

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC
DISCIPLINA: Cálculo 3

Lista 1

1. Calcule a integral iterada.

a) $\int_0^2 \int_0^{\pi/2} x \sin y \, dy \, dx$

b) $\int_1^4 \int_0^2 (x + \sqrt{y}) \, dx \, dy$

c) $\int_0^2 \int_0^1 (2x + y)^8 \, dx \, dy$

d) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \cos y \sin x \, dx \, dy$

2. Calcule a integral dupla.

a) $\int \int_R \cos(x + 2y) \, dA \quad R = \{(x, y) / 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi/2\}$

b) $\int \int_R (x^2 + y) \, dA \quad R = \{(x, y) / 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$

c) $\int \int_R \frac{xy^2}{x^2 + 1} \, dA \quad R = \{(x, y) / 0 \leq x \leq 1, -3 \leq y \leq 3\}$

d) $\int \int_R xye^{x^2 y} \, dA \quad R = [0, 1] \times [0, 2]$

3. Determine o volume do sólido que se encontra abaixo do plano $3x + 2y + z = 12$ e acima do retângulo $R = \{(x, y) / 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 3\}$.

4. Determine o volume do sólido contido abaixo do parabolóide elíptico $x^2/4 + y^2/9 + z = 1$ e acima do retângulo $R = [-1, 1] \times [-2, 2]$.

5. Determine o volume do sólido contido no primeiro octante limitado pelo cilindro $z = 9 - y^2$ e pelo plano $x = 2$.

6. Calcule a integral dupla.

a) $\int \int_D \frac{2y}{x^2 + 1} \, dA \quad D = \{(x, y) / 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{x}\}$

b) $\int \int_D (x + y) \, dA \quad D$ é limitada por $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$.

c) $\int \int_D y^3 \, dA \quad D$ é a região triangular com vértice $(0, 2)$, $(1, 1)$ e $(3, 2)$.

d) $\int \int_D y^2 \sin x^2 \, dA \quad D$ limitada por $y = x^{1/3}$, $y = -x^{1/3}$ e $x = 8$.

e) $\int \int_D (x + 2y) \, dA \quad D$ limitada por $y = x^{-2}$, $y = 1$ e $y = 4$.

7. Calcular $\int \int_T (x^3y + \cos x) dA$ onde T é o triângulo formado pelos pontos (x, y) tais que $0 \leq x \leq \pi/2$ e $0 \leq y \leq x$.

8. Determinar o volume do sólido limitado pelo plano $z = 0$ e pelo parabolóide de $z = 1 - x^2 - y^2$.

9. Calcular o volume do sólido acima do plano xy delimitado por $z = 4 - 2x^2 - 2y^2$.

10. Determine o volume do sólido dado.

a) Limitado pelo cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e pelos planos $y = z$, $x = 0$, $z = 0$ no primeiro octante.

b) No primeiro octante, limitado pelas superfícies $z = 1 - y^2$, $x = y^2 + 1$ e $x = -y^2 + 9$.

c) Limitado pelas superfícies $z = y$, $z = 4 - x^2$, $z = 0$ e $y = -4$ com $z \geq 0$.

11. Determine o volume do sólido por subtração de dois volumes.

a) O sólido delimitado pelos cilindros parabólicos $y = 1 - x^2$, $y = x^2 - 1$ e pelos planos $x + y + z = 2$ e $2x + 2y - z + 10 = 0$.

b) O sólido delimitado pelo parabolóide cilíndrico $y = x^2$ e os planos $z = 3y$, $z = 2 + y$.

12. As integrais abaixo não podem ser calculadas exatamente, em termos de funções elementares, com a ordem de integração dada. Inverta a ordem de integração e faça os cálculos.

a) $\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy$

b) $\int_0^1 \int_x^1 \frac{\operatorname{sen} y}{y} dy dx$