de dichos productos alguno de los cuales como el del doble de Drinfeld ha tenido una importancia central para el desarrollo reciente de la teoría. La exposición que presentamos, además de la recolección y uniformización de las construcciones existentes incluye algunas aplicaciones–por ejemplo a la combinatoria– y a la dualidad. También consideramos el formato de algunas posibles generalizaciones.

15h15 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS (Sessão Paralela)

Álgebras quânticas de matrizes triangulares superiores

Mykola Khrypchenko[4]

Resumo

Seja K um corpo de característica diferente de 2, $n \geq 2$ inteiro e $q \in K^*$. Introduzimos uma quantização uniparamétrica $T_q(n)$ da K-álgebra de matrizes $n \times n$ triangulares superiores. Mostramos que $T_q(n)$ admite uma estrutura natural de biálgebra e calculamos o seu centro. Quando q não é uma raiz da unidade, descrevemos as derivações e os automorfismos de $T_q(2)$. Construímos a álgebra de Hopf $UT_q(n)$ que é uma quantização do grupo de matrizes $n \times n$ triangulares superiores invertíveis e a álgebra de Hopf $ST_q(n)$ que é uma quantização do grupo de matrizes $n \times n$ triangulares superiores de determinante 1. Mostramos que $UT_q(n)$ e $ST_q(n)$ são $*$-álgebras de Hopf com relação a uma involução natural.

É um trabalho em conjunto com Ednei A. Santulo Jr. (UEM), Érica Z. Fornaroli (UEM) e Samuel Lopes (Universidade do Porto).

15h15 – Apresentação Oral – Sala B006 do CCS (Sessão Paralela)

Identidades graduadas para álgebras de Leibniz null-liform

Luís Miguel Rissi Fertunani

Resumo

Em 1993, Loday [1] introduziu uma generalização não-antissimétrica das álgebras de Lie, denominada álgebras de Leibniz, caracterizada pela identidade de Leibniz: $x(yz) - (xy)z + (xz)y$. Nesta apresentação, classificaremos as graduações de álgebras de Leibniz null-liform. Além disso, exibimos uma base explícita para a álgebra de Leibniz relativamente livre associada a essa classe. Também será exibida uma base para o ideal composto pelas identidades graduadas em álgebras de Leibniz null-liform. Os resultados são obtidos para corpo qualquer livre de característica.

Este trabalho foi desenvolvido em colaboração com os professores Claudemir Fideles (Uni- versidade Estadual de Campinas) e Lucio Centrone(Università degli studi di Bari Aldo Moro).

Referências

[1] J-L. Loday, *Une version non commutative des algèbres de Lie: les algèbres de Leibniz.* (French) [A noncommutative version of Lie algebras: the Leibniz algebras] Enseign. Math. 39 (1993), 269293.

[4] Universidade Federal de Santa Catarina. Email: <nskhripchenko@gmail.com>.

Coffee Break

16h15 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS (Sessão Paralela)

Groupoid graded semisimple rings

Javier Sánchez[5]

Resumo

We develop the theory of groupoid graded semisimple rings. Our rings are neither unital nor one-sided artinian. Instead, they exhibit a strong version of having local units and being locally artinian. One of our main results is a groupoid graded version of the Wedderburn-Artin Theorem, where we characterize groupoid graded semisimple rings as direct sums of graded simple Γ_0-artinian rings and we exhibit the structure of this latter class of rings. We consider a natural notion of freeness for groupoid graded modules that, when specialized to group graded rings, gives the usual one, and show that for a groupoid graded division ring all graded modules are free (in this sense). Contrary to the group graded case, there are groupoid graded rings for which all graded modules are free according to our definition, but they are not graded division rings. We exhibit an easy example of this kind of rings and characterize such class among groupoid graded semisimple rings.

This is a joint work with Zaqueu Cristiano (IME-USP) and Wellington Marques de Souza (IME-USP).

16h15 – Apresentação Oral – Sala B006 do CCS (Sessão Paralela)

Identidades polinomiais para álgebras de Novikov bidimensionais

Iritan Ferreira dos Santos[6]

Resumo

A classificação de todas as álgebras de Novikov bidimensionais sobre o corpo $\mathbb{C}$ dos números complexos foi estabelecida por Bai e Meng [1]. Nesta palestra, descrevemos os conjuntos geradores mínimos para os T-ideais das identidades polinomiais de todas as álgebras de Novikov bidimensionais sobre $\mathbb{C}$, bem como as bases lineares das álgebras relativamente livres correspondentes. Como consequência, demonstramos que identidades polinomiais distinguem álgebras de Novikov bidimensionais não associativas. Ou seja, duas álgebras de Novikov não associativas são isomorfas se, e somente se, satisfazem as mesmas identidades polinomiais. Além disso, determinamos as sequências de codimensões de todas as álgebras de Novikov bidimensionais e mostramos que, em particular, qualquer álgebra de Novikov bidimensional possui, no máximo, crescimento linear de sua sequência de codimensão.

Esta apresentação reúne resultados obtidos em colaboração com os professores Alexey Kuzmin e Artem Lopatin [2].

Referências

[1] C. Bai, D. Meng. *The classification of Novikov algebras in low dimensions.* J. Phys. A, Math. Gen. 34(8):1581–1594, 2001. `https://doi.org/10.1088/0305-4470/34/8/305`.

[2] I. Ferreira dos Santos, A. M. Kuz'min, and A. Lopatin. *Novikov algebras in low dimension: identities, images and codimensions.* Journal of Algebra, 674:1–28, 2025. `https://doi.org/10.1016/j.jalgebra.2025.03.015`.

[5]Instituto de Matemática e Estatística da USP. Email: <jsanchezo@ime.usp.br>.

[6]Universidade Estadual de Campinas. Email: <i195167@unicamp.dac.br>.

16h45 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS (Sessão Paralela)

On Equivalence of Categories of Groupoid Graded Modules

Caio Antony Gomes de Matos Andrade[7]

Resumo

A groupoid is a small category in which every morphism is invertible, and as such, generalizes the concept of groups. The concepts of groupoid graded ring and module are similar to those of graded by groups. Instead of supposing that our ring is unital, we suppose that our rings have a set of local units whose support is contained in the set of idempotents of the groupoid.

In this talk, we discuss Morita-like theorems regarding equivalence of categories of unital groupoid graded modules. We also show applications characterizing when important functors define equivalences of categories.

This research has been developed under the supervision of professors Javier Sánchez, from Universidade de São Paulo, and Ángel del Río, from Universidad de Murcia, and has been supported by FAPESP grants 2022/11166-6 and 2023/11994-9.

Referências

[1] P. N. Ánh and L. Márki,*Morita equivalence for rings without identity*, Tsukuba J. Math. 11 (1987), no. 1, 1–16. MR 899719

[2] R. Brown, *From groups to groupoids: a brief survey*, Bull. London Math. Soc. 19 (1987), no. 2, 113–134.

[3] del Río, Ángel, *Categorical methods in graded ring theory*, Publ. Mat. 36 (1992), no. 2A, 489-531.

16h45 – Apresentação Oral – Sala B006 do CCS (Sessão Paralela)

Identidades Graduadas para Álgebras de Witt

Airton Muniz Cordeiro[8]

Resumo

Sejam U_1 e W_1 as álgebras de Lie das derivações da álgebra dos polinômios de Laurent $K[t, t^{-1}]$ e do anel polinomial $K[t]$, respectivamente. As álgebras U_1 e W_1 possuem, naturalmente, uma graduação pelo grupo dos inteiros $\mathbb{Z}$. Elas são classificadas como álgebras de Witt por sua natureza. Neste trabalho, apresentaremos as identidades $\mathbb{Z}$-graduadas de W_1 com base nas técnicas vistas em [1, 2]. Apesar de uma base para o $T_{\mathbb{Z}}$-ideal de W_1 sobre um corpo de característica zero ter sido primeiramente obtida por Freitas, Koshlukov e Krasilnikov em [3], demonstraremos uma perspectiva apresentada por Fideles e Koshlukov (2023). Os últimos autores citados conseguiram resultados análogos através de uma nova abordagem utilizando como base a álgebra U_1. Tais resultados também foram obtidos sobre corpos de característica positiva, os quais também discutiremos ao longo do trabalho. Ademais, estudamos a independência das identidades para W_1 sobre um corpo de característica dois, destacamos que resultados análogos para os demais casos podem ser observados em [3].

Referências

[1] C. Fideles and P. Koshlukov. $\mathbb{Z}$-graded identities of the lie algebras U_1 in characteristic 2. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, v. 174, p. 49–58, 2022.

[2] C. Fideles and P. Koshlukov. $\mathbb{Z}$-graded identities of the lie algebras U_1. Journal of Algebra, v. 633, p. 668–695, 2023.

[3] J. A. Freitas, P. Koshlukov and A. Krasilnikov . $\mathbb{Z}$-graded identities of the lie algebra W_1. Journal of Algebra, v. 427, p. 226–251, 2015.

[7]Instituto de Matemática e Estatística da USP. Email: `<caioagma@ime.usp.br>`.

[8]Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica da UNICAMP. Email: `<a217012@dac.unicamp.br>`.

17h15 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS (Sessão Paralela)

Complexos de cocadeia sobre um endofuntor

Germán Benitez[9]

Resumo

Em 1983, Hughes e Waschbusch introduziram a álgebra repetitiva $\widehat{A}$ associada com uma álgebra de dimensão finita A. No mesmo artigo, os autores estudam a categoria de $\widehat{A}$-módulos como sendo certas sequências de A-módulos. Tanto a álgebra repetitiva quanto sua categoria de módulos estão se destacando em Teoría de Representações, Categorias Derivadas, Geometría algébrica, entre outras áreas.

Com o objetivo de fornecer uma generalização da Categoría de módulos sobre uma álgebra repetitiva, em [1], foi introduzida a categoria dos complexos de cocadeia sobre um endofuntor. Essa abordagem possibilitou, de certa forma, a unificação das categorias de complexos de cadeias e de módulos sobre uma álgebra repetitiva. Nesta palestra será apresentada esta generalização e algumas propriedades, que permitiram visualizar algumas das vantagens. No final da palestra se pretende apresentar alguns dos novos caminhos que surgiram com esta abordagem.

Trabalho em andamento em colaboração com Pedro Hernandez Rizzo da UdeA - Colômbia.

Referências

[1] G. Benitez and P. Rizzo. Cochain complexes over a functor (2024). *arXiv preprint* arXiv:2403.18834

17h15 – Apresentação Oral – Sala B006 do CCS (Sessão Paralela)

Graded polynomial identities and Specht property for varieties of Lie algebras

Daniela Martinez Correa[10]

Resumo

In this talk, we describe the graded polynomial identities for the variety of graded algebras generated by the Lie algebra of upper triangular matrices of order 3 over an arbitrary field and endowed with an elementary grading. Finally, we talk about the Specht property for the same family of varieties. This is a joint work with Felipe Yasumura (USP).

Referências

[1] Correa D.M; Yasumura F.Y. Graded polynomial identities and Specht property for the Lie algebra of upper triangular matrices of order 3. arXiv:2412.13325. (2025)

[9] Departamento de Matemática da UFAM. Email: <gabm@ufam.edu.br>.
[10] Instituto de Matemática e Estatística da USP. Email: <danielam.correa@ime.usp.br>.

Dia 2

Quinta-feira – 29/05

08h00 – Minicurso – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Álgebras de Hopf e álgebras de Frobenius

Lúcia Satie Ikemoto Murakami

Resumo

Neste minicurso, vamos explorar algumas propriedades das álgebras de Frobenius. Veremos que se trata de uma classe de álgebras de dimensão finita que contém várias álgebras importantes no âmbito da teoria de representações, como as álgebras semissimples e as álgebras de grupo. As álgebras de Hopf (de dimensão finita) também serão mencionadas. O enfoque dado a elas será do ponto de vista da teoria de representações, como uma subclasse de álgebras de Frobenius que contém as álgebras de grupo. Veremos resultados que caracterizam a semissimplicidade das álgebras de Hopf usando a estrutura de álgebra de Frobenius que ela possui.

09h15 – Plenária – Auditório da Pós-Graduação do CCS

On infinitesimal deformations of associative algebras

Fiorela Rossi Bertoni

Resumo

Gerstenhaber introduced the algebraic theory of deformations for associative algebras and showed its connection with Hochschild cohomology.

In the case of monomial algebras over an algebraically closed field, we will study the presentation by quivers and relations of the infinitesimal deformation of an algebra. We will work with the module categories on the deformations and, under certain hypotheses, we will describe the Yoneda product of the Ext algebra of the deformations in terms of the Yoneda product of the Ext algebra of the original algebra.

The talk is based on joint work with M. J. Redondo, and L. Román.

Coffee Break

10h45 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS

On Isotropy Groups in the Jordanian Plane

Rene Baltazar[11]

Resumo

Let δ be a derivation in a K-algebra R and let $Aut_\delta(R)$ be the isotropy group with respect to the natural conjugation action of $Aut(R)$ of K-automorphisms on the set $Der(R)$ of K-derivations: that is, the subgroup of automorphisms that commute with the derivation. We explore this invariant in the Jordanian Plane. Furthermore, we obtain a necessary and sufficient condition for an automorphism to be in the isotropy group of any inner derivation in the Jordanian Plane. This presentation is part of the following collaboration with R. Vinciguerra, W. Araujo and A. Santana [1].

[11] Universidade Federal do Rio Grande Email: `<renebaltazar.furg@gmail.com>`.

Referências

[1] W. Araujo, R. Baltazar, A. Santana and R. Vinciguerra, On Isotropy Groups of Quantum Weyl Algebras and Jordanian Plane. preprint, 2024.

11h15 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Pontos Fixos em Grupos tipo-Thompson

Altair Santos de Oliveira Tosti[12]

Resumo

Diversos grupos admitem grupos de automorfismos com uma estrutura bastante rica. No entanto, em geral, descrever grupos de automorfismos é uma tarefa bastante desafiadora. Dado um grupo Γ que desconhecemos $\mathrm{Aut}(\Gamma)$, podemos buscar por informações qualitativas sobre elementos arbitrários $\varphi \in \mathrm{Aut}(\Gamma)$. Por exemplo, podemos perguntar se φ é periódico (isto é, se é de ordem finita), como é o subgrupo de pontos fixos $\mathrm{Fix}(\varphi)$, se φ estabiliza subconjuntos interessantes de Γ além de subgrupos característicos, ou se todo o grupo $\mathrm{Aut}(\Gamma)$ age sobre algum objeto interessante.

Nesta palestra, abordaremos resultados contido no trabalho conjunto com Paula Lins de Araújo e Yuri S. Rego (U. de Lincoln) [3] sobre questões relativas a propriedades de pontos fixos e subconjuntos estabilizados por automorfismos de grupos em uma família de grupos do tipo Thompson. Estes grupos abordados não são residualmente finitos, são tipicamente finitamente apresentados e incluem exemplos não-mediáveis:

1. os grupos do tipo F, $G(I; A, P)$, de Bieri–Strebel [1, 3];
2. a variante trançada F_{br} do grupo de Thompson F, introduzida por Brady–Burillo–Cleary– Stein [2]; e
3. os grupos de Lodha–Moore apresentados em [4];

Durante a apresentação, definiremos o grupo F_{br} e apresentaremos os resultados do artigo supracitado particularizados a este grupo.

Referências

[1] Bieri, Robert; Strebel, Ralph. *On groups of PL-homeomorphisms of the real line.* Mathematical Surveys and Monographs, 215. American Mathematical Society, Providence, RI, 2016. xvii+174 pp. ISBN: 978-1-4704-2901-0 MR3560537

[2] Brady, Tom; Burillo, José; Cleary, Sean; Stein, Melanie. Pure braid subgroups of braided Thompson's groups. Publ. Mat. 52 (2008), no. 1, 57–89. MR2384840

[3] Gonçalves, Daciberg Lima; Sankaran, Parameswaran; Strebel, Ralph. *Groups of PL-homeomorphisms admitting nontrivial invariant characters.* Pacific J. Math. 287 (2017), no. 1, 101–158. MR3613436

[4] Lins de Araujo, Paula M.; de Oliveira-Tosti, Altair S.; Santos Rego, Yuri. *Thompson-like groups, Reidemeister numbers, and fixed points.* Geom. Dedicata 217 (2023), no. 3, Paper No. 54, 22 pp. MR4565824

[5] Lodha, Yash; Moore, Justin Tatch. *A nonamenable finitely presented group of piecewise projective homeomorphisms.* Groups Geom. Dyn. 10 (2016), no. 1, 177–200. MR3460335

[12] Universidade Estadual do Norte do Paraná Email: <altair@uenp.edu.br>.

