

# Integrais Múltiplas via Maple V

Prof. Doherty Andrade (UEM-DMA)

Prof. Timothy M. (WLU-USA)

## 1. Introdução

Temos os seguintes arquivos do tipo **file.mws** em forma de worksheet: **dydxplot**, **doubleret**, **doublep**, **drdtplot**, **riemann2d**, **riemann3d**, **rot**, **triplcil**, **triplret**, **triplesf**. Os arquivos **tripl\*.mws** referem-se a integral tripla, os arquivos **double\*.mws**, **dydxplot** e **drdtplot** referem-se a integral dupla. No início de cada worksheet há um pequeno comentário, o algoritmo e no fim os exemplos. Alguns exemplos não estão acionados. Para executá-los retire o símbolo **#** e tecle ENTER.

Estas worksheets estarão disponíveis no site <http://www.dma.uem.br/~doherty/kit.html>. Melhore a sua visualização espacial com os recursos do Maple V. Não altere os arquivos residentes no computador. **É permitido a reprodução destes arquivos desde que citada a fonte.** Se copiar e alterar os arquivos altere também os seus nomes.

## 2. Superfície de rotação – rot.mws

Este procedimento plota a superfície de rotação gerada pela rotação de uma curva no plano em torno de um eixo especificado.

**Sintaxe:** **rotxplot** – **rotxplot(f,x=a..b,y=c,opts)** e **rotyplot(f,x=a..b,x=c,opts)**.

## 3. Procedimento para plot 2D: doubleret.mws, doublep.mws, riemann2d, dydxplot, drdtplot

Cada um desses procedimentos retorna uma estrutura de plot. O procedimento aceita options e plots separados podem ser combinados com o **display**.

**Sintaxe:** **riemann2d** – **riemann2d(f,x=a..b,frames=40,midle)**

Este procedimento plota retângulos da soma de Riemann abaixo do gráfico de uma função dada. O número máximo de frames é 40. Análogo ao procedimento **riemann3d**.

**Sintaxe:** **dydxplot** – **dydxplot(y=f(x)..g(x),x=a..b,opts)**

Este procedimento plota a região do plano entre os dois gráficos  $y = f(x)$  e  $y = g(x)$  para  $a \leq x \leq b$ . Além disso, três retas verticais passam pelo interior da região desenhada.

O procedimento análogo **dxplot** plota a região entre os dois gráficos  $x = h(y)$  e  $x = k(y)$  para  $c \leq y \leq d$ . A sintaxe é análoga.

**Sintaxe:** **drdtplot** – **drdtplot(r=f(theta)..r=g(theta),theta=a..b,opts)**

Este procedimento plota regiões no plano entre dois gráficos polares  $r = f(\theta)$  e  $r = g(\theta)$  para  $a \leq \theta \leq b$ . Além disso, quatro segmentos passam no interior da região desenhada. O procedimento análogo, **drdtplot** plota regiões no plano entre dois gráficos  $\theta = h(r)$  e  $\theta = k(r)$  para  $c \leq r \leq d$ . A sintaxe é inteiramente

análoga.

**Sintaxe:** `yxgraphplot` – `yxgraphplot(q(x,y),y=f(x)..g(x),x=a..b,opts)`

Este procedimento e seu análogo, `xygraphplot`, plota gráficos de funções de duas variáveis sobre uma região não retangular. O procedimento `yxgraphplot(q(x,y),y=f(x)..g(x),x=a..b,opts)` plota o gráfico de  $z = q(x, y)$  sobre a região do plano entre os dois gráficos  $y = f(x)$  e  $y = g(x)$  para  $a \leq x \leq b$ .

O procedimento `xygraphplot` plota o gráfico de  $z = q(x, y)$  sobre a região do plano entre os dois gráficos  $x = h(y)$  e  $x = k(y)$  para  $c \leq y \leq d$ . A sintaxe é inteiramente análoga.

Cada um desses procedimentos retorna uma estrutura de `plot3d`.

**Sintaxe:** `rtgraphplot` – `rtgraphplot(Q(r,theta),r=f(theta)..g(theta),theta=a..b,opts)`

Este procedimento plota o gráfico de  $z = Q(r, \theta)$  sobre a região no plano entre os dois gráficos  $r = f(\theta)$  e  $r = g(\theta)$  para  $a \leq \theta \leq b$ .

O procedimento análogo, `trgraphplot`, plota o gráfico de  $z = Q(r, \theta)$  sobre a região entre os dois gráficos de  $\theta = h(r)$  e  $\theta = k(r)$  para  $c \leq r \leq d$ . A sintaxe é inteiramente análoga.

#### 4. Procedimentos para plot 3D - `riemann3d.mws`, `triplet.mws`, `tripleil.mws`, `triplesf.mws`

**Sintaxe:** `riemann3d` – `riemann3d(f(x,y),x=a..b,y=c..d,opts)`

Este procedimento plota paralelepípedos da soma de Riemann abaixo do gráfico de uma função dada. O número máximo de frames é 40. Análogo ao procedimento `riemann2d`.

