# Atividade 1

1. Implemente os métodos do gradiente e gradientes conjugados com busca linear exata para minimizar quadráticas da forma $f(x) = (1/2)x^T Ax - b^T x$, onde $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ é simétrica e positiva definida.

2. Teste os algoritmos implementados em quadráticas de dimensão $n = 10, 100, 1000, 5000$ com diferentes distribuições de autovalores:

   i. Autovalores iguais
   ii. Todos autovalores distintos e com número de condição elevado
   iii. $r < n$ autovalores distintos

   Para gerar estas instâncias utilize a seguinte rotina:

   (a) Gere um vetor aleatório unitário $u \in \mathbb{R}^n$. Crie a matriz $Q = I - 2uu^T$.
   (b) Crie uma matriz diagonal $\Lambda \in \mathbb{R}^{n\times n}$, com entradas da diagonal positivas.
   (c) Defina $A = Q\Lambda Q^T$ e um vetor aleatório $b \in \mathbb{R}^n$.

   Compare o número de iterações e tempo de processamento (critério de parada: $\|\nabla f(x_k)\| < 10^{-8}$). Comente sobre os resultados obtidos de acordo com a dimensão e a distribuição dos autovalores de $A$.

3. Considere matrizes $A$ simétricas, definidas positivas e *esparsas* e o problema de resolver o sistema linear $Ax = b$. Compare o tempo de processamento e precisão na solução: (a) ao resolver o sistema linear usando a fatoração de Cholesky usual (comando `chol`), (b) ao minimizar a quadrática correspondente através do método de gradientes conjugados.

4. Implemente os métodos do gradiente e Newton com busca linear inexata (backtracking), de modo que as condições para convergência global sejam satisfeitas.

5. Compare os dois métodos (em termos de número de iterações) quando aplicados a minimização da função Rosenbrock:

$$f(x) = (x_1 - 1)^2 + 10(x_2 - x_1^2)^2,$$

   para pontos iniciais $x_0 = (1.01, 1.01)$ e $x_0 = (-1.0, 1.2)$.

► Os códigos e relatório devem ser entregues até **05/05/2023**