11h45 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Os Grupos de Isotropia da Álgebra de Weyl Quantizada

Wilian Francisco de Araújo [13] Adriano Gomes de Santana [14] Rene Baltazar [15]
Robson Wilians Vinciguerra [16]

Resumo

Sejam R uma K-álgebra e $Aut_K(R)$ o conjunto dos K-automorfismos de R, dada δ uma K-derivação sobre R, definimos o grupo de isotropia de δ como sendo o subgrupo de $Aut_K(R)$ dos K-automorfismos de R que comutam com δ, ou seja,

$$Aut_\delta(R) := \{\rho \in Aut_K(R) | \rho\delta = \delta\rho\}.$$

As pesquisas sobre grupos de isotropia, particularmente no caso comutativo, têm se intensificado de forma crescente (ver [1], [2] e [3]). Este é um trabalho na investigação dos grupos de isotropia no contexto não comutativo, motivado pelo fato de que esses grupos são invariantes sob isomorfismos. Apresentaremos um estudo sobre o grupo de isotropia da Álgebra de Weyl Quantizada, fornecendo uma caracterização desse grupo por meio de condições aritméticas.

Referências

[1] R. Baltazar and M. Veloso, On isotropy group of danielewski surfaces, Communications in Algebra, 49 (2021), 1006–1016.

[2] N. Dasgupta and A.Lahiri, Isotropy subgroups of some almost rigid domains, Journal of Pure and Applied Algebra, 227 4 (2023), 107250.

[3] H. Rewri and S. Kour, Isotropy group of non-simple derivations of $k[x, y]$, Communications in Algebra, 51 (2023), 5065–5083.

Almoço

14h00 – Plenária – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Higher dimensional algebraic fiberings of group extensions

Dessislava Kochloukova

Resumo

We will discuss some joint results with S. Vidussi on higher dimensional algebraic fiberings published In JLMS, 2023. These results give sufficient conditions for a group extension G to have a normal subgroup N such that G/ N is infinite cyclic and N is of homotopical type Fn ou homological type FPn (these types include finitely generated groups, finitely presented group, almost finitely presented groups and many others).

[13] Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Email: <wilianmat@yahoo.com.br>.
[14] Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Email: <adrianosantana@utfpr.edu.br>.
[15] Universidade Federaldo Rio Grande do Sul (FURG). Email: <renebaltazar.furg@gmail.com>.
[16] Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Email: <robsonwv@gmail.com>.

15h15 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS (Sessão Paralela)

Sobre Grupos de Isotropia no Plano Quântico

Adriano Gomes de Santana [17] Rene Baltazar [18] Robson Wilians Vinciguerra [19]
Wilian Francisco de Araújo [20]

Resumo

O grupo de isotropia de uma derivação δ sobre uma K-álgebra A, denotado por $\mathrm{Aut}_\delta A$, é definido como o subgrupo dos automorfismos ρ de A que comutam com δ. Estudos sobre a classificação dos grupos de isotropia como invariante de suas álgebras tem aparecido de forma significativa nos últimos anos. Exemplos disso são os trabalhos [2] e [3]. Nesta apresentação, nos propomos a explorar os grupos de isotropia das derivações sobre o plano quântico, isto é, das K-álgebra geradas por elementos x e y com a relação $xy = qyx$, na qual q é um elemento invertível. Ainda neste trabalho nos restringimos aos casos donde q é diferente de 1 e -1. Para tal, nos valemos dos resultados apresentados em [1], o qual nos apresentam as caracterizações das derivações e dos automorfismos sobre tais álgebras.

Referências

[1] Alev, J., and Chamarie, M. Derivations et automorphismes de quelques algebras quantiques. *Communications in Algebra 20*, 6 (Jan. 1992), 1787–1802.

[2] Baltazar, R. On simple shamsuddin derivations in two variables. *Annals of the Brazilian Academy of Sciences 88*, 4 (Dec. 2016), 2031–2038.

[3] Mendes, L. G., and Pan, I. On plane polynomial automorphisms commuting with simple derivations. *Journal of Pure and Applied Algebra 221*, 4 (Apr. 2017), 875–882.

15h15 – Apresentação Oral – Sala B107 do CCS (Sessão Paralela)

A P-Theorem for Inverse Semigroupoids

Felipe Augusto Tasca[21] Paulinho Demeneghi[22] Víctor Marín[23]
Willian Goulart Gomes Velasco[24]

Resumo

This work introduces a P-theorem within the framework of partial actions of groupoids on semilatticeoids (disjoint union of semilattices). We construct a McAlister triple $(\mathcal{G}, Y_{\mathcal{G}}, i(X))$ and its associated E-unitary inverse semigroupoid $P(\mathcal{G}, Y_{\mathcal{G}}, i(X))$, demonstrating the existence of a globalization for any given partial groupoid action.

Additionally, we explore properties of inverse semigroupoids and establish necessary and sufficient conditions for them to be E-unitary. This study builds on and extends classical results like McAlister's P-theorem and incorporates elements of partial actions, generalizing these ideas to the broader category of semigroupoids.

This is a collaborative effort by Paulinho Demeneghi, Felipe Augusto Tasca, Víctor Marín, and Willian Velasco.

Coffee Break & Sessão de Pôsteres 1

[17] Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Email: <adrianosantana@utfpr.edu.br>.
[18] Universidade Federaldo Rio Grande do Sul (FURG). Email: <renebaltazar.furg@gmail.com>.
[19] Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Email: <robsonwv@gmail.com>.
[20] Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Email: <wilianmat@yahoo.com.br>.
[21] Instituto Federal do Paraná
[22] Universidade Federal de Santa Catarina
[23] Universidad del Tolima
[24] Universidade Federal do Paraná

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Cohomologia galoisiana

Alberto Tavares Duarte Neto[25]

Resumo

Seja G um grupo profinito e A um G-módulo discreto. Definindo por $C^n(G,A)$ o conjunto das aplicações contínuas de G^n para A, com aplicações

$$\begin{aligned} d : C^n(G,A) &\to G^{n+1}(G,A) \\ f &\mapsto df : (g_1,\dots,g_n,g_{n+1}) \mapsto g_1 \cdot f(g2,\dots,g_{n+1}) \\ &\quad + \sum_{i=1}^{n}(-1)^i f(g_1,\dots,g_{i-1},g_i g_{i+1},g_{i+2},\dots,g_n) \\ &\quad + (-1)^{n+1} f(g_1,\dots,g_n) \ , \end{aligned}$$

o complexo de cocadeias $C^*(G,A)$ correspondente induz grupos de cohomologia $H^n(G,A)$ [1, Sec 2.1].

Definimos a **p-dimensão cohomológica** de G, denotada por $cd_p(G)$ como o menor dos inteiros n tais que, para todo $q > n$, o componente p-primário de $H^q(G,A)$ é trivial. A **dimensão cohomológica** de G, denotada como $cd(G)$, é o supremo das p-dimensões cohomológicas, onde p percorre os primos. Esta dimensão captura boas propriedades do grupo G:

Proposição 1 *[1, Sec 3.4, Prop. 16]. Sejam G um grupo profinito e p um primo. As seguintes propriedades são equivalentes*

(i) $cd_p(G) \leq 1$

(ii) Toda extensão de G por um grupo pro-p cinde.

(iii) O subgrupo p-Sylow G_p de G são projetivos na categoria dos grupos pro-p.

Como corolário, é possível mostrar que G é projetivo na categoria dos grupos profinitos se, e somente se, $cd(G) \leq 1$ [2, Cor 7.7.6].

Estamos particularmente interessados no caso em que $G = \mathrm{Gal}(E/k)$ onde E/k é uma extensão Galois (sabemos que, neste caso, G é profinito). Provamos neste trabalho o seguinte resultado, devido a Lang:

Teorema 1 *[3, Sec 18.8]. Sejam k um corpo finito e G um esquema em grupos afim conexo. Então $H^1(\mathrm{Gal}(\overline{k}/k), G(\overline{k}))$ é trivial.*

Referências

[1] J-P Serre. Galois Cohomology. 2021.

[2] L. Ribes, P. Zalesskii. Profinite Groups. 2000.

[3] W. Waterhouse. Introduction to Affine Group Schemes. 1979.

[4] J. Milne. Algebraic Groups: The Theory of Group Schemes of Finite Type over a Field. 2021.

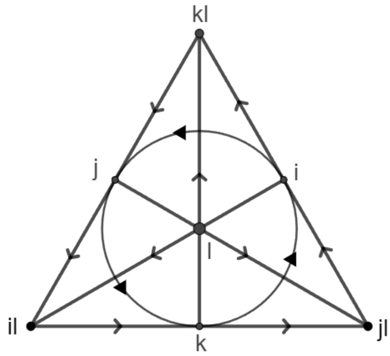
15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Ações e Ações Parciais de Octônios

Diogo Luis Debastiani Felix Afonso de Afonso

Resumo

Figura 1: Plano de Fano



Fonte: Elaborado pelo autor

A partir da década de 1990, iniciarem-se estudos voltados às ações parciais no contexto das C*-álgebras. Em 2005, Dokuchaev e Exel trouxeram essa ideia para o contexto puramente álgebrico, obtendo resultados a cerca da existência e unicidade de uma ação envolvente, veja em [1]. Esse trabalho é resultado de um processo que ainda se encontra em desenvolvimento, visto que há muitas perguntas em aberto em relação ao tema. O objetivo principal de nosso trabalho é construirmos tais ações parciais de octônios, buscando comprender as ações parciais em contexto não associatiavo, a fim de contruirmos alguns resultados a cerca da teoria.

Após a descoberta dos quatérnios por William Rowan Hamilton em outubro de 1843, o mesmo enviou uma carta a respeito de sua descoberta para seu amigo T. Graves, que respondeu tal carta em dezembro do mesmo ano, descrevendo os octônios os quais chamou de oitavas. Entretanto, T. Graves não publicou seu trabalho, somente em 1845 após Arthur Cayley publicar sua descoberta dos octônios, T.graves publicou a carta em resposta. Dizemos que ambos descobriram os octônios de forma independente.

Na primeira seção de desenvolvimento do nosso trabalho estudamos o conjunto dos octônios, analogamente ao números complexos e quatérnios, os octônios também possuem uma parte real e uma imaginária.

Dessa forma, definimos um octônio como um número da forma $o = a + bi + cj + dk + ekl + fjl + gil + hl$, onde a, b, c, d, e, f, g, h são números reais, e os símbolos i, j, k, jk, jl, il, l são unidades imaginárias satisfazendo as relações $i^2 = j^2 = k^2 = l^2 = (il)^2 = (jl)^2 = (kl)^2 = -1$.

Definimos a operação de adição de maneira usual, já a operação de multiplicação construímos através de um diagrama denominado de Plano de Fano. A partir disso, estudamos as estruturas álgebricas constituídas pelo conjunto e suas operações, destacando que tal conjunto constitui uma álgebra não associativa.

Nessa segunda seção de nosso trabalho primeiramente estudamos alguns conceitos introdutórios que seram de suma importância para nossa pesquisa, é neste momento que definimos uma ação global e vemos alguns exemplos. A partir disso, estudamos as ações parciais, seja G um grupo com identidade 1_G e um conjunto X. Definimos uma ação parcial α, de G sobre X, o par de coleções $\alpha = (\{D_g\}, \{\alpha_g\})$, de subconjuntos $\{D_g\}_{g \in\ G} \subseteq X$ e aplicações bijetoras $\{\alpha_g\}_{g \in G}$; $\alpha_g : D_{g^{-1}} \to D_g$, tais que:

1. $D_{1_G} = X$;
2. $\alpha_h^{-1}(D_h \cap D_{g^{-1}}) \subseteq D_{(gh)^{-1}}$;
3. $\alpha_g \circ \alpha_h = \alpha_{gh}; \forall x \in \alpha_h^{-1}(D_h \cap D_{g^{-1}})$.

Podemos dizer que α_{gh} é uma extensão da composição das funções α_h e α_g, note que para que a condição 3. ocorra é necessaria a condição 2. , ou seja, que a pré-imagem de $D_h \cap D_{g^{-1}}$ esteja em $D_{(gh)^{-1}}$. Atualmente, estamos realizando um estudo em alguns conceitos da teoria, por se tratar de um trabalho em desenvolvimento, nosso proxímo objetivo é contruirmos tais ações parciais de octônios, assim compreendendo o comportamento de tais em contexto não associativo, correlacionando com o conceito de I. P. loop.

Referências

[1] Doukuchaev, M., Exel, R., (2005) *A*ssociativity of crossed products by partial actions, enveloping actions and partial representations. Transactions of the American Mathematical Society.

[2] Santos, D. J. D. (2016). *A* álgebra dos complexos/quatérnios/octônios e a construção de Cayley-dickson.

[3] dos Anjos, K. J. S. (2017). *A*ções Parciais de Grupos.

[25] Departamento de Matemática da Universidade de Brasília. Email: `<albertotdneto@hotmail.com>`.

[4] Afonso, F. A. D. (2022). *Ações globais e ações parciais de IP loops.*

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Noções iniciais sobre Semigrupos e Monoides

Eduarda Caroline Klug[26] Felipe Vieira (Orientador)[27]

Resumo

Nosso objetivo neste trabalho é apresentar uma introdução às estruturas algébricas conhecidas como semigrupos e monoides, com o objetivo de estabelecer uma base conceitual sólida para o estudo posterior de semigrupos inversos. Por meio de definições formais, observações e exemplos, exploramos as propriedades básicas dessas estruturas e sua relação com os grupos.

Um semigrupo é um par $(S, *)$, onde S é um conjunto não vazio e $*$ é uma operação binária associativa em S, isto é,

$$\begin{aligned} * : S \times S &\to S \\ (a, b) &\mapsto a * b. \end{aligned}$$

Lembre que a associatividade exige que, para todos $a, b, c \in S$,

$$a * (b * c) = (a * b) * c.$$

Um monoide é um par $(M, \bullet)$ onde essa estrutura já é um semigrupo, mas com uma identidade. Ou seja,

$$\exists 1 \in M : 1 \bullet a = 1 = a \bullet 1, \ \ \forall a \in M.$$

Construímos diversos exemplos, entre eles temos as chamadas bandas retangulares, que nada mais é do que um semigrupo idempotente, isto é, $a^2 = a$ para todos seus elementos a.

Abordamos também o processo de construção de monoides a partir de semigrupos por meio da adição de um elemento identidade. Formalmente, dado um semigrupo S, consideramos o conjunto $S^1 = S \cup \{1\}$, onde $1 \notin S$ e definimos uma nova operação em S^1.

Esse estudo, realizado como parte inicial do meu Trabalho de Conclusão de Curso, teve como foco a introdução aos conceitos básicos de semigrupos e monoides. Foram apresentadas definições formais, propriedades principais e a relação entre essas estruturas dentro da álgebra. O conteúdo explorado estabelece a base teórica necessária para o aprofundamento no tema dos semigrupos inversos.

Referências

[1] CLARK, Pete L. Introduction to Semigroups and Monoids. Disponível em: http://alpha.math.uga.edu/ pete/semigroup.pdf. Acesso em: 25/03/2025.

[2] GOULD, Victoria. Semigroup theory, A Lecture Curse. Disponível em: https://www-users.york.ac.uk/ varg1/SemigroupTheory.pdf. Acesso em: 25/03/2025.

[3] HOWIE, John Mackintosh. Fundamentals of Semigroup Theory. 2. ed. New York: Clarendon Press, 1995.