**Sintaxe:** `dzdydxplot` – `dzdydxplot(z=f(x,y)..g(x,y),y=h(x)..k(x),x=a..b,opts)`

Este procedimento plota a fronteira da região no espaço, quando descrita em coordenadas retangulares, entre os gráficos de  $z = f(x, y)$  e  $z = g(x, y)$  e sobre a região onde  $h(x) \leq y \leq k(x)$  e  $a \leq x \leq b$ . Os cinco procedimentos análogos são `dzdxplot`, `dxzdyplot`, `dydzdxplot`, `dxdydzplot`, `dydxdzplot` com sintaxes análogas.

**Sintaxe:** `dzdrdtplot` – `dzdrdtplot(z=f(r,theta)..g(r,theta), r=h(theta)..k(theta), theta=a..b,opts)`

Este procedimento plota a fronteira da região no espaço, quando descrita em coordenadas cilíndricas, entre os gráficos de  $z = f(r, \theta)$  e  $z = g(r, \theta)$  e sobre a região onde  $h(\theta) \leq r \leq k(\theta)$  e  $a \leq \theta \leq b$ . Os cinco procedimentos análogos são `dzdrplot`, `drdzdtplot`, `drdzdtplot`, `dtddrplot`, `dtddrplot` com sintaxes análogas.

**Sintaxe:** `dpdtdphiplot` – `dpdtdphiplot(rho=f(theta,phi)..g(theta,phi), theta=h(phi)..k(phi), phi=a..b,opts)`

Este procedimento plota a fronteira da região no espaço quando descrita em coordenadas esféricas  $(\rho, \theta, \phi)$ , determinada pelas desigualdades  $f(\theta, \phi) \leq \rho \leq g(\theta, \phi)$ ,  $h(\phi) \leq \theta \leq k(\theta)$  e  $a \leq \phi \leq b$ . Os cinco procedimentos análogos são `dphidplot`, `dtdphidplot`, `dtdphidpplot`, `dphidtdpplot`, `dphidpdtplot` com sintaxes análogas.

## 5. Exemplos

```
>rotypplot(x^2,x=0..1,x=1);

>plots[display3d](rotypplot(x->x^2,x=0..1,x=2),title='gerado por parabola');

>rotypplot([cos(x),sin(x)],x=0..Pi,x=3);

>rotxplot(x^2,x=0..1,y=1);

>rotxplot(sin(x),x=0..2*Pi,y=0);

>rotxplot(x->sin(x),x=0..2*Pi,y=-1);

>rotxplot([cos(x),sin(x)],x=0..Pi,y=-2);

>dydxplot(y=x^2..x+1,x=0..1);

>dxdyplot(x=sqrt(y)..y^2,y=1..2);

>drdtplot(r=1..1+cos(theta),theta=-Pi/2..Pi/2);

>dtdrplot(theta=sqrt(r)..Pi/2,r=0..1);

>yxgraphplot(x*y,y=0..sqrt(1-x^2),x=-1..1);

>xygraphplot(x*y,x=-sqrt(1-y^2)..sqrt(1-y^2), y=0..1);

>yxgraphplot((x,y)->sin(Pi*(x^2+y^2)),y=x^2..x^(1/4),x=0..1);

>rtgraphplot(r^2*sin(theta)*cos(theta),r=1..1+cos(theta),theta=-Pi/2..Pi/2);

>rtgraphplot((r,theta)->theta,r=sin(3*theta)..sin(theta),theta=Pi/4..Pi/3);

>rtgraphplot((r,theta)->theta,r=sin(3*theta)..sin(theta),theta=Pi/4..Pi/3,view=0..1.1);

>dzdxdyplot(z=x^2+y^2..2,y=0..x,x=0..1,style=PATCH,orientation=[30,70],axes=NORMAL,
  scaling=CONSTRAINED,title='exercicio');

>drdtdzplot(r = 2..3, theta = Pi/4..Pi/2,z = 0..1);

>dzdrdtplot(z=0..sqrt(4-r^2),r=0..1+cos(theta),theta=0..2*Pi);

>p1:=dzdrdtplot(z=0..sqrt(1-r^2),r=0..1,theta=-Pi/2..Pi/2):
p2:=dzdrdtplot(z=0..sqrt(1-r^2),r=0..1+cos(theta),theta=Pi/2..3*Pi/2):
plots[display3d]({p1,p2});
```

```

>dptdphiplot(rho=0..1,theta=0..2*Pi,phi=0..5*Pi/12);

>P1:=dptdphiplot(rho=sec(phi)..2/(cos(phi)+sin(phi)),theta=0..2*Pi, phi=0..Pi/4):
P2:=dptdphiplot(rho=0..cot(phi)*csc(phi),theta=0..2*Pi,phi=Pi/4..Pi/2):
plots[display]({P1,P2},style=WIREFRAME);

>dzydxplot(z=0..8-2*x^2,y=x^2..8-x^2,x=-2..2,title='Secoes ');

>dzydxplot(z=0..sqrt((4-x^2)^2-(y-4)^2),y=x^2..8-x^2,x=-2..2,
title='secoes semi-circulares (quase) ');

>dzydxplot(z=0..(4-x^2-y^2)^(0.5),y=x^2..8-x^2, x=-2..2, title=' Semi-circulos completos');

>acrescente mais exemplos

```