

Lista 1

1. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 \\ 0 & 1/3 \\ 2 & 2 \\ -2 & 1/2 \end{bmatrix}$. Determine o que se pede.

- (a) a_{12}
- (b) a_{31}
- (c) $a_{12} - 3a_{31} + 4a_{42}^2$.
- (d) a_{42}
- (e) $a_{11} - a_{22}$
- (f) $a_{11}^2 + a_{22}^2 + a_{41}^2 + a_{32}^2$

2. Em cada um dos itens abaixo, construa a matriz $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ cujo elemento a_{ij} é dado.

- (a) $m = 3, n = 2$ e $a_{ij} = i + j$.
- (b) $m = 2, n = 3$ e $a_{ij} = i - j$.
- (c) $m = 3, n = 3$ e $a_{ij} = (-1)^{i+j}$.
- (d) $m = 3, n = 3$ e $a_{ij} = \begin{cases} i - j, & \text{se } i \neq j \\ i + j, & \text{se } i = j \end{cases}$
- (e) $m = 4, n = 4$ e $a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i > j \\ 0, & \text{se } i = j \\ -1, & \text{se } i < j \end{cases}$

3. Em cada um dos itens abaixo, determine o(s) valor(es) da(s) incógnita(s) que torna(m) a igualdade verdadeira.

- (a) $\begin{bmatrix} a & -1 \\ b & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & c \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$.
- (b) $\begin{bmatrix} a & -1 \\ b & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & c \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$.
- (c) $\begin{bmatrix} y+x & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x-y & z^3 \end{bmatrix}$.
- (d) $\begin{bmatrix} x^2 - 3x & 0 \\ x^2 - 6x & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x - 6 & 0 \\ -x^2 - 4 & 1 \end{bmatrix}$.
- (e) $\begin{bmatrix} a+2b & 2a-b \\ 2c+d & c-d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$.
- (f) $\begin{bmatrix} x^2 & y \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$.

4. Sabendo que a matriz a seguir é *triangular inferior*, encontre a soma dos elementos da diagonal principal.

$$A = \begin{bmatrix} x & x+y-4 & y+z-2 & w-y \\ 2 & y-4 & z+2 & 0 \\ x & 3 & z & x \\ w+z & x+y+z & 3 & w \end{bmatrix}.$$

5. Sabendo que a matriz $A = \begin{bmatrix} x+y & y & -5 \\ 2 & 2z+w & 89 \\ 3z+w & -89 & 0 \end{bmatrix}$ é *antissimétrica*, determine x , y , z e w .

6. Quantas entradas uma matriz $m \times n$ possui? E uma matriz quadrada de ordem n ?

7. Sejam

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 2],$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1.5 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} e & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 \\ 0 & 0 & e \end{bmatrix} \text{ e } G = [0].$$

Quais dessas matrizes são: quadradas, diagonais, escalares, identidades, triangulares superiores, triangulares inferiores, linhas, colunas, nulas?

8. Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 4 & -1 & -6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & -7 & -9 \\ 0 & 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} 0 & 9 & 8 \\ 1 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

Calcule:

- (a) $2A$
- (b) $-B$
- (c) $-3C$
- (d) $A + B$
- (e) $B + C$
- (f) $A - C$
- (g) $C - A$
- (h) $4A - 3B + 5C$
- (i) $2B - 3A - 6C$
- (j) $4C + 2A - 6B$
- (k) $(A - C)^T + B^T$

9. Determine os valores de x e y que satisfazem a equação matricial a seguir:

$$\begin{bmatrix} x & -2 \\ 4 & 2x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3y & 7 \\ 1 & -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

10. Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \\ 7 & -4 \\ 5 & 9 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 & -7 \\ 6 & 2 & -8 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 5 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ e } I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Calcule.

- (a) AB
- (b) BA
- (c) $(BA)C$
- (d) $B(AC)$
- (e) $B^T A^T$
- (f) $C^T A^T B^T$
- (g) C^2
- (h) C^3
- (i) C^4
- (j) DE
- (k) ED
- (l) DI
- (m) ID
- (n) $BAC - C^2 + 3(BA)^T$

11. Sejam

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Quais dos produtos AB , BA , AC , CA , BC , CB estão bem definidos? Calcule estes produtos.

12. Sejam A e B matrizes quadradas de mesma ordem e a e b números reais. Diga se cada uma das afirmações abaixo é verdadeira ou falsa. Justifique.

- (a) $-A^T = (-A)^T$
- (b) $(A + B)^T = A^T + B^T$
- (c) Se AB é a matriz nula, então A ou B são a matriz nula.
- (d) $(aA)(bB) = (ab)AB$
- (e) $(AB)^T = A^T B^T$
- (f) $(-A)(-B) = -AB$
- (g) $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
- (h) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$
- (i) $(aA + B)(A + bB) = aA^2 + abAB + BA + bB^2$

13. Determine a , b , c e d de modo que $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.