[26] Licenciatura em Matemática - UFSC Blumenau. Email: <carolineeduardaklug@gmail.com>.
[27] Departamento de Matemática - UFSC Blumenau. Email: <f.vieira@ufsc.br>.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Grupos de Homotopia e Espaços de Recobrimentos

Eduardo Freire[28]

Resumo

Apresentamos neste trabalho 4 teoremas fundamentais para a topologia algébrica e algumas de suas aplicações. O primeiro é o Teorema de van Kampen, que utilizaremos por exemplo para determinar o grupo fundamental de grafos:

Teorema 2 (Van Kampen [1, Sec 1.2]) *Suponha que o espaço topológico X é tal que $X = \cup_\alpha A_\alpha$ em que cada A_α é aberto, conexo por caminhos e contém x_0. Denotemos por $i_{\alpha\beta}$ o homomorfismo induzido pela inclusão $A_\alpha \cap A_\beta \hookrightarrow A_\alpha$ e por $i_{\beta\alpha}$ uma aplicação análoga. As aplicações $\pi_1(A_\alpha, x_0) \to \pi_1(X, x_0)$ induzidas pela inclusão induzem um homomorfismo $\phi : *_\alpha \pi_1(A_\alpha, x_0) \to \pi_1(X, x_0)$. Vale que:*

1. *Se cada interseção $A_\alpha \cap A_\beta$ for conexa por caminhos, então ϕ é sobrejetor;*
2. *Se também for o caso que cada interseção da forma $A_\alpha \cap A_\beta \cap A_\gamma$ for conexa por caminhos, então $\ker(\phi)$ é o menor subgrupo normal de $*_\alpha \pi_1(A_\alpha, x_0)$ contendo os elementos $i_{\alpha\beta}(\omega)i^{-1}_{\beta\alpha}(\omega)$ com $\omega \in \pi_1(A_\alpha \cap A_\beta, x_0)$.*

Também apresentamos dois resultados de Hurewicz, que utilizaremos para determinar o terceiro grupo de homotopia da esfera de duas dimensões:

Teorema 3 (Sequência exata longa de grupos de homotopia [3, Sec 2.7]) *Seja (F, E, B, p) um fibrado e fixe $x \in E$ e $y \in B$ tais que $p(x) = y$. Denotando por F a fibra $p^{-1}(\{y\})$, e por i a inclusão $F \hookrightarrow E$, é o caso que para cada inteiro $n > 1$ existe um homomorfismo $\delta_n : \pi_n(B, y) \to \pi_{n-1}(F, x)$ tal que a sequência*

$$\cdots \to \pi_n(F, x) \xrightarrow{i_*} \pi_n(E, x) \xrightarrow{p_*} \pi_n(B, y)$$
$$\xrightarrow{\delta_n} \pi_{n-1}(F, x) \to \cdots \to \pi_1(B, y)$$

é exata, ou seja, o núcleo de cada aplicação é a imagem da aplicação imediatamente anterior.

Teorema 4 (Huréwicz [3, Sec 2.6]) *Se um poliedro simplesmente conexo X é tal que os seus grupos de homologia $H_1(X), \ldots, H_n(X)$ são triviais para algum $n > 1$, então $\pi_{n+1}(X)$ é isomorfo a $H_{n+1}(X)$.*

Por fim, apresentamos um teorema da teoria de espaços de recobrimento que é análogo ao teorema fundamental da teoria de Galois:

Teorema 5 ([4, Ch 10, Th 10.52]) *Seja X um espaço conexo, localmente conexo por caminhos e semi-localmente simplesmente conexo e seja $(\tilde{X}, p)$ seu recobrimento universal. Denotemos por $\mathcal{G}$ o conjunto dos subgrupos de $\mathrm{Cov}(\tilde{X}/X)$ e por $\mathcal{C}$ o conjunto dos espaços de recobrimento de X (visto como $\tilde{X}/\mathrm{Cov}(\tilde{X}/X)$) da forma $(\tilde{X}/G, \nu)$ em que $G \in \mathcal{G}$. Fixe um subgrupo $G \in \mathcal{G}$ e um recobrimento $(\tilde{Y}, \nu) \in \mathcal{C}$. Vale que:*

1. *$(\tilde{X}/G, \nu)$ é um recobrimento de X;*
2. *$\mathrm{Cov}(\tilde{X}/(\tilde{X}/G)) = G$;*
3. *$(\tilde{X}/\mathrm{Cov}(\tilde{X}/\tilde{Y}), \nu) = (\tilde{Y}, \nu)$.*

Esse último teorema será aplicado para classificar os espaços de recobrimento de $SO(3) \times SO(3)$. Por fim, utilizaremos os teoremas apresentados para dar uma demonstração simples de que o subgrupo derivado do grupo livre de dois geradores é livre de posto infinito.

Referências

[1] Allen Hatcher. Algebraic Topology. Cambridge University Press, 1st edition, 2002.

[2] W. S. Massey. Algebraic Topology: An Introduction. Springer, 1st edition, 1977.

[3] Sergey V. Matveev. Lectures On Algebraic Topology. European Mathematical Society, 1st edition, 2003.

[4] Joseph J. Rotman. An Introduction to Algebraic Topology. Springer, 1st edition, 1988.

[5] John Stillwell. Naive Lie Theory. Springer, 1st edition, 2008.

[28]Departamento de Matemática da Universidade de Brasília. Email: <dudufreiresantos@gmail.com>.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Extensão e Restrição entre Ações Parciais de Grupos sobre um Conjunto X ao Anel das Partes $P(X)$

Fernanda Loureiro Honorio[29] Laerte Bemm[30]

Resumo

As ações parciais de grupos foram definidas de forma algébrica por Dokuchaev e Exel em [3]. Neste trabalho, os autores iniciaram o estudo de ações parciais de grupos sobre anéis arbitrários e, dentre outros resultados, deram condições necessárias e suficientes para garantir a existência de ações envolventes de ações parciais sobre um anel com unidade. Desde então, o conceito de ações parciais de grupos tem sido amplamente estudado. Em [2], Ávila e Lazzarin mostram que toda ação parcial α de um grupo G sobre um conjunto X se estende a uma ação parcial globalizável α' de G sobre o anel das partes $(P(X), \triangle, \cap)$, e estabelecem resultados sobre a envolvente dessas ações parciais. O objetivo deste trabalho é mostrar que toda ação parcial γ de um grupo G sobre o anel das partes $P(X)$ se restringe a uma ação parcial $\overline{\gamma}$ sobre X. Nos casos em que as ações parciais de G sobre $P(X)$ são globalizáveis, objetivamos mostrar que existe uma bijeção por extensão e restrição entre essas ações parciais e as ações parciais de G sobre X.

Referências

[1] ABADIE, F.; Enveloping actions and Takai duality for partial actions. Journal of Functional Analysis, vol. 197, no. 1, pp. 14–67, 2003.

[2] ÁVILA, J; LAZZARIN, J.; Partial Actions and Power Sets. Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, Vol. 2013.

[3] DOKUCHAEV, M; EXEL R.; Associativity of crossed products by partial actions, enveloping actions and partial representation. Trans. Amer. Math. Soc., 357(5) (2005), 1931-1952.

[4] HAZEWINKEL, M.; GUBARENI, N; KIRICHENKO, V. V.; Algebras, Rings and Modules. Vol. 1, Kluwer Academic Publishers, New York, 2004.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Uma propriedade dos grupos quânticos de tipo A_n

Isaías Jacques Alves[31]

Resumo

O objetivo deste trabalho é mostrar que os grupos quânticos de tipo A_n são Álgebras de Koszul. Para isso, apresentamos a definição de Álgebra de Koszul e um teorema relacionando esse conceito com álgebras quadráticas-lineares.

Referências

[1] Karchenko, V. K. Quantizations $\mathrm{U}_q(\mathfrak{sl}^+_{n+1})$ and $\mathrm{U}_q(\mathfrak{so}^+_{2n+1})$ as quadratic-linear algebras. **Journal of Algebra**, 564: 412-435, 2020.

[2] Polishchuk, Alexander; Positselski, Leonid. **Quadratic Algebras**. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2005. (University Lecture Series).

[29]Departamento de Matemática da UEM. Email: <pg56107@uem.br>.
[30]Departamento de Matemática da UEM. Email: <lbemm2@uem.br>.
[31]Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS. Email: <isaias.jacques@gmail.com>.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Plano Quântico e Números Binômiais Quânticos

Júlia Bertuzzo Chesca[32] Wilian Francisco de Araujo[33] Robson Willians Vinciguerra[34]

Resumo

Este trabalho investiga as propriedades dos Skew Anéis de Polinômios tipo automorfismo, tendo o Plano Quântico como exemplo, com ênfase na relação de comutação $yx = qxy$ e em suas implicações nas operações aritméticas.

A pesquisa inicia-se com uma revisão dos conceitos fundamentais da Álgebra, incluindo Espaços Vetoriais, Grupos, Anéis e Corpos, estabelecendo uma base para a compreensão das estruturas analisadas. Em seguida, exploramos a definição dos Skew Anéis de Polinômios, nos quais a multiplicação segue a propriedade $xa = \sigma(a)x$, onde σ é um automorfismo do anel base. Examinamos como essa estrutura se manifesta no Plano Quântico $O_q(K^2)$, onde a relação $yx = qxy$ impõe uma deformação algébrica que altera as propriedades usuais da multiplicação polinomial.

Uma parte central do estudo foi a análise da multiplicação de polinômios sob a não comutatividade, evidenciando padrões e identificando condições sob as quais polinômios específicos comutam. Foram desenvolvidas demonstrações por indução para estabelecer como a identidade dos termos do Plano Quântico se manifestam, mostrando como a dependência do parâmetro q afeta as interações entre os elementos.

Outro aspecto abordado foi a relação entre os Números Binomiais Quânticos (q-binomiais) e o Triângulo de Pascal Quântico, explorando suas propriedades combinatórias e sua generalização para o contexto do parâmetro q.

Os resultados mostram que a não comutatividade introduz novas propriedades algébricas, exigindo um tratamento diferenciado na multiplicação e na análise das simetrias das expressões polinomiais. A pesquisa contribui para a compreensão aprofundada das estruturas algébricas não comutativas e sugere direções para estudos futuros em Álgebra Não Comutativa e suas possíveis aplicações em áreas como a Criptografia.

Referências

[1] BOLDRINI, J. L.; COSTA, S. I. R.; FIGUEIREDO, V. L.; WETZLER, H. *Álgebra linear*. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1986.

[2] DOMINGUES, H. H.; IEZZI, G. *Álgebra Moderna*. 4. ed. São Paulo: Atual, 2003.

[3] SOARES, M. *Os "Skew" Anéis de Polinômios Tipo Automorfismo e a Fatoração Única*. Revista Ciências Exatas e Naturais, v. 10, ed. 2, p. 163–176, 2008.

[4] STANLEY, R. P. *Enumerative combinatorics*. Vol. 1. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Construções de Cayley-Dickson e Estrutura Algébrica das Rotações em Três Dimensões

Leandro Charava[35] Adriano Gomes de Santana [36]

Resumo

Este resumo constitui a etapa inicial de uma pesquisa voltada ao estudo das rotações no plano e no espaço a partir de construções algébricas. Partindo da representação das rotações planas por meio dos números complexos, avançamos para a análise das rotações no espaço com o uso dos quaternos. Ambos os sistemas numéricos são compreendidos como exemplos particulares de álgebras de Clifford, obtidas através do processo recursivo de duplicação conhecido como construção de Cayley-Dickson no qual, a partir de um corpo base, constrói-se uma nova álgebra ao considerar pares ordenados e uma nova operação que preserva certas propriedades algébricas. O objetivo central é investigar, sob a perspectiva algébrica, como essas construções fundamentam a modelagem de rotações em diferentes dimensões, ressaltando os conceitos, propriedades e generalidades das estruturas envolvidas.

[32] Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Toledo. Email: <juliachesca@alunos.utfpr.edu.br>.
[33] Professor Doutor Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Email: <wilianfrancisco@gmail.com>.
[34] Professor Doutor Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Email: <robsonw@utfpr.edu.br>.
[35] Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) Email: <leandrocharava@alunos.utfpr.edu.br>.
[36] Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Email: <adrianosantana@utfpr.edu.br>.

Referências

[1] MORAIS JUNIOR, M. O. *Breve introdução à álgebra geométrica (ou de Clifford)*. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Câmpus Caraguatatuba, 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática).

[2] JAMBERSI, A. B., AND SILVA, S. D. A sutileza dos quatérnions no movimento de rotação de corpos rígidos. *Revista Brasileira de Ensino de Física 38*, 2 (June 2016).

[3] STEIMBRUCH, A., AND WINTERLE, P. *Geometria analitica*. Pearson Makron Books, 2004.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Sobre a dimensão mínimal de uma superálgebra de Jordan excepcional

Lucas Cabral Port[37] Maria Eugenia Martin[38]

Resumo

Seja $\mathbb{K}$ um corpo de char($\mathbb{K}$) $\neq 2$. Dada uma $\mathbb{K}$-álgebra associativa $(A, \cdot)$ podemos definir no espaço vetorial subjacente a A uma nova operação de produto $\odot : A \times A \to A$ dada por

$$a \odot b = \frac{1}{2}(a \cdot b + b \cdot a) \text{ para todo } a, b \in A. \tag{1}$$

Uma conta direta mostra que $(A, \odot)$ é uma álgebra de Jordan. Uma $\mathbb{K}$-álgebra de Jordan J que é isomorfa a uma subálgebra de $(A, \odot)$, é dita uma álgebra de Jordan **especial**. As álgebras de Jordan que não são especiais são denominadas **excepcionais**. Analogamente, define-se *superálgebra* de Jordan especial e excepcional.

A motivação deste trabalho se baseia em responder ao problema de determinar a dimensão minimal, denotada por d, de uma álgebra de Jordan *excepcional*. Este problema, foi apresentado em "Dniester notebook: unsolved problems in the theory of rings and modules" por H. Petersson e A. M. Slin'ko,[1]. Em particular, iremos apresentar os avanços quanto a resolução de uma versão análoga deste problema para superálgebras de Jordan que apareceu pela primeira vez no artigo [2] de I. Shestakov, M. C. López-Díaz e S. Sverchkov. Neste artigo, os autores construíram um exemplo de uma superálgebra de Jordan excepcional de dimensão 7. Este é o exemplo de menor dimensão que se conhece até o presente.

Nossa estratégia para fornecer um limite inferior para essa dimensão consiste em determinar a lista completa das superálgebras de Jordan de dimensões pequenas e verificar quais são especiais e quais são excepcionais. Até o presente momento, sabemos que $5 \leq d \leq 7$.

Referências

[1] FILIPOV, V. T.; KHARCHENKO, V. K. e SHESTAKOV, I. **Dniester Notebook: unsolved problems in the theory of rings and modules**, Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences Siberian Branch, Novosibirsk, 4ª ed., 1993.

[2] LÓPEZ-DIAZ, M. C.; SHESTAKOV, I. e SVERCHKOV, S. **On speciality of Bernstein Jordan algebras**. Communications in Algebra, v. 28, n. 9, p. 4375-4387, 2000. Disponível em: https://doi.org/10.1080/00927870008827094. Acesso em: 12 ago. 2024.

[3] MARTIN, M. E. **Classification of three-dimensional Jordan superalgebras**. arXiv:1708.01963, pp. 1–15, 2017.

[37] Programa de Pós-Graduação em Matemática da UFPR. Email: <lucas.cabral@ufpr.br>.
[38] Programa de Pós-Graduação em Matemática da UFPR. Email: <eugenia@ufpr.br>.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

On central and proper central exponents

Luiz Henrique de Souza Matos[39]

Resumo

Let A be a PI-algebra. We denote by $Id(A)$ the T-ideal of polynomial identities of A and by $Id^z(A)$ its associated T-space. Let P_n be the space of multilinear polynomials in the variables $x_1, \ldots, x_n$. We define the following sequences associated with A:

$$c_n(A) = \dim_F \left(\frac{P_n}{P_n \cap Id(A)} \right), \; c_n^z(A) = \dim_F \left(\frac{P_n}{P_n \cap Id^z(A)} \right), \; c_n^\delta(A) = \dim_F \left(\frac{P_n \cap Id^z(A)}{P_n \cap Id(A)} \right).$$

Intuitively, $c_n(A)$ measures the dimension of the space of multilinear polynomials that are not identities of A, while $c_n^z(A)$ considers only those that centralize the algebra. The difference between these two behaviors is captured by $c_n^\delta(A)$.

It is known that for any PI-algebra A, the sequence $c_n(A)$ grows at most at an exponential rate. Moreover, the limit

$$\exp(A) = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{c_n(A)}$$

always exists and defines a non-negative integer, called the *PI-exponent* of A.

In 2018, Giambruno and Zaicev [1] proved that the following limits also exist and are non-negative integers:

$$\exp^z(A) = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{c_n^z(A)} \quad (\textit{central exponent}),$$

$$\exp^\delta(A) = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{c_n^\delta(A)} \quad (\textit{proper central exponent}).$$

In this presentation, we will discuss this result.

