1^{a} Prova - Disciplina MTM 5163: Cálculo C

Professor: Matheus C. Bortolan

Nome:_______________________________________ **Matrícula:** ____________

	(a)	(b)	(c)	(d)
Questão 1				
Questão 2				
Questão 3			xxxxx	xxxxx
Questão 4				xxxxx

Total	/ 10.0

Orientações para a avaliação

- **Leia atentamente cada uma das questões da prova.**
- **Justifique cada uma de suas respostas. Respostas sem justificativa serão desconsideradas.**
- **As respostas devem estar escritas à caneta e as resoluções devem estar legíveis.**
- **A prova é individual e sem consulta a nenhum material.**
- **Não é permitido sair da sala durante o período da avaliação.**
- **Não é permitido uso nenhum tipo de calculadora, celulares, tablets, notebooks e smartphones. O não cumprimento desta regra anulará completamente a sua avaliação.**
- **Faça cada questão com calma e tenha uma boa prova! =)**

(Valor 3.0) **Questão 1:** Considere o campo vetorial $\vec{F}(x,y) = -\frac{y}{x^2+y^2}\,\vec{i} + \frac{x}{x^2+y^2}\,\vec{j}$ definido para $(x,y) \neq (0,0)$.

(0.5) **(a)** Calcule rot $\vec{F}$.

(1.0) **(b)** Seja γ a fronteira do quadrado de vértices $(2,0)$, $(0,2)$, $(-2,0)$ e $(0,-2)$, orientada positivamente. Calcule $\oint_\gamma \vec{F}\cdot d\vec{r}$.

(0.5) **(c)** O campo vetorial $\vec{F}$ é conservativo? Justifique.

(1.0) **(d)** Considere agora γ como sendo o círculo de raio $R > 0$ centrado na origem; isto é, $\gamma(t) = (R\cos t, R\sin t)$, para $t \in [0, 2\pi]$. Mostre que $\oint_\gamma \vec{F}\cdot d\vec{r}$ não depende de R.

(Valor 2.0) **Questão 2:** Considere os campos vetorial $\vec{F}(x,y,z) = 26x^{25}\,\vec{i} + \sin y\,\vec{j} + \pi e^{\pi z}\,\vec{k}$ e escalar $f(x,y,z) = x^{26} - \cos y + e^{\pi z}$. Calcule $\int_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{r}$, onde:

(0.5) **(a)** γ é o segmento de reta ligando os pontos $(0,0,0)$ e $(1,\frac{\pi}{2},0)$, saindo de $(0,0,0)$ e chegando em $(1,\frac{\pi}{2},0)$.

(0.5) **(b)** γ é a curva $\gamma(t) = (t, \frac{\pi t^3}{2}, t^2 - t)$, para $t \in [0,1]$.

(0.5) **(c)** $-\gamma$, onde γ é a curva do item (b) desta questão.

(0.5) **(d)** γ é um círculo de raio 2 centrado no ponto $(1,1,1)$.

(Valor 3.0) **Questão 3:** Considere o campo vetorial $\vec{F}(x,y) = 6x^5y^7\,\vec{i} + 8x^5y^7\,\vec{j}$ e a curva γ como sendo a fronteira do quadrado de vértices $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$ e $(0,1)$, orientada positivamente.

(1.5) **(a)** Assumindo que γ é um fio delgado com densidade $\delta(x,y) = x^2 + 1$, calcule a sua massa.

(1.5) **(b)** Calcule $\oint_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{r}$.

(Valor 2.0) **Questão 4:** Considere a seguinte parametrização da esfera S em $\mathbb{R}^3$ centrada na origem e de raio $R > 0$:

$$\sigma(u,v) = (\sqrt{R^2 - v^2}\cos u, \sqrt{R^2 - v^2}\sin u, v), \text{ para } 0 \leqslant u \leqslant 2\pi \text{ e } -R \leqslant v \leqslant R.$$

(0.5) **(a)** Calcule $\frac{\partial \sigma}{\partial u}$, $\frac{\partial \sigma}{\partial v}$ e também $\frac{\partial \sigma}{\partial u} \wedge \frac{\partial \sigma}{\partial v}$.

(0.5) **(b)** Calcule $\left\| \frac{\partial \sigma}{\partial u} \wedge \frac{\partial \sigma}{\partial v} \right\|$.

(1.0) **(c)** Use esta parametrização para calcular a área da esfera S.

Formulário

Teorema de Green: $\oint_\gamma M\,dx + N\,dy = \iint_\Omega \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right) dx\,dy$.

Massa de um fio delgado γ: massa $= \int_\gamma dm$, onde $dm = \delta\,ds$.

Área de uma superfície $S = \sigma(A)$: área $= \iint_S dS$.