

2ª PROVA - DISCIPLINA MTM 5163: CÁLCULO C

Professor: Matheus C. Bortolan

Nome: _____ Matrícula: _____

	(a)	(b)	(c)	(d)
Questão 1				xxxxx
Questão 2				
Questão 3				xxxxx
Questão 4			xxxxx	xxxxx

Total	_____ / 10.0
-------	--------------

Orientações para a avaliação

- Leia atentamente cada uma das questões da prova.
- Justifique cada uma de suas respostas. Respostas sem justificativa serão desconsideradas.
- As respostas devem estar escritas à caneta e as resoluções devem estar legíveis.
- A prova é individual e sem consulta a nenhum material.
- Não é permitido sair da sala durante o período da avaliação.
- Não é permitido uso nenhum tipo de calculadora, celulares, tablets, notebooks e smartphones. O não cumprimento desta regra anulará completamente a sua avaliação.
- Faça cada questão com calma e tenha uma boa prova! =)

2ª PROVA - DISCIPLINA MTM 5163: CÁLCULO C

Professor: Matheus C. Bortolan

Nome: _____ Matrícula: _____

(Valor 2.5) **Questão 1:** Considere a equação diferencial ordinária de primeira ordem

$$(ye^{2xy} + x) + \beta xe^{2xy} \frac{dy}{dx} = 0.$$

- (0.5) (a) Encontre o valor de β para o qual a equação acima seja exata.
- (1.5) (b) Para o valor de β encontrado no item (a), encontre a solução geral da equação.
- (0.5) (c) Encontre a solução da equação que satisfaz $y(1) = 0$.
-

(Valor 2.5) **Questão 2:** Considere a equação diferencial ordinária de segunda ordem

$$y'' + 3y' = 0.$$

- (1.0) (a) Encontre os dois valores de r para os quais $y(t) = e^{rt}$ seja uma solução do problema acima.
- (0.5) (b) Mostre, usando o Wronskiano, que as duas soluções obtidas no item (a) são linearmente independentes.
- (0.5) (c) Encontre a solução geral da equação.
- (0.5) (d) Encontre a solução que satisfaz $y(0) = -2$ e $y'(0) = 3$.
-

(Valor 3.0) **Questão 3:** Um tanque contém 300 L (litros) de água com uma concentração de sal de $4 \frac{g}{L}$. Uma mistura homogênea de água com sal, com concentração de $\gamma \frac{g}{L}$, está entrando no tanque a uma taxa de $\delta \frac{L}{min}$, e a mistura é instantaneamente mexida e se torna homogênea. Esta mistura sai do tanque com a mesma taxa $\delta \frac{L}{min}$.

- (1.5) (a) Encontre uma expressão para a quantidade $Q(t)$ de sal presente no tanque em cada instante t , em função de γ e δ .
- (0.5) (b) Determine a quantidade limite de sal presente no tanque quando $t \rightarrow \infty$, em função de γ .
- (1.0) (c) Tomando $\gamma = 1$ encontre a taxa δ para que, em 10 minutos, tenhamos metade da quantidade inicial de sal no tanque.

(Valor 2.0) **Questão 4:** Considere a equação diferencial ordinária homogênea dada por

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y^2 + x^2}{2xy}, \text{ para } x > 0.$$

(1.0) (a) Encontre a solução geral desta equação.

(1.0) (b) Encontre a solução que satisfaz $y(1) = 0$.

(Valor 1.0) **Questão Extra:** Considere o campo $\vec{F}(x, y) = (ye^{2xy} + x)\vec{i} + (xe^{2xy})\vec{j}$. Usando os resultados obtidos na Questão 1, responda:

(0.5) (a) o campo \vec{F} é conservativo? Justifique.

(0.5) (b) Calcule $\int_{\gamma} \vec{F} \cdot d\vec{r}$, onde γ é uma curva regular qualquer que sai de $(0, 0)$ e chega em $(1, 1)$.