Referências

[1] Giambruno, Antonio, and Zaicev, Mikhail. *Central polynomials and growth functions.* Israel Journal of Mathematics 226.1 (2018): 15–28.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Grupo Linear e WxMaxima na Representação do Grupo de Rubik

Matheus Lima Ribeiro[40] Adriano Gomes de Santana [41]

Resumo

O presente trabalho visa representar o Grupo de Rubik a partir de um subgrupo do grupo de matrizes invertíveis sobre o conjunto dos números complexos com o auxílio do software WxMaxima. Para isso representaremos os movimentos que geram o grupo de Rubik a partir de matrizes de ordem 20x20.

Utilizamos como referência o trabalho [1] que mostra a representação do Grupo de Rubik a partir das rotações e permutações das peças de vértices e de arestas do cubo mágico.

O cubo de Rubik, ou cubo mágico, é um puzzle no formato de um cubo colorido, onde cada face é subdividida no formato 3x3. Objetivo do puzzle é girar as peças para que cada face do cubo fique com uma cor cada. Tal puzzle pode ser representado por um grupo onde cada movimento representa um elemento desse grupo, visto que todo movimento pode ser desfeito, o que significa que possui um movimento inverso, e também há o elemento neutro, que não altera sua configuração.

[39] UFMG. Email: <henrique.lui.00@gmail.com>.
[40] Universidade Tecnológica Federal do Paraná Email: <matheuslimaribeiro@alunos.utfpr.edu.br>.
[41] Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Email: <adrianosantana@utfpr.edu.br>.

Com base no artigo [1], nomeamos e enumeramos as peças do cubo de tal forma que é possível analisar e trabalhar com o puzzle e suas transformações. Tendo isso como base, e também em [2] podemos representar esses movimentos (compostos de permutações e rotações) como matrizes de permutação, sendo estas de ordem 8x8 quando consideramos as peças dos vértices e de ordem 12x12 para as peças de arestas, com entradas sobre o conjunto dos números complexos de norma 1, os quais representarão as rotações de cada peça. Vale observar que as peças nos centros das faces não são modificadas por movimentos válidos. Fazendo tais associações, é possível representar o grupo de Rubik a partir de um grupo de matrizes invertíveis, ou seja, um subgrupo do grupo linear $gl(\mathbb{C})$.

Cada entrada representará uma rotação em sua respectiva peça do cubo, sendo arestas ou vértices, e a ordem das matrizes representa as permutações dessas peças [3]. A utilização do software WxMaxima ajudará a representar tais matrizes e realizar manipulações com as mesmas, na finalidade de obter os resultados, verificar algoritmos de resolução do puzzle, obter a ordem de elementos do grupo, obtenção de subgrupos de elementos de determinada ordem, entre outros resultados que podem ser obtidos a partir da teoria de grupos.

Referências

[1] Chen, J. Group theory and the rubik's cube, 2004. Notas de aula.

[2] Travis, M. The mathematics of the rubik's cube, 2007.

[3] Domingues, H. H., and Iezzi, G. *Álgebra moderna*. Atual, 2003.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Categorias de Hopf e Categorias de Hopf duais a partir de Grupoides de Harrison.

Moroni Menesses Bruch Bora[42] Marcelo Muniz Alves[43]

Resumo

As categorias de Hopf e Categorias de Hopf Duais constituem um tópico relativamente recente de pesquisa, porém com resultados interessantes [2]. Nesse pôster, apresentamos a relação entre Categorias de Hopf Duais e grupoides de Harrison, que são construídos a partir de objetos bigaloisianos [1]. Essas construções caracterizam exemplos concretos de Categorias de Hopf duais em categorias de k-modulos, onde k é um anel comutativo. Dadas duas álgebras de Hopf H e L, um objeto $L-H$-biGaloisiano é um (L,H)-bicomodulo álgebra que é um objeto de Galois tanto para H quanto para L. A construção dada por Schauenburg nos garante que dado um H-objeto de Galois A, é possível determinar uma única Álgebra de Hopf L (a menos de isomorfismo) tal que A é um $L-H$ objeto biGaloisiano. O grupoide de Harrison construído por Schauenburg tem, essencialmente, as álgebras de Hopf como objetos e objetos biGaloisianos como morfismos. Dada uma categoria de Hopf Dual $(H,\Delta,\varepsilon,m,\mu,S)$, todo $H_{x,y}$ é um $H_{x,x}-H_{y,y}$ objeto bigalosiano, em que o coproduto global é, essencialmente, o isomorfismo $H_{x,z}\simeq H_{x,y}\square_{H_{y,y}}H_{y,z}$ [3].

Referências

[1] Schauenburg, Peter. *Hopf bigalois extensions.* Communications in Algebra 24.12 (1996): 3797–3825.

[2] Batista, Eliezer, Stefaan Caenepeel, and Joost Vercruysse. *Hopf categories.* Algebras and representation theory 19 (2016): 1173–1216.

[3] Bichon, Julien. *Hopf-Galois objects and cogroupoids.*Rev. Un. Mat. Argentina 55.2 (2014): 11–69.

[42] Departamento de Matemática-UFPR. Email: `<moroni.menesses@ufpr.br>`..
[43] Email: `<mmunizbr@gmail.com>`.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Graded polynomial identities of block-triangular matrices

Rosiele Trindade Barbosa [44]

Resumo

Describing gradings on matrix algebras is important in the theory of algebras with polynomial identities. Let $\mathcal{A} = M_n(\mathbb{K})$ be the full matrix algebra of order n and G a group. Let $\eta = (g_1, \ldots, g_n)$ be an n-uple of elements of G. If we set A_g to be the subspace spanned by the elementary matrices E_{ij} such that $g_i^{-1}g_j = g$, we obtain a G-grading on $\mathcal{A}$. In this work, our objective is to present the results of [1], on the description of the graded polynomial identities of block-triangular matrix algebras.

Referências

[1] D. D. Silva, T. C. de Mello, Graded identities of block-triangular matrices. Journal of Algebra, 464 (2016), 246–265.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Aplicações de Ações de Grupos em problemas de combinatória

Ruan Petrus Alves Leite[45]

Resumo

O trabalho tem como objetivo resolver o problema da Contagem de Colares. O problema é enunciado no problema 1.

Problema 1 *Qual é a quantidade de colares distintos de n pérolas em que cada pérola pode ser de k cores distintas? O colar está disposto de forma cíclica, desta forma um colar é igual a suas rotações.*

São utilizados e provados resultados de Ações de Grupos, como o Teorema Órbita-Estabilizador 6 e o Lema de Burnside 7.

Definição 1 *Seja S um $G-$conjunto e $s \in S$. A órbita de s é o conjunto $G \cdot s = \{g \cdot s \mid g \in G\}$.*

Definição 2 *Seja S um $G-$conjunto e $s \in S$. O estabilizador de s é o conjunto $G_s = \{g \in G \mid g \cdot s = s\}$.*

Teorema 6 (Órbita-Estabilizador) *Dado um grupo G finito e um conjunto S finito. Se S é um $G-$conjunto vale que, para cada $s \in S$, a cardinalidade da órbita de s é a cardinalidade de G dividido pela cardinalidade do estabilizador de s. Ou seja, $|G \cdot s| = \frac{|G|}{|G_s|}$.*

Definição 3 *Seja S um $G-$conjunto e $g \in G$. O conjunto de pontos fixados por g é $S^g = \{s \in S \mid g \cdot s = s\}$.*

Definição 4 *Seja S um $G-$conjunto. O conjunto das órbitas de S, S/G, é $\{G \cdot s \mid s \in S\}$.*

Teorema 7 (Lema de Burnside) *Dado um grupo G finito e um conjunto S finito. Se S é um $G-$conjunto vale que a cardinalidade do conjunto de órbitas de S é o somatório da cardinalidade do conjunto de pontos fixados por g para todo $g \in G$ dividido pela cardinalidade de G. Ou seja, $|S/G| = \frac{\sum_{g \in G} |S^g|}{|G|}$.*

Utilizando os teoremas anteriores chegamos na solução 1.

Resultados 1 *Uma solução para o problema 1 pode ser escrita como:*

$$\frac{\sum_{i=0}^{n-1} k^{\gcd(n,i)}}{n}$$

[44] Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP). Email: `<rosiele@ime.usp.br>`.
[45] Departamento de Ciência da Computação da Universidade de Brasília. Email: `<leite.ruan@aluno.unb.br>`.

Referências

[1] Joseph J. Rotman. An Introduction to the Theory of Groups. Springer, Fourth Edition, 1995.

[2] Group Actions. (2022, March 6). Google Research. https://math.libretexts.org/@go/page/700

[3] Orbits and Stabilizers. (2022, March 6). Google Research. https://math.libretexts.org/@go/page/701

[4] Counting. (2022, March 6). Google Research. https://math.libretexts.org/@go/page/702

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

O Sistema de Criptografia ElGamal no Domínio dos Inteiros Gaussianos

Tainara Bernardo Colombo[46]

Resumo

O criptosistema ElGamal é um dos algoritmos de criptografia de chave pública mais amplamente utilizados no mundo, criado em 1985 pelo criptólogo Taher Elgamal. Esse sistema de criptografia é originalmente descrito utilizando o grupo multiplicativo $\mathbb{Z}_p^*$, mas ele pode ser expandido para outros grupos cíclicos finitos. Em [1] os autores descrevem o criptosistema ElGamal para o grupo multiplicativo do anel quociente $\frac{\mathbb{Z}[i]}{\langle\beta\rangle}$, onde $\mathbb{Z}[i]$ denota o anel dos inteiros gaussianos e β um primo gaussiano.

Neste trabalho baseado em [1] e [3], vamos usar alguns resultados de Teoria dos Números para podermos classificar dois tipos de primos nos inteiros gaussianos e, assim analisar o que acontece com os elementos de $\frac{\mathbb{Z}[i]}{\langle\beta\rangle}$, onde β é um desses tipos de primos. Ao final, modificaremos o algoritmo ElGamal de modo que possamos substituir o grupo $\mathbb{Z}_p^*$ pelo grupo $\frac{\mathbb{Z}[i]}{\langle\beta\rangle}^*$, mantendo a segurança do sistema.

Referências

[1] EL-KASSAR, Abdul Nasser; HARATY, Ramzi A. ElGamal Public-Key cryptosystem in multiplicative groups of quotient rings of polynomials over finite fields. 2005..

[2] EL-KASSAR, A. N. et al. El-Gamal public key cryptosystem in the domain of Gaussian integers. International journal of applied mathematics, v. 7, n. 4, p. 405-412, 2001.

[3] CROSS, James T. The Euler ø-Function in the Gaussian Integers. The American Mathematical Monthly, v. 90, n. 8, p. 518-528, 1983.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Ações Parciais de Categorias em Conjuntos

Vanessa Fagundes[47]

Resumo

O conceito de ações parciais em conjuntos, introduzido por Ruy Exel em 1998 [2], surgiu naturalmente na classificação de determinadas C^*-álgebras. Já o estudo da teoria de categorias foi introduzido por Samuel Elienberg e Saunders MacLane, e surgiu como uma maneira natural de organizar e estruturar conceitos que já apareciam na Álgebra.

Neste pôster, traremos o conceito de ações parciais dentro do contexto de categorias, tratando sobre estas ações em conjuntos e falando sobre a existência de globalização, tendo como referência principal o trabalho de Patrik Nysted [1].

[46] Programa de Pós-Graduação em Matemática da UEM. Email: <pg405576@uem.br>.

[47] Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS. Email: <vanessabeas97@gmail.com>.

Referências

[1] S. Elienberg, S. MacLane, General Theory of Natural Equivalences, Trans. Amer. Math. Soc. 58 (2) (1945), 231-294.

[2] R. Exel, Partial actions of groups and actions of inverse semigroups, Proc. Amer. Math. Soc. 126 (12) (1998), 3481-3494.

[3] P. Nystedt, Partial category actions on sets and topological spaces. Commun. Algebra 46 (2) (2018), 671–683. DOI 10.1080/00927872.2017.1327057.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Sequências Exatas em Álgebras de Hopf

Vitor Riella Guimarães[48]

Resumo

Sequências exatas são uma ferramenta fundamental para a classificação e compreensão da estrutura interna de objetos algébricos.

Nesta apresentação, introduzimos uma definição de sequências exatas para álgebras de Hopf proposta por N. Andruskiewitsch e J. Devoto [1], desenvolvida por meio da adaptação de conceitos da teoria de categorias ao ambiente das álgebras de Hopf.

Esta apresentação é baseada na minha dissertação, orientada pelo professor João M. J. Giraldi (UFRGS).

Referências

[1] Andruskiewitsch, N. and Devoto, J. (1995). Extensions of Hopf Algebras. *St. Petersburg Math. J.* 7, 17-52.

16h45 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS (Sessão Paralela)

On classifications of varieties of algebras with additional structure

Wesley Quaresma Cota [49]

Resumo

In the last few years, the assymptotic behavior of numerical invariants sequences associated to a given algebra A have been the subject of currently research. Among them, the sequence of codimensions $\{c_n(A)\}_{n\geq 1}$ and the sequence of colengths $\{l_n(A)\}_{n\geq 1}$ are directly related to the growth of polynomial identities satisfied by A. These sequences are also considered in algebras with involution, G-graded algebras, and algebras under the action of a finite-dimensional Hopf algebra H.

In particular, many classifications of varieties according to the behavior of these sequences have been presented, here we can cite the classifications of varieties with polynomial growth n^k, for certain values of k, and classifications of varieties with bounded colength. Among varieties of polynomial growth, minimal varieties are particularly significant, acting as building blocks for new varieties. In fact, by analyzing the finite direct sum of algebras generating minimal varieties, researchers have successfully characterized varieties with linear, quadratic, and cubic growth.

In this lecture we present new contributions to the study of PI-algebras. Particularly, we classify the varieties according to the sequences of codimension and colength in the context of algebras with involution and algebras graded by a finite group.

[48] Aluno de doutorado do PPGMAT-UFRGS. Email: <vitorriella@gmail.com>.

[49] Instituto de Ciências Exatas da UFMG. Email: <quaresmawesley@gmail.com>.

Referências

[1] W. Q. Cota. *Minimal G-graded varieties of quadratic growth and small colength.* Submitted.

[2] W. Q. Cota, A. Ioppolo, F. Martino and A. C. Vieira. *On the colength sequence of G-graded algebras.* Linear Algebra Appl. 701 (2024) 61-96.

[3] W. Q. Cota, R. B. dos Santos and A. C. Vieira. *Algebras with graded involution and $(G,*)$-colength bounded by 4.* Submitted.

[4] W. Q. Cota and A. C. Vieira. *Minimal varieties of algebras with graded involution and quadratic growth.* Submitted.

16h45 – Apresentação Oral – Sala B107 do CCS (Sessão Paralela)

Transitive Partial Groupoid Actions

Víctor Marín (University of Tolima)

Resumo

In [2] was established that each partial action of a group G on a set Y can be extended to a global action of G on a set Y_G containing a copy of Y, and in [1] was showed that $\alpha = (S_g, \alpha_g)_{g\in G}$ be a transitive partial action of a group G on a set Y if and only if the globalization β of G on Y_G is transitive. Furthermore, if the partial action of G on Y is transitive, then the action β of G on Y_G is equivalent to the left coset action of G on G/G_x, for any $x \in Y$. We present the generalization of the previous results when $\alpha = (S_g, \alpha_g)_{g\in G}$ be a transitive partial action of a groupoid G on a set Y. Also, we show some results on free partial groupoid actions.

Referências

[1] Choi K., and Lim L. (2008), *Transitive partial actions of groups,* Periodica Mathematica Hungarica, 56.2 : 169-178.

[2] Kellendonk, J. and Lawson M. V. (2004), *Partial Actions of Groups*, International Journal ofAlgebra and Computation, 87–114.

[3] Marín, V., Pinedo, H., & Rodríguez, J. L. V. (2025). *Partial Groupoid Actions on Smooth Manifolds,* Bull Braz Math Soc, New Series, 56:19, 1–20.

