

6.4.6 EXERCÍCIOS

- (1) Considere em $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ o produto interno $\langle p, q \rangle = \sum_{k=-2}^k p(k)q(k)$. Calcule $\text{proj}_{\mathcal{P}_1(\mathbb{R})}(t^2 - 1)$.

- (2) Considere $C([0, 2\pi], \mathbb{R})$ munido do produto interno

$$\langle f, g \rangle = \int_0^{2\pi} f(t)g(t) dt, \quad \text{para } f, g \in C([0, 2\pi], \mathbb{R})$$

- Determine a função de $W = [1, \sin t, \cos t]$ que melhor se aproxima de f em $[0, 2\pi]$ dada por $f(t) = t - 1$.

- (3) No espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$ considere o produto interno usual. Seja $W = \left[\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \right]$. Determine o vetor de W que melhor se aproxima de $X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

- (4) Determine a reta em $\mathbb{R}^2$ que melhor se ajusta aos pontos $(-1, -10)$, $(0, -6)$, $(1, -4)$ e $(2, -2)$ de $\mathbb{R}^2$.

- (5) Determine o polinômio de grau 2 que melhor se ajusta aos pontos $(-1, 0)$, $(0, -1)$, $(1, 1)$ e $(2, 4)$ de $\mathbb{R}^2$.

- (6) Determine a melhor solução real aproximada do sistema

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x - y = 0 \\ 2x + 2y = 2. \end{cases}$$

- (7) Considere o espaço vetorial $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ com produto interno dado por

$$\langle p, q \rangle = \int_0^1 p(t)q(t) dt, \quad \text{para } p, q \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}).$$

- Seja $W = [1, t^2]$. Determine o polinômio de W que melhor se aproxima de $f(t) = t^3$.