17h15 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS (Sessão Paralela)

Comportamento assintótico de codimensões centrais de álgebras com estruturas adicionais

Antonio Augusto Pereira dos Santos[50]

Resumo

Seja A uma álgebra sobre F um corpo de característica zero e $f(x_1,\ldots,x_n) \in F\langle X\rangle$, onde $F\langle X\rangle$ é a álgebra livre gerada por um conjunto enumerável de variáveis não comutativas sobre F. Se o termo constante de $f(x_1,\ldots,x_n)$ é zero e toda avaliação por elementos de A pertence ao centro de A, então dizemos que $f(x_1,\ldots,x_n)$ é um polinômio central de A. Os polinômios centrais de A formam um subespaço vetorial de $F\langle X\rangle$ denominado o T-espaço de A e denotado por $Id^z(A)$. O estudo de polinômios centrais é uma importante área de pesquisa em PI-álgebra.

Uma das ferramentas mais importantes no estudo de T-espaços é a chamada n-ésima codimensão central da álgebra A, denotada por $c_n^z(A)$. Existe um importante invariante numérico associado a elas, chamado o expoente central de A, definido como $\exp^z(A) = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{c_n^z(A)}$, se o limite existir. A existência desse limite foi demonstrada por Giambruno e Zaicev [1].

Uma questão que surge naturalmente do resultado citado acima é se podemos encontrar resultados similares ao considerarmos álgebras com estruturas adicionais. Em particular, o caso de $*$-álgebras (álgebras munidas de uma operação linear $*$ tal que $(a^*)^* = a$ e $(ab)^* = b^*a^*$ para todo $a, b \in A$) foi demonstrado sob certas condições por Martino e Rizzo em 2022 [2] e o caso de álgebras G-graduadas (álgebras com subespaços vetoriais A_g, $g \in G$ tais que $A_gA_h \subseteq A_{gh}$ para todo $a, b \in A$), onde G é um grupo abeliano finito, foi demonstrado sob certas condições por La Mattina, Martino e Rizzo em 2022 [3]. No presente trabalho o autor conseguiu resultados semelhantes para $*$-superálgebras trabalhando em colaboração com dos Santos e Vieira [4] e para superálgebras com superinvolução, trabalhando em colaboração com Giordani, Ioppolo e Vieira [3].

[50] Instituto de Ciências Exatas da UFMG. Email: <aapdsmat@ufmg.br>.

Referências

[1] A. Giambruno, M. V. Zaicev, *Central Polynomials of associative algebras and their growth*, Proc. Am. Math. Soc. 147:3 (2018) 909-919.

[2] G. Giordani, A. Ioppolo, A. A. P. dos Santos and A. C. Vieira. *On the central exponent of superalgebras with superinvolution.* Submitted.

[3] D. La Mattina, F. Martino, C. Rizzo, *Central polynomials of graded algebras: Capturing their exponential growth*, J. Algebra. 600 (2022) 45-70..

[4] F. Martino, C. Rizzo, *Growth of central polynomials of algebras with involution*, Trans. Amer. Math. Soc. 375 (2022) 429-453.

[5] A. A. P. dos Santos, R. B. dos Santos and A. C. Vieira, *Central codimensions of finite dimensional $*$-superalgebras.* To appear in Int. J. Algebra Comput..

17h15 – Apresentação Oral – Sala B107 do CCS (Sessão Paralela)

Uma equivalência categórica entre semigrupoides inversos e semigrupos inversos categóricos no zero

Wesley G. Lautenschlaeger [51]

Resumo

O principal resultado desse trabalho diz que as categorias de semigrupoides inversos e de semigrupos inversos categóricos no zero são isomorfas. Além disso, serão apresentadas duas aplicações: uma que relaciona semigrupoides inversos e ações de categoria, seguindo a linha de Lawson em [1], e outra traduzindo a correspondência de Galois para ação de semigrupo inverso categórico no zero [2] para o caso de ação de semigrupoide inverso.

Referências

[1] M. V. Lawson. Constructing inverse semigroups from category actions. J. Pure Appl. Algebra, 137(1):57–101, 1999.

[2] W. G. Lautenschlaeger and T. Tamusiunas. The Galois correspondence theorem for inverse semigroup actions. ArXiv, 2024.

[51] Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Sul-rio-grandense (IFSul) - Câmpus Charqueadas Email: <wesleyglautenschlaeger@gmail.com>.

Dia 3

Sexta-feira – 30/05

08h00 – Minicurso – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Álgebras de Hopf e álgebras de Frobenius

Lúcia Satie Ikemoto Murakami

Resumo

Neste minicurso, vamos explorar algumas propriedades das álgebras de Frobenius. Veremos que se trata de uma classe de álgebras de dimensão finita que contém várias álgebras importantes no âmbito da teoria de representações, como as álgebras semissimples e as álgebras de grupo. As álgebras de Hopf (de dimensão finita) também serão mencionadas. O enfoque dado a elas será do ponto de vista da teoria de representações, como uma subclasse de álgebras de Frobenius que contém as álgebras de grupo. Veremos resultados que caracterizam a semissimplicidade das álgebras de Hopf usando a estrutura de álgebra de Frobenius que ela possui.

09h15 – Plenária – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Alguns resultados recentes sobre a classificação de PI-álgebras de acordo com suas sequências de codimensões e de cocomprimentos

Ana Cristina Vieira

Resumo

Uma álgebra A é dita uma PI-álgebra se satisfaz um polinômio não nulo em variáveis não comutativas. Duas sequências numéricas importantes estão associadas a uma PI-álgebra sobre um corpo de característica zero: a sequência de codimensões e a sequência de cocomprimentos e estas estão associadas da seguinte maneira: a sequência de codimensões é limitada polinomialmente se, e somente se, a sequência de cocomprimentos é limitada por uma constante. Nesta palestra, pretendo apresentar resultados recentemente obtidos com diversas colaboradoras a respeito da classificação de álgebras de acordo com o comportamento assintótico de tais sequências, tanto no contexto ordinário, quanto no ambiente de álgebras munidas de estruturas adicionais.

09h15 – Minicurso – Anfiteatro do EFI

Das equações algébricas aos números Complexos

Eliezer Batista

Resumo

Neste minicurso mostraremos a trajetória histórica do desenvolvimento dos números complexos. De um mero artifício para solucionar equações algébricas de terceiro grau até sua interpretação geométrica como pontos no plano cartesiano, veremos o desenvolvimento dos números complexos, que hoje têm uma importância fundamental não somente em Matemática, como em Física e Engenharias. O curso será dirigido a professores do ensino médio, com atividades que poderão ser implementadas na sala de aula.

Coffee Break

10h45 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Sobre as multiplicidades de álgebras com estruturas adicionais

Reyssila Franciane Dutra do Nascimento Vieira[52]

Resumo

Dada uma álgebra associativa sobre um corpo de característica zero, estabelecemos condições para que as multiplicidades na decomposição do cocaracter da álgebra sejam limitadas por constante. Tais condições são estabelecidas no contexto de álgebras com estruturas adicionais. Para uma álgebra graduada por um grupo nito determinamos uma condição necessária e suficiente para que as multiplicidades sejam limitadas por constante através de particulares identidades que a álgebra satisfaz e para uma álgebra graduada por um grupo nito e munida de uma involução graduada, apresentamos uma caracterização para que esta tenha multiplicidades limitadas por 1 a partir de específicas identidades que são satisfeitas por ela. cf [1, 2]. Este é um trabalho em colaboração com A. Vieira e R. dos Santos, ambos da UFMG.

Referências

[1] R. B. dos Santos, A. C. Vieira and R. F. D. N. Vieira, *Characterization of algebras with graded involution with multiplicities bounded by one*. Submitted.

[2] R. B. dos Santos, A. C. Vieira and R. F. D. N. Vieira, *Identities satised by algebras with additional structures and multiplicities bounded by constant*. Preprint.

11h15 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Identidades polinomiais graduadas para a álgebra de Lie das matrizes triangulares superiores de ordem 2

Evandro Riva [53]

Resumo

Considere a álgebra de Lie das matrizes triangulares superiores de ordem n com entradas em um corpo $\mathbb{K}$, denotada por $UT_n(\mathbb{K})^{(-)}$. As G-graduações dessa álgebra foram classificadas em [3] para todo $n \geq 2$, e as identidades polinomiais G-graduadas são conhecidas para $n = 2$ quando $\mathbb{K}$ é um corpo infinito, conforme descrito em [1] e [2]. Para $n \geq 3$, a descrição completa dessas identidades ainda constitui um problema em aberto.

Nesta apresentação, abordarei o caso das identidades polinomiais da álgebra $UT_2(\mathbb{K})^{(-)}$ sobre corpos infinitos e, principalmente, sobre corpos finitos, descrevendo o conjunto completo de identidades polinomiais G-graduadas para qualquer grupo G.

Referências

[1] Y. A. Bahturin. *Identical Relations in Lie Algebras*, Berlin, Boston: De Gruyter, 2021.

[2] V. Drensky, Free algebras and PI-algebras. Graduate course in algebra. Springer-Verlag Singapore, Singapore, 2000.

[3] P. Koshlukov, F. Yukihide, Group gradings on the Lie algebra of upper triangular matrices. J. Algebra 477 (2017), 294-311.

[52] Instituto de Ciências Exatas UFMG. Email: <reyssilafdn@ufmg.br>.
[53] Departamento de Matemática da UTFPR Campus Curitiba. Email: <evandroriva@utfpr.edu.br>.

11h45 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Identidades Polinomiais Graduadas para a álgebra de Jordan das matrizes triangulares superiores 2×2.

Mateus Eduardo Salomão[54]

Resumo

Seja K um corpo (finito ou infinito) de $\text{char}(K) \neq 2$ e seja $UT_2(K)$ a álgebra das matrizes triangulares superiores 2×2 sobre K. Se $\cdot$ é o produto usual em $UT_2(K)$, então, com o novo produto $a \circ b = (1/2)(a \cdot b + b \cdot a)$, temos que $UT_2(K)$ é uma álgebra de Jordan, denotada por $UJ_2 = UJ_2(K)$.

Para um grupo G, temos os seguintes resultados sobre os conjuntos de todas as identidades polinomais G-graduadas de UJ_2: (a) Em [4], quando G é o grupo trivial e K é infinito de $\text{char}(K) \neq 3$; (b) Em [2], quando G é o grupo trivial e K é infinito de $\text{char}(K) = 3$ ou K is finito; (c) Em [4], quando $G0$ não é o grupo trivial, G não é o grupo de Klein, e K é infinito; (d) Em [1], quando G é o grupo de Klein e $\text{char}(K) = 0$.

Recentemente, o artigo [3] completou a análise dos casos que ainda estavam pendentes sobre as identidades polinomiais G-graduadas de $UJ2$. Precisamente, foram descritos os conjuntos de todas as identidades polinomiais G-graduadas de $UJ2$ para qualquer G-graduação não trivial, considerando os casos em que K é um corpo finito ou quando K é infinito e G é o grupo de Klein. Neste trabalho, serão apresentados os resultados obtidos no artigo [3].

Referências

[1] L. Centrone, F. Martino. A note on cocharacter sequence of Jordan upper triangular matrix algebra. Comm. Algebra 45 (2017), no. 4, 1687–1695.

[2] D. J. Gonçalves, P. Koshlukov, M. E. Salomão. Polynomial identities for the Jordan algebra of 2×2 upper triangular matrices. J. Algebra 593 (2022), 477–506.

[3] D. J. Gonçalves, M. E. Salomão. Graded polynomial identities for the Jordan algebra of 2×2 upper triangular matrices. Linear Algebra and its Applications 708 (2025), 61–92.

[4] P. Koshlukov, F. Martino. Polynomial identities for the Jordan algebra of upper triangular matrices of order 2. J. Pure Appl. Algebra 216 (2012), no. 11, 2524–2532.

Almoço

14h00 – Plenária – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Introdução amigável às álgebras não associativas e à PI-teoria: conceitos, aplicações e caminhos de pesquisa

Manuela da Silva Souza

Resumo

Nesta palestra, proponho uma conexão entre álgebras não associativas e genética, destacando como certas estruturas algébricas podem ser utilizadas para modelar problemas de áreas como a Biologia. Essa motivação amigável serve como ponto de partida para introduzir a teoria de identidades polinomiais (PI-teoria), minha área de pesquisa, com foco em contextos como as álgebras de Lie, Leibniz, Zinbiel, Jordan, especialmente de dimensão finita. Para tornar a exposição envolvente, faço uso de imagens, exemplos simples e muita contação de histórias, como forma de apresentar e valorizar alguns dos meus trabalhos recentes, assim como o trabalho dos/as meus/minhas estudantes. O propósito principal é trazer mais interessados e interessadas para a área.

[54] Departamento de Matemática da UTFPR Campus Pato Branco. Email: <mateussalomao@utfpr.edu.br>.

15h15 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS (Sessão Paralela)

Partial representations of connected and smash product Hopf algebras

Alves Neto, A. R.[55] Ferrazza, T. L. [56] Hautekiet, W. [57]

Resumo

A noção de representação parcial de grupos foi introduzida em [6], e mostrou-se em [7] que as representações parciais de um grupo finito G correspondem a representações de um grupoide $\Gamma(G)$. Esse resultado foi generalizado em [1], onde foram estudadas representações parciais de álgebras de Hopf. A categoria de representações parciais de uma álgebra de Hopf H é isomorfa à categoria de representações usuais de um algebroide de Hopf adequadamente construído, denotado por H_{par}. Uma característica interessante das representações parciais é que elas não dependem apenas das propriedades algébricas da álgebra de Hopf, mas também de suas propriedades coalgébricas. Isso indica que o estudo de representações parciais pode revelar aspectos mais profundos da estrutura de uma álgebra de Hopf.

Contudo, até o momento, representações parciais foram descritas explicitamente apenas para uma coleção pequena de classes de álgebras de Hopf. Como as álgebras envolventes universais de álgebras de Lie, essas álgebras de Hopf não admitem parcialidade [1, Exemplo 4.4]. As álgebras de grupo finito, nesse caso, as representações parciais correspondem a representações de um grupoide [7].

Neste trabalho, desenvolveremos ferramentas para descrever representações parciais para classes mais gerais de álgebras de Hopf. Primeiramente, mostramos que existe uma classe mais ampla de álgebras de Hopf que não admitem parcialidade: as álgebras de Hopf conexas. Mais precisamente, mostramos que se uma representação parcial de H é multiplicativa no corradical H_0, então ela é, na verdade, uma representação global.

Por outro lado, mostramos que qualquer álgebra de Hopf que possui um quociente de Hopf cosemissimples não trivial admite ao menos uma representação parcial que não é global. Essa hipótese é satisfeita por grandes classes de álgebras de Hopf, como as álgebras de Hopf cocomutativas que não são conexas.

Nosso objetivo aqui é ir um passo além e descrever completamente as representações parciais de álgebras de Hopf cocomutativas. Faremos isso abordando o problema em um contexto mais geral. Seguindo [5], consideramos duas álgebras de Hopf U e H, juntamente com uma aplicação de produto smash $R\colon H \otimes U \to U \otimes H$, de tal forma que $U \#_R H$ é uma álgebra de Hopf. Exemplos desse tipo de produto smash de álgebras de Hopf são obtidos a partir de ações de uma álgebra de Hopf sobre a outra, ou por fatorações exatas de grupos. Estudaremos representações parciais π de $U \#_R H$ que se decompõem como o produto de uma representação parcial de U e uma de H. Mostramos que estas são equivalentes a representações de um certo produto smash das álgebras de "Hopf parciais" U_{par} e H_{par}, com uma aplicação de produto smash $\mathcal{R}$ induzida por R.

Além disso, mostramos que representações parciais de $U \#_R H$ que se restringem a uma representação global de U são equivalentes à categoria de representações de $U \#_{\mathcal{T}} H_{par}$, onde $\mathcal{T}\colon H_{par} \otimes U \to U \otimes H_{par}$ é novamente obtida a partir de R. Isso é de particular interesse quando U é uma álgebra de Hopf sem parcialidade, e permite descrever a álgebra de Hopf parcial de qualquer álgebra de Hopf cocomutativa, vista como um produto smash. Se H é uma álgebra de Hopf cocomutativa, então $H \simeq U(\mathfrak{g}) \#_R kG$, então $H_{par} \simeq U(\mathfrak{g}) \#_{\mathcal{T}} k_{par}G$, que é álgebra de Hopf fraca proveniente de uma certa categoria de Hopf.

Referências

[1] M. M. S. Alves, E. Batista, J. Vercruysse, *Partial representations of Hopf algebras*, J. Algebra 426 (2015) 137187.

[2] N. Andruskiewitsch, P. Etingof, S. Gelaki, *Triangular Hopf Algebras with the Chevalley Property*, Michigan Math. J., 49 (2001), 277298.

[3] E. Batista, S. Caenepeel, J. Vercruysse, *Hopf categories*, Algebr. Represent. Theory, 19 (2016), 11731216.

[4] D., Bulacu, S. Caenepeel, B. Torrecillas, *On cross product Hopf algebras*, J. Algebra, 377 (2013), 148.

[5] S. Caenepeel, B. Ion, G. Militaru, S. Zhu, *The Factorization Problem and the Smash Biproduct of Algebras and Coalgebras*, Algebras and Representation Theory, 3 (2000), 1942.

[6] R. Exel, Partial Actions of Groups and Actions of Semigroups, Proc. Am. Math. Soc. 126 (1998), 34813494.

[55]Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Email: <arthurneto@utfpr.edu.br>.
[56]Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Email: <tiago.ferrazza@unespar.edu.br>.
[57]Université Libre de Bruxelles (ULB). Email: <william.hautekiet@ulb.be>.

[7] M. Dokuchaev, R. Exel, P. Piccione, *Partial Representations and Partial Group Algebras*, J. Algebra 226 (2000), 505532.

[8] T. L. Ferrazza, *Partial Hopf (Co)actions on Algebras Without Identity*, PhD thesis, Universidade Federal do Paraná, 2018.

[9] A. R. A. Neto, *Partial Representations of Pointed Hopf Algebras*, PhD thesis, Universidade Federal do Paraná, 2023.

[10] R. Ree, *Lie elements and an algebra associated with shues*, Ann. of Math. 68 (1958), 210220.

15h15 – Apresentação Oral – Sala B101 do CCS (Sessão Paralela)

Globalização de ações parciais de semigrupóides em conjuntos

Rafael Haag Petasny[58]

Resumo

Nesta exposição apresentaremos os axiomas para ações parciais de semigrupóides em conjuntos, e o teorema de existência de uma globalização universal para tais ações [2]. A definição de semigrupóide que adotamos é a apresentada por Ruy Exel em [1]. Em particular, generalizamos a construção da globalização "produto tensorial" para ações parciais de semigrupos em conjuntos [3] e a construção da globalização universal para ações parciais de categorias em conjuntos [4].

Referências

[1] Exel, R. (2011). Semigroupoid C^*-algebras. J. Math. Anal. Appl. 377 (1), 303-318. DOI 10.1016/j.jmaa.2010.10.061.

[2] Haag, R., Tamusiunas, T. (2024). Partial semigroupoid actions on sets. Preprint, [arXiv:2412.14068].

[3] Kudryavtseva, G., Laan, V. (2023). Globalization of partial actions of semigroups. Semigroup Forum 107, 200–217. DOI 10.1007/s00233-023-10364-z.

[4] Nystedt, P. (2018). Partial category actions on sets and topological spaces. Commun. Algebra 46 (2), 671–683. DOI 10.1080/00927872.2017.1327057.

Coffee Break & Sessão de Posteres 2

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Ações Parciais das Álgebras de Hopf de Nichols em Álgebras

Anderson Felipe Reolon[59]

Resumo

Em [2], *Fonseca et al.* caracterizaram algumas ações parciais de duas famílias de álgebras de Hopf sobre uma álgebra A: as álgebras de Taft e as álgebras de Hopf de Nichols. Em particular, para esta última família, são classificadas todas as ações parciais sob a hipótese de que os elementos skew-primitivos agindo em 1_A são elementos centrais. Em nosso trabalho, buscamos generalizar esse resultado, removendo a hipótese de centralidade assumida anteriormente.

A condição necessária e suficiente encontrada é que os anticomutadores das ações dos elementos skew-primitivos sejam centrais. Além disso, verificamos que todas as ações parciais dessas álgebras são simétricas, e com isso, utilizando uma decomposição da álgebra A dada pela ação dos elementos grouplikes, obtemos a classificação completa das ações parciais das álgebras de Hopf de Nichols sobre álgebras.

O trabalho foi realizado a partir de uma Iniciação Científica, com a orientação da Profa. Grasiela Martini e do Prof. Leonardo Duarte Silva, da UFRGS.

[58] Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS. Email: <rafaelpetasny@gmail.com>.
[59] Discente do PPGM - UFPR. Email: <andersonfelipereolon@gmail.com>.

Referências

[1] S. Caenepeel and S. Dăscălescu. *On pointed Hopf algebras of dimension 2^n*, Bulletin of the London Mathematical Society 31 (01), 1999, 17–24.

[2] G. L. Fonseca, G. Martini and L. D. Silva. *Partial (co)actions of Taft and Nichols Hopf algebras on algebras*, Journal of Pure and Applied Algebra 228 (01), 2024, 107455.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Transformações de Galileu via Teoria de Grupos

Eduarda Lima Silva[60] Altair Santos de Oliveira Tosti[61]

Resumo

No Princípio da Relatividade é afirmado que "As leis da física são as mesmas em qualquer referencial inercial" [1]. A partir deste princípio, de forma indireta, está presente uma conexão entre referenciais distintos que são utilizados de modo a representar um fenômeno dado, assegurando-nos, dessa forma, que as leis da física são iguais, sem levar em consideração o referencial. Neste pôster, será exposto o estudo das transformações de Galileu via teoria de grupos a partir do estudo do trabalho [2]. O intuito é entender de que maneira a teoria de grupos pode nos ajudar na pesquisa do Princípio da Relatividade, fazendo o uso da representação do grupo de Galileu no espaço-tempo, que nos leva às transformações de Galileu entre referenciais inerciais.

Referências

[1] B. Lesche, *Teoria da Relatividade*. Ed. Livraria da Física, São Paulo, (2005).

[2] A. N. Rocha, B. F. Rizzuti, D. S. Mota, *Transformações de Galileu e de Lorentz: um estudo via teoria de grupos*. Revista Brasileira de Ensino de Física, 35(4), 4304, (2013).

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

O Teorema Espectral

Emilly Giovana Torquato[62] Lilian Cordeiro Brambila[63]

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo entender uma demonstração do Teorema Espectral. Este resultado, amplamente conhecido e abordado em cursos clássicos de Álgebra Linear, afirma que todo operador linear auto-adjunto definida em um espaço vetorial de dimensão finita é diagonalizável. Isto significa que dado um operador linear qualquer definido em um espaço vetorial de dimensão finita, é possível encontrar uma base de autovetores do operador linear para tal espaço. Mais do que isso, o Teorema afirma que essa base de autovetores pode ser escolhida ortonormal. Como consequência imediata do Teorema Espectral, pode-se afirmar que toda matriz simétrica é diagonalizável. [1, 2, 3].

Referências

[1] COELHO, F. U. *Um Curso de Álgebra Linear*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2020.

[2] HOFFMAN, K.; KUNZE, R. *Linear Álgebra*. New Jersey: Prentice-Hall Hispanoamericana, 1973.

[3] STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. *Álgebra Linear*. São Paulo: Pearson/Makron Books, 1987.

[60] Universidade Estadual do Norte do Paraná. Email: <eduarda.silva@discente.uenp.edu.br>.
[61] Universidade Estadual do Norte do Paraná. Email: <altair@uenp.edu.br>.
[62] Licencianda em Matemática UTFPR. Email: <emillygiovana@alunos.utfpr.edu.br>.
[63] Professora do Departamento de Matemática da UTFPR. Email: <lilianc@utfpr.edu.br>.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Local confluence and globalizations of partial actions of monoids on semigroups

Francisco Gabriel Klock Campos Vidal[64] Mykola Khrypchenko[65]

Resumo

Let M be a monoid and X a semigroup. We show that a candidate β for a universal globalization of a strong partial action α of M on X may be described as a quotient of a semigroup by an equivalence relation generated by a certain abstract rewriting system $\to$. If $\to$ is locally confluent, then β is a universal globalization of α. When $M = G \sqcup \{0\}$ for some group G, and the domain and image of each α_m are ideals of X, we give necessary and sufficient conditions for $\to$ to be locally confluent, as well as necessary conditions for α to be globalizable.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Aplicação do Teorema de Minkowski na Redução de Formas Quadráticas

Gabrieli Kmiecik[66] Gisele Teixeira Paula[67]

Resumo

Existem alguns métodos para se trabalhar com a redução de formas quadráticas. O método analisado neste trabalho se baseia no fato de que formas quadráticas definidas positivas possuem um mínimo. Esse mínimo é usado para determinar uma matriz unimodular que, quando conjugada pela matriz original da forma, resultará em uma matriz reduzida. Nosso objetivo é entender métodos para estimar o mínimo de formas quadráticas. Inicialmente, definiremos o que é a forma quadrática associada a uma forma bilinear e o mínimo de uma forma definida positiva. Apresentaremos então duas técnicas distintas para obter uma estimativa do mínimo de formas quadráticas, uma de origem algébrica, feita por Hermite e outra de origem geométrica, obtida a partir do teorema de Minkowski e será feita uma comparação entre elas. Por fim, mostraremos uma possível aplicação da teoria de redução de formas quadráticas na área de Teoria de Números para demonstrar o Teorema de Fermat da soma de dois quadrados. Esses e outros resultados podem ser encontrados em [1].

Referências

[1] RAMANATHAN, K. G.. *Lectures on Quadratic Forms by C.L. Siegel*. Bombay: Tata Institute of Fundamental Research, 1957.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Uma Introdução à PI-álgebra

Gustavo Martin Sandri[68]

Resumo

[64] Departamento de Matemática da UFSC. Email: <francisco_gabriel25@hotmail.com>.
[65] Departamento de Matemática da UFSC. Email: <nskhripchenko@gmail.com>.
[66] Universidade Federal do Paraná – UFPR. Email: <gabi.kmiecik@hotmail.com>.
[67] †Departamento de Matemática da UFPR. Email: <giseleteixeira@ufpr.br>.
[68] Licenciatura em Matemática na UTFPR Email: <gustavosandri.2003@alunos.utfpr.edu.br>.

Neste Trabalho de Conclusão de Curso introduziremos uma linha de pesquisa muito importante e em constante expansão na pesquisa em matemática, as PI-álgebras, expondo o conhecimento teórico necessário para fundamentar a teoria a partir das estruturas dos corpos, até importantes teoremas da área com um foco no desenvolvimento nas álgebras das matrizes.

Álgebras são estruturas algébricas que neste trabalho são definidas a partir de um espaço vetorial, dotado de uma multiplicação compatível com suas operações lineares. Uma PI-álgebra será uma álgebra que satisfaz uma identidade polinomial (PI) [1], ou seja, existe um polinômio $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, não identicamente nulo, com várias variáveis, que se anula para quaisquer elementos dessa álgebra. O estudo de PI-álgebras e suas propriedades, principalmente nas álgebras das matrizes, representa uma importante área de estudo na matemática.

As álgebras associativas e não associativas e suas propriedades são uma área de estudo central na pesquisa matemática. Em particular, estudar a relação dessas estruturas com identidades polinomiais (PI) representa um campo de pesquisa essencial, que integra resultados fundamentais da álgebra, e possui aplicações em diversas áreas da matemática pura e aplicada. As álgebras que satisfazem uma identidade polinomial (PI-álgebras) possuem propriedades interessantes, principalmente quando se estudam as álgebras das matrizes, que são exemplos centrais nessa área de pesquisa.

Referências

[1] SANTOS, R. B. DOS; VIEIRA, A. C. PI-álgebras: uma introdução à PI-teoria. IMPA, 2021.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

PI-Álgebras e o Polinômio St_n

Isabela Tristão de Oliveira[69][70]

Resumo

Seja A uma F-álgebra associativa e $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$ um conjunto enumerável de variáveis não comutativas. A álgebra associativa livre, denotada por $F\langle X\rangle$, é definida como o conjunto dos polinômios nas variáveis de X. Dado um polinômio $f = f(x_1, \dots, x_n) \in F\langle X\rangle$, dizemos que f é uma identidade polinomial de A se $f(a_1, \dots, a_n) = 0$ para quaisquer elementos $a_1, \dots, a_n \in A$. Se existir algum polinômio não nulo que se anula em qualquer avaliação por elementos da álgebra A, então A é dita uma PI-álgebra.
Um exemplo de PI-álgebra não comutativa é a álgebra UT_2, das matrizes triangulares superiores 2×2 sobre um corpo F. Em geral, álgebras de dimensão finita são exemplos clássicos de PI-álgebras, pois satisfazem o *polinômio standard*, definido por:

$$\mathrm{St}_n(x_1, \dots, x_n) \coloneqq \sum_{\sigma \in S_n} \mathrm{sgn}(\sigma)\, x_{\sigma(1)} \cdots x_{\sigma(n)}, \tag{2}$$

Por outro lado, a álgebra de Grassmann $\mathcal{G}$, que possui dimensão infinita, também é uma PI-álgebra, porém **não satisfaz o polinômio standard como identidade**. Um resultado marcante nesse contexto foi obtido por Regev e Amitsur em 1982, que demonstraram que, se A é uma PI-álgebra sobre um corpo de caracterstica zero, então existem inteiros r e m tais que o polinômio $(\mathrm{St}_r(x_1, \dots, x_r))^m$ é uma identidade polinomial de A.

Esse teorema não apenas fornece, como caso particular, uma identidade polinomial para a álgebra de Grassmann, mas também estabelece um resultado geral sobre a estrutura das identidades em PI-álgebras. O objetivo deste trabalho é discutir resultados preliminares que auxiliam na compreensão da demonstração desse teorema.

Referências

[1] R. B. dos Santos; A. C. Vieira, *PI-álgebras: Uma introdução à PI-teoria.* Rio de Janeiro: Editora do IMPA, 2021.

[2] B. E. Sagan, *The symmetric group: representations, combinatorial algorithms and symmetric functions.* Springer Verlag, New York, 2001.

[69] Departamento de Matemática, UFMG. Email: <isabelatroliveira@gmail.com>.
[70] Orientadora: Ana Cristina Vieira. Departamento de Matemática, UFMG.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Exemplos de Álgebras de Nichols provenientes de soluções da Equação de Yang-Baxter em dimensão 3

João Matheus Jury Giraldi[71]

Resumo

Álgebras de Nichols têm sido um importante objeto de estudo dentro do programa de classificação de álgebras de Hopf. Dado um espaço vetorial trançado (rígido) V, a álgebra de Nichols $\mathcal{B}(V)$ é uma álgebra de Hopf trançada na categoria dos módulos de Yetter-Drinfeld, para alguma álgebra de Hopf H, e com isso $\mathcal{B}(V)\#H$ é então uma álgebra de Hopf.

Como espaços vetoriais trançados estão em correspondência com soluções da Equação de Yang-Baxter (YBE), nós utilizamos as soluções triangulares superiores da YBE em dimensão 3 obtidas por Hietarinta em [2] para calcular novos exemplos de álgebras de Nichols, no mesmo espírito de [1].

Este trabalho foi realizado em colaboração com Leonardo D. Silva (UFRGS) e deu origem ao artigo [3].

Referências

[1] N. Andruskiewitsch and J. M. J. Giraldi (2018). Nichols algebras that are quantum planes. Linear Multilinear Algebra 66(5):961-991.

[2] J. Hietarinta (1993). The upper triangular solutions to the three-state constant quantum Yang-Baxter equation. J. Phys. A: Math. Gen. 26(23):7077-7095.

[3] J. M. J. Giraldi and L. D. Silva (2021). Examples of Nichols algebras associated to upper triangular solutions of the Yang-Baxter equation in rank 3. Commun. Algebra 49: 2209-2233.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Um conjunto de informações para códigos abelianos

João Vitor B. de Oliveira [72] Fernanda D. de Melo Hernandez [73]

Resumo

Dado um (n, k)-código linear $\mathcal{C}$, um conjunto de informações para $\mathcal{C}$ é um subconjunto $\mathcal{I} \subset \{1, \ldots, n\}$ de k índices, tal que as palavras código em $\mathcal{C}$ são unicamente determinadas por seus símbolos de informações em $\mathcal{I}$, de modo que a mensagem presente em uma palavra $c \in \mathcal{C}$ está contida exatamente nas posições de $\mathcal{I}$.

Os conjuntos de informações são essenciais para descrever os parâmetros de um código linear. Tendo em mãos um conjunto de informações $\mathcal{I}$ podemos obter, por exemplo, a dimensão do código. Também, qualquer palavra código fica completamente determinada por seus valores nas posições em $\mathcal{I}$ denominados de *símbolos de informações*. Deste modo, tais conjuntos são essenciais para os propósitos de codificação e decodificação, sendo assim é importante descrever algoritmos eficazes para encontrá-los. Encontrar conjuntos de informações para um código arbitrário pode não ser uma tarefa fácil. Além disso, geralmente, para aplicar um algoritmo de decodificação fixo, existem conjuntos de informação melhores do que outros.

O objetivo central desse trabalho é obter um conjunto de informações para um código abeliano $\mathcal{C}$ arbitrário. Mais especificamente, apresentaremos a construção de um conjunto de posições de verificações $\Gamma(\mathcal{C})$ cujo complementar é um conjunto de informações. Ao final, apresentamos aplicações de como utilizar o conjunto $\Gamma(\mathcal{C})$ para decodificação de códigos abelianos usando o método de decodificação por permutação.

[71] UFRGS. Email: <joaomjg@gmail.com>.
[72] Departamento de Matemática da UEM. Email: <pg55788@uem.br>.
[73] Departamento de Matemática da UEM. Email: <fdmelo@uem.br>.

Referências

[1] J. J. Bernal and J. J. Simón. Information sets from defining sets in abelian codes. IEEE transactions on information theory, 57(12):7990–7999, 2011.

[2] C. P. Milies and S. K. Sehgal. An introduction to group rings, volume 1. Springer Science & Business Media, 2002.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Group Codes wiht Complementary Dual Generated by Idempotent Elements

Júlio A. D. Mattos[74] Fernanda D. de Melo Hernandez[75]

Resumo

The codes with complementary duals, commonly called LCD codes, were introduced by J. L. Massey in [4], where it was shown there are asymptotically good LCD codes, that is, there are LCD codes that reach some of the quotas Which relate the weight and dimension of codes. A code is said to have a dual complement when the intersection of this code with its dual is only the null element.

Given a commutative ring with unit R and a finite group G we can define an algebraic structure formed by formal sums of the type

$$\sum_{g\in G} a_g g$$

where $a_g \in R$. Such structure is called a group algebra and denoted by RG. The study of codes from the perspective of group algebras is nothing new and has stood out in both pure and applied mathematics.

Characterizing LCD codes is one of the many motivations to study codes as ideals of a group algebra RG. In [3] it was proved that an LCD group code over a field $\mathbb{F}$ is generated by a self-adjoint idempotent element e. The objective of this work is demonstrate how we can characterize LCD group codes from self-adjoint idempotent elements in a group algebra RG over a commutative ring R and provide examples of idempotents that generate LCD codes.

Referências

[1] Ferraz, R.A., Polcino Milies, C. "Idempotents in group algebras and minimal abelian codes". *Finite Fields Appl.* (2007) 13(2):382–393. https://doi.org/10.1016/j.ffa.2005.09.007.

[2] de Melo Hernández, F.D., Hernández Melo, C.A. and Tapia-Recillas, H. "On idempotents of a class of commutative rings", *Communications in Algebra* (2020). https://doi.org/10.1080/00927872.2020.1754424.

[3] de la Cruz, J., Willems, W. On group codes with complementary duals. Des. Codes Cryptogr. 86, 2065–2073 (2018). https://doi.org/10.1007/s10623-017-0437-2

[4] MASSEY, James L. "Linear codes with complementary duals", *Discrete Mathematics*, v. 106, p. 337-342, 1992.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Uma Introdução às Representações do Grupo Simétrico $\mathbb{S}_n$

Lucas de Paula Fonseca[76]

Resumo

A Teoria de Representações nos permite obter informações sobre estruturas algébricas fazendo elas agirem sobre espaços vetoriais. No caso em que essa estrutura é um grupo finito G, podemos, sob certas condições, garantir que toda representação se decompõe como soma de representações irredutíveis.

Neste trabalho, pretendemos considerar o caso concreto em que G é o grupo simétrico $\mathbb{S}_n$. Aqui, as representações irredutíveis podem ser conhecidas a partir do estudo de partições de inteiros e de objetos combinatórios relacionados: os diagramas, tableaux e tabloides de Young.

Este trabalho é baseado em meus estudos de iniciação científica que foram realizados sob a orientação do Prof Alveri A. Sant'Ana (UFRGS).

[74]Departamento de Matemática da UEM. Email: <pg55647@uem.br>.
[75]Departamento de Matemática da UEM. Email: <fdmelo@uem.br>.
[76]Curso de Bacharelado em Matemática – UFRGS. Email: <lucasdepaulafonseca@gmail.com>.

Referências

[1] [1] G. A. García, *Representaciones de los grupos simétricos.* Tesis de licenciatura, 2001. Disponível em `https://www.mate.unlp.edu.ar/~ggarcia/articulos/tesislic/TESISLIC1.pdf`.

[2] G. D. James, *Representation theory of the symmetric groups*, Lectures Notes in Mathematics, Vol. 682, 1978. Springer-Verlag.

[3] J. P. Serre, *Linear representations of finite groups.* Springer-Verlag, 1977.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Ações Parciais de Álgebras de Hopf de dimensão 8 sobre o seu corpo base

Matheus Farias Castelo[77]

Resumo

As ações parciais de uma álgebra de Hopf H sobre seu corpo base k são descritas por uma aplicação $\Bbbk$-linear $\lambda\colon H \to \Bbbk$ que satisfaz $\lambda(1_H) = 1_{\Bbbk}$ e $\lambda(h)\lambda(g) \overset{(*)}{=} \sum \lambda(h_1)\lambda(h_2 g)$ (ver [1]). Em [2], os autores obtiveram todas as ações parciais unidimensionais das álgebras de Hopf não semissimples e pontuadas de dimensões 8 e 16. Para concluir essa classificação em dimensão 8, restava apenas determinar as ações parciais para duas álgebras de Hopf específicas: $\mathcal{K}$ e $\mathcal{D}$, definidas por:

$$\mathcal{K} = \Bbbk\langle a, b, c, d \mid ab = qba, ac = qca, cd = qdc, bd = qdb,$$
$$a^4 = 1, ad = da = 1, cb = bc = 0, b^2 = c^2 = 0; a^2c = b\rangle,$$

onde q é uma raiz primitiva quarta da unidade, e

$$\mathcal{D} = \Bbbk\left\langle x, y, z \,\middle|\, x^2 = y^2 = 1, z^2 = \frac{1}{2}(1 + x + y - xy), yx = xy, zx = yz, zy = xz \right\rangle.$$

Portanto, neste trabalho, calculamos todos os funcionais λ que satisfazem (*) para essas duas álgebras, completando assim a classificação das ações parciais das álgebras de Hopf de dimensão 8 sobre seu corpo base.

Este trabalho foi realizado durante a Iniciação Científica (PIBIC-CNPQ/BIC-UFRGS) sob orientação da Profa Grasiela Martini (UFRGS) e do Prof. Leonardo Duarte Silva (UFRGS).

Referências

[1] Martini, Grasiela, Antonio Paques, and Leonardo Duarte Silva. 2022. *Partial Actions of a Hopf Algebra on Its Base Field and the Corresponding Partial Smash Product Algebra.* Journal of Algebra and Its Applications. Disponível em: `https://doi.org/10.1142/s0219498823501402`.

[2] Beattie, Margaret, and Gastón García. *Classifying Hopf Algebras of a given Dimension.* Hopf Algebras and Tensor Categories. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society. 2013. Disponível em: `https://doi.org/10.1090/conm/585/11615`.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Introdução à Anéis de Frações

Mauro Andre Junges Rech[78] Robson Willians Vinciguerra[79]

Resumo

Este trabalho é resultado de um estudo desenvolvido no âmbito do projeto de iniciação científica voluntária na UTFPR. Seu objetivo é apresentar, de forma didática, a construção do conjunto dos números racionais a partir dos números inteiros, bem como suas generalizações: os corpos de frações e os anéis de frações. Investigamos como a relação de equivalência utilizada na construção dos números racionais deve ser adaptada para preservar a propriedade transitiva em anéis comutativos arbitrários. Por fim, são apresentados exemplos ilustrativos de anéis de frações, destacando suas particularidades e aplicações.

[77] Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS. Email: <matheus.castelo@ufrgs.br>.
[78] Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR-TD. Email: <majrech@gmail.com>.
[79] Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR-TD. Email: <robsonw@utfpr.edu.br>.

Referências

[1] ATIYAH, M. F.; MACDONALD, I. G. Introduction to Commutative Algebra. Reading, MA: Addison-Wesley, 1969.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Uma Introdução às Álgebras de Steinberg

Vinícius Marcondes Pereira[80]

Resumo

Álgebras de Steinberg são álgebras de convolução sobre uma certa classe de grupoides topológicos, chamados de amplo. Os primeiros artigos publicados sobre estas álgebras foram, respectivamente, [1], na qual foi mostrada que tais álgebras generalizam as álgebras de semigrupo inverso e [3] na qual tais álgebras foram mostradas uma generalização das álgebras de caminhos de Leavitt.

Álgebras de Steinberg são frequentemente referidas na literatura como a versão "puramente algébrica" das C^*-álgebras de grupoides, cujo estudo foi iniciado por Jean Renault em [2]. E é o motivo pelo qual tais álgebras vem sendo estudadas tanto por matemáticos trabalhando na área da álgebra, quanto em análise.

Este trabalho tem como objetivo ser uma introdução ao tópico das álgebras de Steinberg na qual iniciaremos com as definições mais básicas de grupoides topológicos, étale e amplos, e seguimos para a definição da álgebra de Steinberg e algumas de suas aplicações.

Referências

[1] Steinberg, Benjamin. *A groupoid approach to discrete inverse semigroup algebras.* Advances in Mathematics 223.2 (2010): 689-727.

[2] Renault, Jean. *A groupoid approach to C^*-algebras.* Vol. 793. Springer, 2006.

[3] Clark, Lisa Orloff, et al. *A groupoid generalisation of Leavitt path algebras.* Semigroup Forum. Vol. 89. No. 3. Boston: Springer US, 2014.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Álgebras Base e o Centro de uma Categoria Monoidal

Vinícius Scussel Accordi[81]

Resumo

Dentre os exemplares da teoria de categorias, desenvolvida por Samuel Eilenberg e Saunders Mac Lane em meados do século passado, é possível retratar uma tradução algébrica de algumas estruturas da teoria de conjuntos. Em particular, tem-se dois moldes de categorias necessárias para este trabalho, as monoidais e as trançadas. Para a primeira, conforme o nome intui, há uma abstração da estrutura de um monoide, usualmente denotado por $(M, \cdot, 1)$, para uma categoria, mediante a estritização de Mac Lane, da forma $(\mathcal{C}, \otimes, \mathbf{1})$. Enquanto que a segunda concerne-se ao entorno de um monoide comutativo e, com uma notação ainda mais simplificada, M é visto como uma categoria $(\mathcal{C}, \tau)$.

Com isso, toma-se proveito das duas estruturas citadas para tratar da tradução algébrica do centro de um monoide, isto é, o centro de uma categoria monoidal. Na teoria de conjuntos, dado um monoide, o seu centro é uma subestrutura comutativa, todavia essa realidade não é exatamente a mesma na teoria de categorias a menos de um detalhe. Dada uma categoria monoidal $\mathcal{C}$, o seu centro, denotado por $Z(\mathcal{C})$, é uma categoria naturalmente trançada que não é uma subcategoria de $\mathcal{C}$. Essa observação é pertinente ainda que a noção de inclusão entre as categorias seja melhor vista por intermédio de um funtor esquecimento $U : Z(\mathcal{C}) \to \mathcal{C}$ que é monoidal e estrito.

[80] Departamento de Matemática da UFSC. Email: `<vinimarmarcondes@gmail.com>`.
[81] Universidade de São Paulo. Email: `<vinicius.s.accordi@ime.usp.br>`.

Em termos explícitos, os objetos de $Z(\mathcal{C})$ são pares da forma $(V, c_{-,V})$ em que V é um objeto em $\mathcal{C}$ e $c_{-,V} : - \otimes V \to V \otimes -$ é um isomorfismo natural responsável por duas identidades designadas por um diagrama triangular e outro hexagonal. Ademais, ao definir-se a estrutura de categoria monoidal para $Z(\mathcal{C})$, o tensor entre os objetos $(V, c_{-,V})$ e $(W, c_{-,W})$ é o par $(V \otimes W, c_{-,V\otimes W})$ de modo que $c_{-,V\otimes W}$ é definido por um outro diagrama hexagonal. Desta forma, com os dois diagramas hexagonais e uma súbita verificação da naturalidade de c para a segunda entrada, garante-se a estrutura de categoria trançada para o centro, como comentado.

Ante o exposto, aproveita-se os afazeres sobre o centro para tratar de uma estrutura algébrica bem comum, as álgebras comutativas, de modo a manifestar a definição categórica de uma álgebra base. Em suma, sob um ponto de vista de espaços vetoriais, dada uma álgebra de Hopf com antípoda bijetora, uma H-álgebra base é um H-módulo acrescido da estrutura de um H-comódulo, ambos à esquerda, interligados por duas compatibilidades. Com essa definição e uma verificação de isomorfismos entre categorias trançadas, tem-se a definição de uma álgebra base em $\mathcal{C}$ monoidal como uma álgebra comutativa em $Z(\mathcal{C})$.

Diante das categorias monoidais, seguem as categorias trançadas, responsáveis por garantir, para quaisquer objetos X e Y, que $X \otimes Y \simeq Y \otimes X$ por um isomorfismo natural. Denominado a trança da categoria, esse isomorfismo natural é acompanhado por dois diagramas hexagonais de compatibilidade envolvendo três objetos arbitrários. Dessa forma, ao tomar proveito da estrutura de biálgebra sobre um corpo $\urcorner$, é possível construir a categoria dos módulos esquerda-esquerda de Yetter-Drinfel'd, denotada por ${}^H_H\mathcal{YD}$. Nesse sentido, uma H-álgebra base é uma álgebra comutativa em ${}^H_H\mathcal{YD}$ quando H é uma álgebra de Hopf com antípoda bijetora.

Por fim, há um estudo sobre o centro de uma categoria monoidal, inicialmente dada por Vladimir Gershonovich Drinfel'd. As etapas principais são evidenciar a natural estrutura de categoria trançada e garantir que as categorias $Z({}_H\mathcal{M})$ e ${}^H_H\mathcal{YD}$ são isomorfas como categorias trançadas quando H é uma álgebra de Hopf com antípoda bijetora. É importante notar que esse resultado não é usualmente apresentado dessa forma, uma vez que é sabido, para H uma álgebra de Hopf finito-dimensional, o isomorfismo entre as categorias $Z({}_H\mathcal{M})$ e ${}_{D(H)}\mathcal{M}$ para $D(H)$ o duplo de Drinfel'd. Com isso, pode-se generalizar a definição de uma álgebra base para uma categoria monoidal $\mathcal{C}$ qualquer como uma álgebra comutativa em $Z(\mathcal{C})$.

Referências

[1] DASCALESCU, S; NASTASESCU, C; RAIANU, S. **Hopf Algebras: An Introduction**. 1. ed. Nova York: Marcel Dekker, 2001.

[2] DONIN, J; MUDROV, A. **Dynamical Yang-Baxter equation and quantum vector bundles**. Communications in Mathematical Physics, 2005. Acesso em 02 de setembro de 2024. Disponível em: `https://doi.org/10.1007/s00220-004-1247-8`.

[3] ETINGOF, P. I.; GELAKI, S.; NIKSHYCH, D.; OSTRIK, V. **Tensor Categories**. Providence: American Mathematical Society, 2015. v. 205.

[4] FERREIRA, V. de O.; MURAKAMI, L. S. I. **Uma Introdução às Álgebras de Hopf**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020.

[5] KASSEL, C. **Quantum Groups**. 1. ed. New York: Springer - Verlag, 1995. v. 155.

[6] MACLANE, S. **Categories for the Working Mathematician**. 2. ed. Nova York: Springer - Verlag, 1970.

[7] MAJID, S. **Foundations of Quantum Group Theory**. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.

[8] MOMBELLI, J. M. **Una Introdución a las categorías tensoriales y sus representaciones**. Notas de aula. Acesso em 08 de setembro de 2024. Disponível em: `http://www.famaf.unc.edu.ar/~mombelli/categorias-tensoriales3.pdf`.

[9] PAREIGIS, B. **Categories and Functors**. 1. ed. Nova York: Academic Press, 1970. v. 39.

[10] PAREIGIS, B. **Symmetric Yetter-Drinfeld Categories are trivial**. v. 155. Nova York: Journal of Pure e Applied Algebra, 2001. Acesso em 11 de dezembro de 2024. Disponível em: `https://www.mathematik.uni-muenchen.de/~pareigis/Papers/Yetter_d.pdf`.

[11] RADFORD, D. E. **Hopf Algebras**. Singapura: World Scientific Publishing, 2012. v. 49.

[12] RADFORD, D. E.; TOWBER, J. **Yetter-Drinfel'd categories associated to an arbitrary bialgebra**. v. 87. Holanda do Norte: Journal of Pure e Applied Algebra, 1993.Acesso em 05 de setembro de 2024. Disponível em: `https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022404993901149`.

15h45 – Apresentação de Pôster – Junto ao coffee-break

Base PBW e o posto combinatório do Grupo Quântico de tipo E_6.

Vitória Gomes de Oliveira[82]

Resumo

Ao trabalhar com álgebras de Hopf, as bases PBW ajudam a simplificar cálculos com álgebras que têm dimensão infinita ou dimensões grandes. Por exemplo, a quantização $U_q^+(\mathfrak{g})$ de uma álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ tem dimensão infinita, mas quando trabalhamos com sua base PBW, contamos com um número finito de elementos. Em particular, temos a quantização que exploraremos neste trabalho, onde $\mathfrak{g}$ é uma álgebra de Lie simples do tipo E_6. A partir dessa base, podemos determinar características importantes das álgebras de Hopf, como seus coideais e seu posto combinatório. Neste trabalho, veremos um processo para encontrar a base PBW convexa de hiper-letras para essas quantizações e daremos uma introdução sobre o posto combinatório de $u_q^+(E_6)$.

Referências

[1] I. Angiono. Nichols algebras with standard braiding. Algebra & Number Theory. Mathematical Sciences Publishers, vol. 3, n. 1, p. 35–106, 2009.

[2] V. Dylewski, B. Pogorelsky, and C. Renz. On the combinatorial rank of the quantum groups of type G_2. Journal of Algebra and Its Applications, 2021.

[3] V. Dylewski, B. Pogorelsky, and C. Renz. On the combinatorial rank of the quantum groups of type F_4. Journal of Algebra and Its Applications, 2025.

16h45 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS (Sessão Paralela)

Ações Parciais de uma Extensão de Hopf-Ore - Parte I

Grasiela Martini[83]

Resumo

Panov, em [2], estudou extensão de Ore na classe das álgebras de Hopf, chamada de "Hopf-Ore extension". Com esse novo conceito, muitas álgebras de Hopf conhecidas na literatura, puderam ser vistas como um quociente de uma extensão de Hopf-Ore, por exemplo, as álgebras de Taft e as Nichols Hopf algebras. Assim, inspirado no trabalho [1], onde os autores caracterizaram, sobre certas condições as ações parciais (simétricas) dessas álgebras sobre uma álgebra R, nós investigamos, neste trabalho, como estender uma ação parcial de uma álgebra de Hopf A sobre R para uma ação parcial de sua extensão de Hopf-Ore sobre R.

Trabalho em colaboração com Leonardo D. Silva (UFRGS) e João M. J. Giraldi (UFRGS).

Referências

[1] G. Fonseca, G. Martini and L. Silva. Partial (co)actions of Taft and Nichols Hopf algebras on algebras, Journal of Pure and Applied Algebra 228 (01) (2024), 107455.

[2] A. N. Panov. Ore Extensions of Hopf Algebras. Mathematical Notes 74 (2003), 401–410.

[82]Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS. Email: <viitoriagomes1998@gmail.com>.
[83]Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS. Email: <grasiela.martini@gmail.com>.

16h45 – Apresentação Oral – Sala B101 do CCS (Sessão Paralela)

Characterization of fixed product preserving mappings on alternative division rings

Douglas de Araujo Smigly[84]

Resumo

We investigate bijective additive maps between alternative division rings that send products equal to a fixed element to products equal to another fixed element on alternative division rings. Specifically, given two elements c, d in an alternative division ring $\mathfrak{A}$, we describe the structure of bijective additive maps $\varphi\colon \mathfrak{A} \to \mathfrak{A}$ satisfying $\varphi(x)\varphi(y) = d$, whenever $xy = c$. Furthermore, we analyze under which conditions such maps are automorphisms or anti-automorphisms.

This is a joint work with Bruno Leonardo Macedo Ferreira and Elisabete Barreiro.
Keywords: automorphisms, Jordan homomorphism, alternative division rings.

Referências

[1] Chebotar, M. A.; Ke, W.-F.; Lee, P.-H.; Shiao, L.-S.; *On maps preserving products.* Canad. Math. Bull. **48** (2005), no. 3, 355–369.

[2] Ferreira, Bruno Leonardo Macedo; Ferreira, Ruth Nascimento; *Automorphisms on the alternative division ring*, Rocky Mountain J. Math. **49** (2019), 73–78.

[3] Hua, Loo-Keng; *On the automorphisms of a sfield.* Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. **35** (1949), 386–389.

17h15 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS (Sessão Paralela)

Ações Parciais de uma Extensão de Hopf-Ore - Parte II

Leonardo D. Silva[85]

Resumo

Dando continuidade ao trabalho de caracterização das ações parciais de um extensão de Hopf-Ore, nesta apresentação exploramos o comportamento de tais ações parciais com relação a alguns de seus quocientes e também a possibilidade de iteração deste processo, ainda tendo como referência [3]. Em particular, através desta abordagem se reobtém alguns dos resultados em [1, 2], além de algumas ações parciais de outras famílias de álgebras de Hopf, como por exemplo as *rank one Hopf algebras* [4].

Trabalho em colaboração com Grasiela Martini (UFRGS) e João M. J. Giraldi (UFRGS).

Referências

[1] G. L. Fonseca, G. Martini, L. D. Silva. *Partial (co)actions of Taft and Nichols Hopf algebras on algebras*, Journal of Pure and Applied Algebra 228 (01), 2024, 107455.

[2] G. L. Fonseca, G. Martini, L. D. Silva, *Partial (co)actions of Taft and Nichols Hopf algebras on their base fields*, International Journal of Algebra and Computation 31 (07), 2021, 1471-1496.

[3] J. M. J. Giraldi, G. Martini, L. D. Silva, *On partial actions of Hopf-Ore extensions*, ArXiv e-prints, arXiv:2410.19625, 2024.

[4] L. Krop, D. E. Radford, *Finite-dimensional Hopf algebras of rank one in characteristic zero*, Journal of Algebra 302 (01), 2006, 214-230.

[84] Instituto de Matemática e Estatística da USP. Email: <dsmigly@ime.usp.be>.
[85] Instituto de Matemática e Estatística da UFRGS. Email: <dsleonardo@ufrgs.br>.

17h15 – Apresentação Oral – Sala B101 do CCS (Sessão Paralela)

Igualdade de Artin–Procesi–Iltyakov para álgebras bidimensionais

Artem Lopatin[86]

Resumo

Este é um trabalho conjunto com María Alejandra Alvarez (Universidad de Antofagasta).

Consideramos todas as álgebras sobre um corpo algebricamente fechado $\mathbb{F}$. Seja $\mathcal{A}$ uma álgebra de dimensão finita. Denotamos por $I_m(\mathcal{A})$ a álgebra dos invariantes do m-tuplo de $\mathcal{A}$. É bem conhecido que as chamadas *traços de operadores* para $\mathcal{A}$ são invariantes sob a ação de $\mathrm{Aut}(\mathcal{A})$.

Dizemos que a *Igualdade de Artin–Procesi–Iltyakov* vale para $\mathcal{A}^m$ se $I_m(\mathcal{A})$ for gerada por todos os traços de operadores juntamente com 1. Sabe-se que, para todo $m \geqslant 1$, a Igualdade de Artin–Procesi–Iltyakov vale para $\mathcal{A}^m$ nas seguintes álgebras:

- $\mathcal{A} = M_n$, a álgebra de todas as matrizes $n \times n$ sobre $\mathbb{F}$, no caso em que $\mathrm{char}\,\mathbb{F} = 0$ ou $\mathrm{char}\,\mathbb{F} > n$;
- $\mathcal{A} = \mathbf{O}$, a álgebra dos octônios, no caso em que $\mathrm{char}\,\mathbb{F} \neq 2$;
- $\mathcal{A} = \mathbb{A}$, a álgebra de Albert dividida, ou seja, a álgebra de Jordan simples excepcional de matrizes hermitianas 3×3 sobre $\mathbf{O}$ com a multiplicação simétrica $a \circ b = (ab + ba)/2$, no caso em que $\mathrm{char}\,\mathbb{F} = 0$ e $m \in 1, 2$.

Classificamos todas as álgebras simples bidimensionais (que podem ser não-associativas) sobre um corpo algebricamente fechado. Para cada álgebra bidimensional $\mathcal{A}$, descrevemos um conjunto gerador minimal (com respeito à inclusão) para a álgebra de invariantes $I_m(\mathcal{A})$ no caso de característica zero. Em particular, estabelecemos que, para qualquer álgebra simples bidimensional $\mathcal{A}$ com grupo de automorfismos não-trivial, a Igualdade de Artin–Procesi–Iltyakov vale para $\mathcal{A}^m$. Como consequência, descrevemos as álgebras bidimensionais que admitem uma forma bilinear não-degenerada invariante, simétrica ou anti-simétrica.

Até onde sabemos, não há nenhum contraexemplo conhecido para a seguinte conjectura: sobre um corpo de característica zero, a Igualdade de Artin–Procesi–Iltyakov vale para $\mathcal{A}^m$ para toda álgebra simples $\mathcal{A}$ com grupo de automorfismos não-trivial.

Referências

[1] María Alejandra Alvarez, Artem Lopatin, *Polynomial invariants for two-dimensional algebras*, submitted, arXiv: 2503.05337.

[2] Artem Lopatin, Alexandr Zubkov, *Separating G_2-invariants of several octonions*, Algebra and Number Theory, **18** (2024), no. 12, 2157-2177.

[86] Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Email: `<dr.artem.lopatin@gmail.com>`.

Dia 4

Sábado – 31/05

08h00 – Minicurso – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Álgebras de Hopf e álgebras de Frobenius

Lúcia Satie Ikemoto Murakami

Resumo

Neste minicurso, vamos explorar algumas propriedades das álgebras de Frobenius. Veremos que se trata de uma classe de álgebras de dimensão finita que contém várias álgebras importantes no âmbito da teoria de representações, como as álgebras semissimples e as álgebras de grupo. As álgebras de Hopf (de dimensão finita) também serão mencionadas. O enfoque dado a elas será do ponto de vista da teoria de representações, como uma subclasse de álgebras de Frobenius que contém as álgebras de grupo. Veremos resultados que caracterizam a semissimplicidade das álgebras de Hopf usando a estrutura de álgebra de Frobenius que ela possui.

09h15 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Sobre a álgebra das representações parciais de uma álgebra de Hopf pontuada

Marcelo Muniz Alves[87] Arthur Rezende Alves Neto[88]

Resumo

As representações parciais das álgebras de Hopf foram motivadas pela teoria das representações parciais de grupos. Alves, Batista e Vercruysse introduziram representações parciais de uma álgebra de Hopf e mostraram que, como no caso de ações parciais de grupos, uma ação parcial de H em uma álgebra A leva a uma representação parcial na álgebra de endomorfismos lineares de A, e um módulo à esquerda M sobre o produto smash parcial de A por H carrega também uma representação parcial de H em sua álgebra de endomorfismos lineares. Além disso, as representações parciais de H correspondem aos módulos (à esquerda) sobre um algebróide de Hopf H_{par}. Sabe-se a partir de um resultado de Dokuchaev, Exel e Piccione que quando H é a álgebra de um grupo finito G, então H_{par} é isomorfa à álgebra de um grupóide finito $\mathcal{G}(G)$ determinado por G. Neste palestra apresentaremos um resultado análogo para álgebras de Hopf pontuadas: se H é uma álgebra de Hopf pontuada, com grupo finito de elementos grouplike G, então H_{par} pode ser escrito como uma soma direta de ideais unitais indexados pelas componentes do mesmo grupóide $\mathcal{G}(G)$.

09h45 – Apresentação Oral – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Representações Parciais de Álgebras de Hopf, uma recapitulação histórico-matemática

Eliezer Batista[89]

Resumo

[87]Universidade Federal do Paraná. Email: <marcelomsa@ufpr.br>.
[88]Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Email: <arthurntcwb@yahoo.com.br>.
[89]Departamento de Matemática UFSC. Email: <eliezer1968@gmail.com>.

Nesta palestra, mostraremos os desenvolvimentos decorrentes das ideias lançadas no artigo “Partial representations of Hopf algebras” (Journal of Algebra,Volume 426, 15 March 2015, Pages 137-187). Longe de ser apenas uma generalização de representações parciais de grupos, este trabalho possibilitou o desenvolvimento de muitas ideias interessantes e promissoras. Dois aspectos merecem destaque nesta teoria. Primeiramente, as álgebras de Hopf são objetos com um alto potencial para a dualização, assim ao lado dos módulos parciais, temos os comódulos parciais. No entanto, existem comódulos parciais que não satisfazem ao Teorema Fundamental de Comódulos, isto é, existem comódulos parciais que possuem elementos que não estão contidos em nenhum subcomódulo parcial de dimensão finita. esmo assim, a Teoria de comódulos parciais apresenta uma elegante estrutura como uma teoria comonádica sobre a categoria dos espaços vetoriais. Outro aspecto que levou a desenvolvimentos relevantes foi o fato de a teoria de módulos parciais sobre uma álgebra de Hopf ser uma teoria de módulos sobre um Hopf algebroide. Isto faz com que a categoria de módulos parciais sobre uma álgebra de Hopf tenha uma estrutura de categoria monoidal fechada. Os aspectos categóricos da teoria de representações parciais levou a uma compreensão mais profunda de muitas construções outrora desapercebidas no contexto de representações parciais de grupos, como por exemplo, a relação da globalização com homs internos de categorias módulos.

Coffee Break

10h45 – Plenária – Auditório da Pós-Graduação do CCS

Grothendieck spectral sequences converging to the Hochschild (co)homology of crossed products related to partial actions

Mikhailo Dokuchaev[90]

Resumo

In his fundamental paper of 1998, published in *Proc. Am. Math. Soc*, Ruy Exel gave notions which inspired many important C^*-algebraic and purely algebraic developments. In particular, given a group G, he defined an inverse semigroup $S(G)$ in terms of generators $[g]$, $(g \in G)$, and relations between them, which controls the partial actions of G on sets. The semigroup $S(G)$ became a crucial tool when dealing with linear partial representations of G, with partial projective representations of G, with group cohomology based on partial actions and with that based on partial representations. Moreover, the usual semigroup algebra $KS(G)$ over a commutative ring K, called the partial group algebra and denoted by $K_{par}G$, governs the partial representations of G into K-algebras.

The algebra $K_{par}G$ is essential for a number of articles, in particular for the paper of 2017, published in *J. Algebra*, by Edson R. Alvares, Marcelo M. Alves and María Julia Redondo, in which they introduced the partial cohomology of G with values in a $K_{par}G$-module X by setting

$$H^n_{par}(G, X) = \operatorname{Ext}^n_{K_{par}G}(B, X),$$

where B is the canonical commutative subalgebra of $K_{par}G$ generated by the idempotents $[g][g^{-1}]$. Given a unital partial action of G on a K-algebra A and an arbitrary $A *_\theta G$-bimodule, where $A *_\theta G$ is the partial crossed product by θ, they constructed a third quadrant Grothendieck spectral sequence of the form

$$E_2^{p,q} = H^p_{par}(G, H^q(A, M)) \Rightarrow H^{p+q}(A *_\theta G, M),$$

where $H^q(A, M)$ and $H^{p+q}(A *_\theta G, M)$ denote the Hochschild cohomology of A and $A *_\theta G$, respectively, with values in M.

This was pushed further in various directions, and we shall describe some recent developments, motivated by the paper of Alvares-Alves-Redondo.

[90]Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, Brasil